

## Анализ устойчивости распределения поля в полупроводниковой сверхрешетке

В. А. Максименко<sup>1,\*</sup>, А. Г. Баланов<sup>2</sup>, А. А. Короновский<sup>3</sup>

<sup>1</sup>*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.,  
НОЦ «Нелинейная динамика сложных систем»  
Россия, 410054, Саратов, Политехническая 77*

<sup>2</sup>*Loughborough University, Department of Physics, Loughborough, LE11 3TU, United Kingdom*

<sup>3</sup>*Саратовский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского,  
факультет нелинейных процессов  
Россия, 410012, Саратов, Астраханская, 83*

(Статья поступила 24.07.2017; Подписана в печать 16.10.2017)

В настоящей работе описывается подход к анализу устойчивости режима транспорта заряда в полупроводниковой сверхрешетке, основанный на рассмотрении динамики набора малых возмущений неоднородного в пространстве распределения напряженности электрического поля. Обнаружено, что обращение в ноль действительной части коэффициента, характеризующего распространение рассматриваемого возмущения, свидетельствует о развитии пространственно-временной неустойчивости. При этом, значение мнимой части, определяющее частоту колебаний данного возмущения, в момент развития неустойчивости соответствует частоте колебаний напряжения в системе. Применение предложенной методики позволяет учесть свойства инжектирующего контакта на устойчивость стационарного распределения напряженности электрического поля. Обнаружено, что уменьшение дифференциальной проводимости контакта позволяет при определенных значениях приложенного напряжения стабилизировать распределение поля в системе.

PACS: 73.21.-b, 72.20.Ht

УДК: 538.9, 530.182, 621.385.6

Ключевые слова: минизонная сверхрешетка, блоховские колебания, устойчивость.

### ВВЕДЕНИЕ

Одним из перспективных классов систем, способных генерировать сверхвысокочастотное и терагерцовое излучение, являются полупроводниковые структуры с пространственно-периодическим потенциалом — полупроводниковые сверхрешетки, чьи квантово-механические свойства позволяют достичь высокой подвижности электронов. Теоретически было предсказано [1–3], что в случае однородного распределения электрического поля в устройстве, полупроводниковая сверхрешетка может генерировать сигналы на частоте блоховских колебаний, которая может достигать нескольких ТГц. Однако в реальных сверхрешетках распределение электрического поля неоднородно, что приводит к различного рода неустойчивостям и, в частности, к возникновению дрейфа доменов повышенной концентрации заряда.

Последнее препятствует поддержанию когерентных блоховских колебаний и усилению сигнала на блоховской частоте. Вместе с тем, в ряде работ теоретически и экспериментально показано, что приложение наклонного магнитного поля и использование блохциклотронных резонансов может существенно увеличить мощность и частоту следования доменов, и индуцировать колебания электрического тока с достаточно мощными гармониками, лежащими в области субтерагерцовых и терагерцовых частот [4–6], что делает перспективным использование режимов движущихся

доменов для генерации в терагерцовом и субтерагерцовом диапазоне.

Очевидно, что проблема анализа структурной устойчивости пространственного распределения напряженности электрического поля в полупроводниковой сверхрешетке является актуальной задачей как с точки зрения реализации блоховского излучения, так и в контексте улучшения свойств генерации сигнала за счет движущихся электронных доменов.

Среди основных методов анализа устойчивости хорошо известны подходы, основанные на критерии Крэмера [7–10]. Однако, данные подходы основаны на приближении однородного пространственного распределения поля в сверхрешетке и, в случае сильно неоднородных распределений необходимо применять методики, основанные на численном моделировании.

В настоящей работе описывается подход к анализу устойчивости, основанный на рассмотрении динамики набора малых возмущений неоднородного в пространстве распределения напряженности электрического поля [?] В результате применения разработанного подхода обнаружено, что обращение в ноль действительной части коэффициента, характеризующего распространение рассматриваемого возмущения, свидетельствует о развитии пространственно-временной неустойчивости. При этом, значение мнимой части, определяющее частоту колебаний данного возмущения, в момент развития неустойчивости соответствует частоте колебаний напряжения в системе. Применение предложенной методики позволяет учесть свойства инжектирующего контакта на устойчивость стационарного распределения напряженности электрического поля. В работе обнаружено, что уменьшение дифференциальной

\*E-mail: [maximenkovl@gmail.com](mailto:maximenkovl@gmail.com)

проводимости контакта позволяет при определенных значениях приложенного напряжения стабилизировать распределение поля в системе.

### 1. ИССЛЕДУЕМАЯ СИСТЕМА

Коллективный транспорт заряда в минизонной полупроводниковой сверхрешетке может быть описан в рамках полуклассического подхода при помощи системы уравнений гидродинамики

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= -\beta \frac{\partial}{\partial x} (nv_d(F)), \\ \frac{\partial F}{\partial x} &= R(n+1), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $n(x, t)$  и  $F(x, t)$  соответствуют безразмерной концентрации заряда и напряженности электрического поля, соответственно,  $v_d(F) = F/(1+F^2)$  — зависимость скорости коллективного движения носителей заряда от напряженности электрического поля. Безразмерные коэффициенты  $b = 0.03$ ,  $R = 15$  вычисляются исходя из параметров системы, их значения были выбраны согласно экспериментальной работе [12]. Уравнения системы (1) дополняются граничными условиями

$$\begin{aligned} J_0 &= sF_0, \\ V &= \int_0^L F(x) dx, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L$  — безразмерная длина системы,  $s$  — проводимость инжектирующего контакта,  $J_0(F_0)$  — характеристика инжектирующего контакта,  $V$  — разность потенциалов, приложенная к системе, которая поддерживается постоянной в каждый момент времени.

Численное интегрирование уравнений (1) и (2) показывает, что при превышении величиной  $V$  критического значения  $V^*$  состояние системы характеризуется пространственно-временной динамикой концентрации носителей заряда и напряженности поля. При  $V < V^*$  пространственные распределения  $n(x)$  и  $F(x)$  не меняются с течением времени.

### 2. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ

Для анализа устойчивости стационарных распределений  $n(x)$  и  $F(x)$  по аналогии с [11] введем в рассмотрение малые возмущения этих величин  $\tilde{n}(x, t) \ll n(x, t)$ ,  $\tilde{F}(x, t) = F(x, t)$  и опишем их пространственно-временную эволюцию при помощи линеаризованного оператора

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} &= -\beta \frac{\partial}{\partial x} \left( (n + \tilde{n}) \left( v_d(F) + v'_d(F) \tilde{F} \right) \right), \\ \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} &= R \tilde{n}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $F(x)$  и  $n(x)$  — стационарные во времени распределения напряженности электрического поля и концентрации носителей заряда.

Решения уравнений (3) будем искать в виде  $\tilde{n}(x, t) = \tilde{n}(x) \exp(\sigma t)$  и  $\tilde{F}(x, t) = \tilde{F}(x) \exp(\sigma t)$ , где  $\sigma = \lambda + i\omega$ . С учетом данных подстановок система (3) может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} v_d(F) \frac{d^2 \tilde{F}}{dx^2} + \left( \frac{\sigma}{\beta} + v'_d(F) \frac{dF}{dx} + Rnv'_d(F) \right) \frac{d\tilde{F}}{dx} + \\ + \left( R \frac{dn}{dx} v'_d(F) + Rnv''_d(F) \frac{dF}{dx} \right) \tilde{F} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Полученное обыкновенное дифференциальное уравнение определяет набор пространственных распределений возмущения напряженности электрического поля для заданного коэффициента распространения  $s$ . Для нахождения возмущений необходимо использовать граничные условия

$$\begin{aligned} \tilde{F}_0 &= 1.0, \\ \frac{d\tilde{F}}{dx} \Big|_{x=0} &= -\frac{R}{v_d(F_0)} \left( s - v'_d(F_0) - \frac{v'_d(F_0) dF_0}{R dx} \right) \tilde{F}_0, \\ \tilde{V} &= \int_0^L \tilde{F}(x, t) dx, \quad \tilde{V} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

При этом, для нахождения незатухающего возмущения необходимо решать уравнения (4)–(5) при условии  $l = 0$ .

На рис. 1,а показана зависимость величины  $\tilde{V}$  от частоты возмущения при условии  $l = 0$  и различных значениях безразмерного напряжения  $V$ , приложенного к системе. При этом, Кривая 2 соответствует значению  $V^* = 1.25$ , кривые 1 и 3 соответствуют случаям, когда  $V < V^*$  и  $V > V^*$ . Видно, что в случае развития неустойчивости в системе условие  $\tilde{V} = 0$  выполняется при определенном значении  $\omega$ , которое соответствует собственной частоте возмущения, характеризующегося нулевым значением коэффициента затухания  $l$ .

На рис. 2,б показаны зависимости  $\tilde{V}(\omega)$ , построенные для трех выбранных значений приложенного напряжения  $V$ :  $V^* = 1.25$  (кривая 1),  $V_2^* = 2.3$  (кривая 2),  $V_3^* = 3.32$  (кривая 3). При данных значениях напряжения существуют значения  $+\omega$  и  $-\omega$ , при которых выполняются условия  $l = 0$  и  $\tilde{V} = 0$ . Полученный результат свидетельствует о появлении новых незатухающих возмущений при увеличении значения напряжения, что, в свою очередь, связано с усложнением режима колебаний. Следует отметить, что в системе одновременно появляются пары возмущений, характеризующихся комплекснозначными коэффициентами распространения. Данный результат объясняет наличие совпадающих показателей Ляпунова, рассчитанных для данной системы в работе [13].

На рис. 1,в сплошной линией показана зависимость частоты колебаний состояния системы, возникающих при потере устойчивости ( $V > V^*$ ). Точками показана

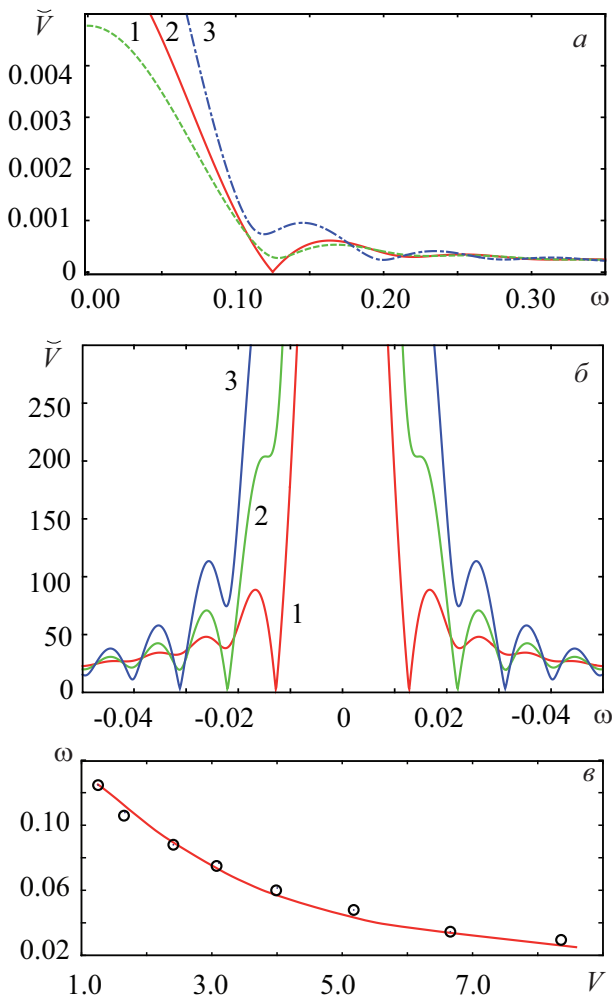


Рис. 1: *a* — зависимость величины  $\check{V}$  от частоты возмущения при условии  $l = 0$  и различных значениях безразмерного напряжения  $V$ , приложенного к системе:  $V^* = 1.25$  (кривая 2),  $V < V^*$  (кривая 1),  $V > V^*$  (кривая 3); *б* — зависимости  $\check{V}(\omega)$ , построенные для трех выбранных значений приложенного напряжения  $V$ :  $V^* = 1.25$  (кривая 1),  $V_2^* = 2.3$  (кривая 2),  $V_3^* = 3.32$  (кривая 3); *в* — зависимость частоты колебаний состояния системы, возникающих при потере устойчивости ( $V > V^*$ ) (сплошная линия), зависимость собственной частота колебаний первого возмущения от приложенного напряжения (точки)

на собственная частота колебаний первого возмущения. Видно, что в момент возникновения неустойчивости частота колебаний в системе определяется частотой первого возмущения. Это свидетельствует о возникновении неустойчивости посредством бифуркации Андронова-Хопфа. При этом, следует отметить, что при увеличении напряжения частота колебаний первого возмущения и частота колебаний состояния системы остаются близкими.

Рассматривая уравнений (4)–(5), описывающие поведение набора малых возмущений, можно отметить, что, согласно граничному условию (5), поведение воз-

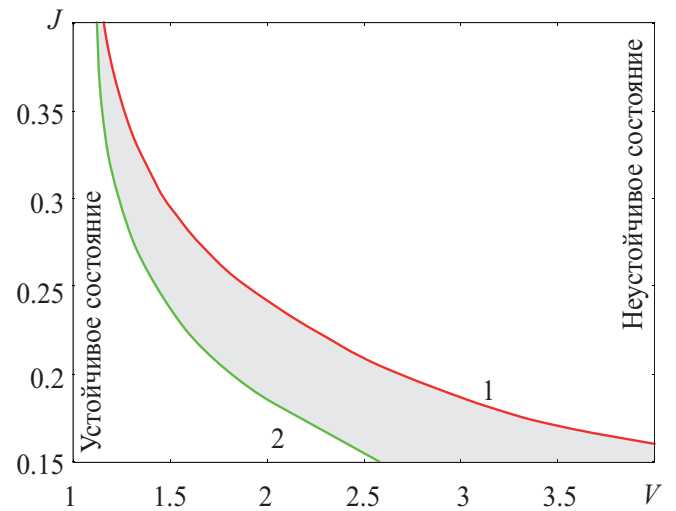


Рис. 2: Линии потери устойчивости, полученные на основании рассмотрения динамики возмущений, при различных значениях дифференциальной проводимости инжектирующего контакта:  $s \sim 0$  (кривая 1) и  $s = 0.5$  (кривая 2). Заштрихованная область соответствует состояниям, устойчивость которых определяется параметрами инжектирующего контакта

мущений определяется дифференциальной проводимостью инжектирующего контакта. С учетом этого, можно предположить, что при определенных условиях, возможно управление устойчивостью при помощи подбора оптимальной характеристики  $J_0(F_0)$ .

На рис. 2 показаны линии потери устойчивости, полученные на основании рассмотрения динамики возмущений при различных значениях дифференциальной проводимости инжектирующего контакта:  $s \sim 0$  (кривая 1) и  $s = 0.5$  (кривая 2). Заштрихованная область соответствует состояниям, устойчивость которых определяется параметрами инжектирующего контакта.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен подход к анализу устойчивости стационарного неоднородного распределения напряженности электрического поля, основанный на рассмотрении динамики набора малых возмущений.

Показано, что стационарное состояние в данной системе характеризуется набором пар возмущений, имеющих вид плоских волн, распространение которых описывается комплексно-сопряженными коэффициентами. Действительная часть коэффициентов описывает затухание амплитуды возмущений и является отрицательной, а мнимая часть — собственную частоту колебаний данных возмущения.

Показано, что при увеличении значения управляющего параметра (значения напряжения, приложенного к системе) наблюдается обращение в ноль действительной части коэффициента, характеризующего распространение одного из возмущений рас-

смагриваемого набора, что свидетельствует о развитии пространственно-временной неустойчивости. При этом, значение мнимой части, определяющее частоту колебаний данного возмущения, в момент развития неустойчивости соответствует частоте колебаний напряжения в системе.

Таким образом, возникает возможность анализа устойчивости, позволяющего предсказать поведение системы в нестационарном режиме.

Применение предложенной методики позволяет учесть свойства инжектирующего контакта на устойчивость стационарного распределения напряженности электрического поля. Обнаружено, что уменьшение дифференциальной проводимости контакта позволяет при определенных значениях приложенного напряжения стабилизировать распределение поля в системе.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-32-00272).

- 
- [1] *Esaki L., Tsu R.* IBM J. Res. Dev. 1970. **14**, P. 61.  
[2] *Ктиторов С. А., Симин Г. С., Синдаловский В. Я.* ФТТ. 1971. **13**, С. 2230.  
[3] *Hуart T., Alexeeva N. V., Mattas J., Alekseev K. N.* Phys. Rev. Lett. 2009. **102**. P. 140405.  
[4] *Greenaway M. T., Balanov A. G., Scholl E., Fromhold T. M.* Phys. Rev. B. 2009. **80**. P. 205318.  
[5] *Selskii A. O., Koronovskii A. A., Hramov A. E., Moskalenko O. I., Alekseev K. N., Greenaway M. T., Wang F., Fromhold T. M., Shorokhov A. V., Khvastunov N. N.* et al. Physical Review B. 2011. **84**. P. 235311.  
[6] *Alexeeva N., Greenaway M. T., Balanov A. G., Makarovskiy O., Patanu A., Gaifullin M. B., Kusmartsev F., Fromhold T. M.* Phys. Rev. Lett. 2012. **109**. P. 024102.  
[7] *Kroemer H.* Proc. IEEE. 1964. **52**. P.1736.  
[8] *Kroemer H.* IEEE Transactions On Electron Devices 1966. **ED-13**, N 1. P. 27.  
[9] *Kroemer H.* IEEE Transactions On Electron Devices 1968. **ED-15**. P. 819.  
[10] *Mccumber D. E., Chynoweth A. G.* IEEE Transactions On Electron Devices 1966. **ED-13**, N 1. P. 4.  
[11] *Bonilla L. L., Teitsworth S. W.* Nonlinear Wave Methods for Charge Transport WILEY-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, Weinheim, 2010.  
[12] *Hramov A. E., Makarov V. V., Koronovskii A. A., Kurkin S. A., Gaifullin M. B., Alexeeva N. V., Alekseev K. N., Greenaway M. T., Fromhold T. M., Patanu A.* Phys. Rev. Lett. 2014. **112**. P. 116603.  
[13] *Koronovskii A. A., Hramov A. E., Maksimenko V. A., Moskalenko O. I., Alekseev K. N., Greenaway M. T., Fromhold T. M., Balanov A. G.* Phys. Rev. B. 2013. **88**. P. 165304.

---

## Analysis of the stability of the field distribution in a semiconductor superlattice

V. A. Maksimenko<sup>1</sup>, A. G. Balanov<sup>2</sup>, A. A. Koronovskii<sup>3</sup>

<sup>1</sup>REC «Nonlinear Dynamics of Complex Systems», Saratov State Technical University, Saratov 410054, Russia

<sup>2</sup>Department of Physics, Loughborough University, Loughborough LE11 3TU, United Kingdom

<sup>3</sup>Faculty of nonlinear processes, Saratov State University, Saratov, 410012, Russia

E-mail: [vmaximenkovl@gmail.com](mailto:vmaximenkovl@gmail.com)

In this paper, we describe an approach to the analysis of stability, based on an analysis of the dynamics of a set of the small perturbations of an inhomogeneous distribution of the electric field in superlattice. It has been found that zero value of the real part of the coefficient characterizing the propagation of the perturbation indicates the development of space-time instability. In this case, the value of the imaginary part, which determines the frequency of oscillations of the perturbation, corresponds to the frequency of the voltage fluctuations in the system. The application of the proposed technique allows us to take into account the properties of the injecting contact on the stability of the stationary distribution of the electric field. It has been found, that a decrease in the differential conductivity of the contact makes it possible to stabilize the field distribution in the system for certain values of the applied voltage.

PACS: 73.21.-b, 72.20.Ht.

Keywords: miniband superlattice, Bloch oscillations, stability.

Received 24 July 2017.

### Сведения об авторах

1. Максименко Владимир Александрович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: e-mail: [vmaximenkovl@gmail.com](mailto:vmaximenkovl@gmail.com).
2. Баланов Александр Геннадьевич - канд. физ.-мат. наук, лектор; тел.: +44 (0) 1509 227112, e-mail: [A.Balanov@lboro.ac.uk](mailto:A.Balanov@lboro.ac.uk).
3. Короновский Алексей Александрович — доктор физ.-мат. наук, проректор по научной работе; тел.: (8452) 27-14-96, e-mail: [koronovskyyaa@info.sgu.ru](mailto:koronovskyyaa@info.sgu.ru).