

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ СИНХРОННОСТИ
ПЕРЕМЕЖАЮЩЕЙСЯ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ
ПО ДАННЫМ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАММ
ЛАБОРАТОРНЫХ ЖИВОТНЫХ**

А. Д. Колоскова

Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
Email: kolosk-nastyu@yandex.ru
Поступила в редакцию 4.07.2017

Явление перемежаемости встречается вблизи границ различных типов хаотической синхронизации. В данной работе представлены результаты исследования перемежающейся фазовой синхронизации в реальной нейрофизиологической системе. В случае электроэнцефалограмм головного мозга как исследуемой системы именно перемежающаяся фазовая синхронизация может указать на существование и развитие патологий, например, наличие эпилептических припадков. Создание и введение новейших методов для анализа различных типов динамики головного мозга являются одной из наиболее востребованных и активно развивающихся сфер в нейрофизиологии. В качестве исследуемых объектов были выбраны экспериментальные данные нейрофизиологической природы – сигналы электроэнцефалограмм, снятые с головного мозга специальной лабораторной крысы линии WAG/Rij, генетически предрасположенной к приступам эпилепсии. Исследуемая крыса рассматривалась в двух состояниях: под влиянием лекарственного препарата клонидин (способствует усилению эпилептических приступов в течение первых 6–12 часов, но не оказывает влияния на продолжительность пик-волновых разрядов) и без него. Для оценки степени перемежающегося поведения был выбран метод, основанный на расчете условного нулевого показателя Ляпунова. Найдено отношение условных показателей Ляпунова для разности фаз двух различных каналов головного мозга животного в случае воздействия лекарственных препаратов и в их отсутствие. Построены графики зависимости исследуемой величины от номера пик-волнового разряда. Обнаружено, что пик-волновые разряды лучше синхронизированы при действии лекарства. Результаты данной работы могут найти непосредственное применение в медицине для диагностики и выявления заболеваний, связанных с патологической активностью головного мозга.

Ключевые слова: Перемежающаяся фазовая синхронизация, условный нулевой показатель Ляпунова, сигналы электроэнцефалограмм, эпилепсия, медицинские препараты.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-5-26-34

Образец цитирования: Колоскова А.Д. Определение степени синхронности перемежающейся фазовой синхронизации по данным электроэнцефалограмм лабораторных животных // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2017. Т. 25, № 5. С. 26–34.
DOI: 10.18500/0869-6632-2017-5-26-34

DETERMINING OF THE INTERMITTENT PHASE SYNCHRONIZATION DEGREE FROM NEUROPHYSIOLOGICAL DATA OF LABORATORY ANIMALS

A. D. Koloskova

Saratov State University
83, Astrakhanskaya, 410012 Saratov, Russia

E-mail: kolosk-nastya@yandex.ru

Received 4.07.2017

Intermittent behavior occurs near the boundaries of different types of chaotic synchronization. In this paper we present the results of investigation of intermittent phase synchronization in a real neurophysiological system. In the case of electroencephalogram (EEG) of the brain, chosen as a system under study, just the intermittent phase synchronization can indicate the existence and development of pathologies, for example, the presence of epileptic seizures. Creation and introduction of the newest methods for the analysis of various types of brain dynamics are one of the most popular and actively developing spheres in neurophysiology. EEG signals taken from the brain of a special laboratory WAG/Rij rat, which genetically predisposed to epileptic seizures, were observed. The rat is studied in two states: under the influence of the drug clonidine (results in the intensification of epileptic seizures during the first 6-12 hours, but does not affect the duration of spike-wave discharges) and without it. To estimate the degree of intermittent behavior the method based on the calculation of zero conditional Lyapunov exponent was chosen. The relation of conditional Lyapunov exponents for the phase difference of two different channels of the animal's brain in the case of the drug influence and in their absence is found. Plots of the dependence of the investigated quantity on the number of the spike-wave discharge are constructed. It was found that the spike-wave discharges are better synchronized under the influence of the drug. The results of this work can find direct application in medicine for diagnostics and detection of diseases associated with pathological activity of the brain.

Keywords: Intermittent phase synchronization, zero conditional Lyapunov exponent, electroencephalogram signals, epilepsy, medical drags.

DOI: 10.18500/0869-6632-2017-5-26-34

References: Koloskova A.D. Determining of the intermittent phase synchronization degree from neurophysiological data of laboratory animals. *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. 2017. Vol. 25, Issue 5. Pp. 26–34. DOI: 10.18500/0869-6632-2017-5-26-34

Введение

Наиболее распространенным режимом синхронизации в реальных системах является фазовая хаотическая синхронизация [1, 2]. Это обобщение классической синхронизации на случай неавтономных периодических или же связанных хаотических осцилляторов и означает захват фаз между взаимодействующими системами в отсутствие связи между их амплитудами [3, 4]. На границе фазовой синхронизации существует перемежающееся поведение, когда ламинарные участки (где существует захват фазы) прерываются турбулентными всплесками (со скачком фазы на 2π) [5, 6].

Возможно несколько вариантов для определения степени перемежающейся фазовой синхронизации. Во-первых, возможно рассчитать среднюю длительность

ламинарных фаз, то есть зависимость длины ламинарной фазы при фиксированном значении управляющего параметра от величины этого управляющего параметра [7, 8]. Существует и другой подход, основанный на вычислении условного нулевого показателя Ляпунова [9]. На границе фазовой синхронизации в режиме перемежаемости «игольное ушко», характеризующимся сверхдлинными ламинарными фазами, он оказывается уже отрицательным (то есть переходит в отрицательную область за некоторое время до достижения критического значения, соответствующего порогу установления фазовой синхронизации). Следовательно, величина условного нулевого показателя Ляпунова может быть рассмотрена как мера синхронизма перемежающейся фазовой синхронизации, имеющей место на границе возникновения синхронного режима [9, 10].

В данной работе проведена оценка степени синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации в реальной нейрофизиологической системе при помощи второго подхода. Для оценки величины нулевого условного показателя Ляпунова использовался ранее разработанный метод [10–12].

1. Описание метода

Идея метода [10–12] основывается на рассмотрении квадратичного отображения с управляющими параметрами Ω , ε и гауссовым шумом ξ_n

$$x_{n+1} = x_n + \Omega x_n^2 - \varepsilon + \xi_n, \quad (1)$$

где переменная x является аналогом разности фаз между системами. Расчетная формула для нулевого показателя Ляпунова в данном случае выглядит следующим образом:

$$\Lambda = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) \ln |1 + 2\Omega x| dx, \quad (2)$$

где $\rho(x)$ – плотность вероятности, определяемая выражением

$$\rho(x) = A \exp \left[-\frac{2}{D} \left(\varepsilon x - \frac{\Omega x^3}{3} \right) \right], \quad (3)$$

A – коэффициент нормировки, D – интенсивность шумового воздействия.

Алгоритм вычисления нулевого показателя Ляпунова состоит из нескольких шагов: аппроксимация аналитической закономерностью (3) распределения разности фаз взаимодействующих систем, полученного численно; поиск параметров аппроксимации (Ω , D , ε , A); вычисление показателя Ляпунова по формуле (2).

В работах [13, 14] описана модификация метода применительно к случаю реальных систем. Эта модификация заключается:

во-первых, в сравнении разложений аналитических выражений (3) в ряд Тейлора до второго порядка малости и выражения

$$\rho_G(x) = A_G \exp[-2B(x - K)^2], \quad (4)$$

определяющего нормальное распределение плотности вероятности (здесь K и B – аналоги математического ожидания и дисперсии, A_G – нормировочный множитель); во-вторых, в установлении с помощью указанных разложений взаимосвязи между параметром D и остальными управляющими параметрами системы в виде

$$D = \frac{\sqrt{\varepsilon\Omega}}{B}. \quad (5)$$

Остальные шаги метода оценки величины условного показателя Ляпунова в данном случае оказываются такими же, как описано выше.

2. Применение метода к нейрофизиологической системе

Применим метод, описанный в предыдущем разделе, для оценки степени синхронности перемежающейся фазовой синхронизации в реальной нейрофизиологической системе. В качестве объекта исследования удобно выбрать данные электроэнцефалограмм (ЭЭГ), снятых с различных областей головного мозга пациентов, страдающих эпилепсией. Известно, что эпилептические ЭЭГ представляют собой перемежающиеся временные реализации, содержащие в себе пик-волновые разряды (ламинарные участки) и чередующиеся с ними области фоновой активности головного мозга (турбулентные участки). Для изучения данного феномена существуют также специально выведенные в лабораториях крысы линии WAG/Rij, которые являются генетической моделью абсанс-эпилепсии. Электроэнцефалографические и клинические признаки абсанс-эпилепсии наблюдаются у 90% крыс этой линии [15], а болезнь прогрессирует с течением жизни животных.

В рамках настоящей работы были изучены ЭЭГ крысы линии WAG/Rij в двух ее состояниях: под влиянием лекарственного препарата клонидин (который способствует усилению эпилептических приступов в течение первых 6–12 часов действия препарата) и без него. Экспериментальные данные были получены специалистами-нейрофизиологами в Радбаут университете Наймегена (Нидерланды) в лаборатории профессора Ж. ван Люжетаалара и в Институте высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН под руководством д.б.н. Е.Ю. Ситниковой [16–18].

В качестве взаимодействующих систем принимались сигналы с двух разных областей головного мозга крысы (каналы FC и R, рис. 1). Фазы для них вводились в рассмотрение при помощи непрерывного вейвлетного преобразования [19]

$$W(s, t) = \frac{1}{\sqrt{S}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t - t_0}{s} \right) dt, \quad (6)$$

с материнским вейвлетом Морле ($\Omega_0 = 2\pi$)

$$\psi^*(v) = \left(\frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \right) \exp(j\Omega_0 v) \exp \left(-\frac{v^2}{2} \right). \quad (7)$$

Таким образом, фаза и разность фаз определяются по формулам

$$\varphi(s, t) = \arg W(s, t), \quad (8)$$

$$\Delta\varphi(t) = \varphi_1(s_{\max}, t) - \varphi_2(s_{\max}, t), \quad (9)$$

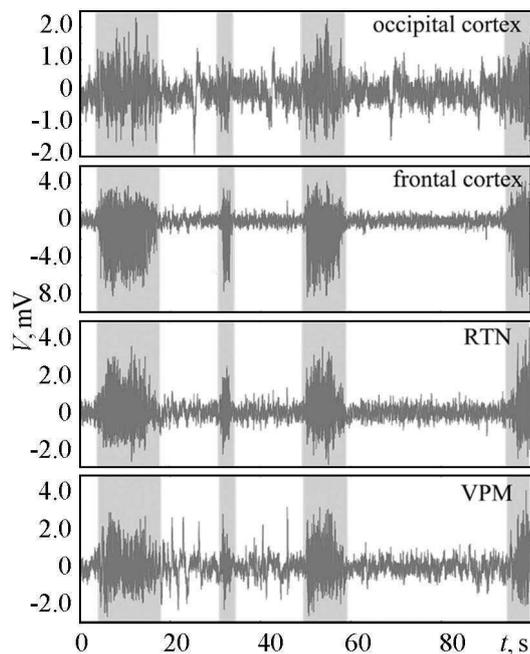


Рис. 1. ЭЭГ 4-х каналов (сверху вниз): затылочная кора, лобная кора, R и V – ядра таламуса

Fig.1. EEG 4 channels (from top to bottom): occipital cortex, frontal cortex, R and V – thalamus nuclei

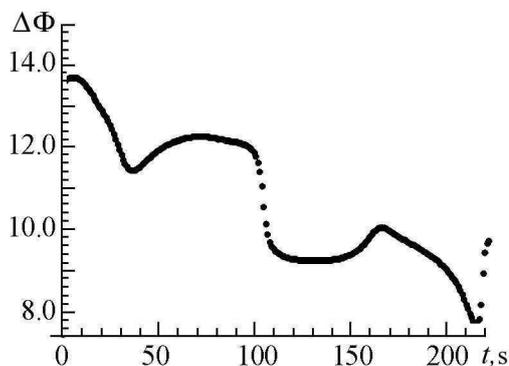


Рис. 2. Временная зависимость разности фаз между сигналами, снятыми с каналов FC и R головного мозга крысы в течение пик-волновых разрядов действия без лекарства

Fig. 2. The time dependence of the phase difference between signals taken from FC and R channels of the rat brain during peak-wave discharges without a drug clonidine

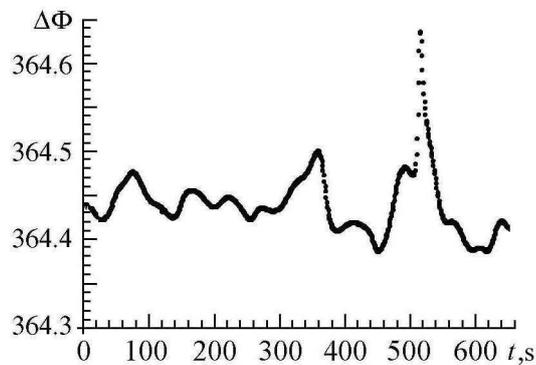


Рис. 3. Временная зависимость разности фаз между сигналами, снятыми с каналов FC и R головного мозга крысы, в течение пик-волновых разрядов под действием лекарства клонидин

Fig. 3. The time dependence of the phase difference between signals taken from the FC and R channels of the rat brain during the peak-wave discharges under the action of the drug clonidine

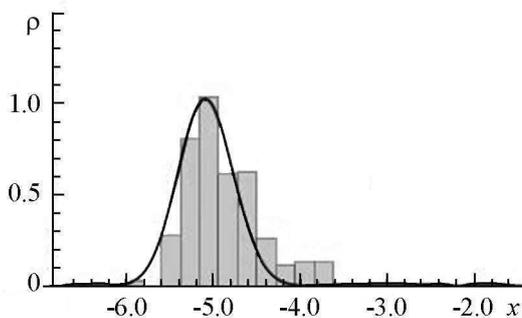


Рис. 4. Распределение плотности вероятности $\rho(x)$, полученное для пик-волновых разрядов (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3) без лекарств

Fig. 4. The probability density distribution $\rho(x)$, obtained for peak-wave discharges (histogram), and its approximation by the law (3) without drugs

где s_{\max} – временной масштаб, соответствующий максимуму интегральной плотности распределения энергии $|W(s, t)|^2$.

Расчет условного нулевого показателя Ляпунова производился в течение пик-волновых разрядов, то есть во время эпилептических приступов.

В ходе проведенных исследований обнаружено, что степень синхронизма пик-волновых разрядов более высокая у крыс под действием лекарства. Оба показателя оказались отрицательными, а их отношения оказалось равным $\Lambda_1/\Lambda_2 = 0.64495$. Рис. 2 и 3 иллюстрируют зависимости разности фаз сигналов, снятых с двух разных каналов головного мозга во время пик-волновых разрядов. Полученные распределения плотности вероятности разности фаз и их аппроксимация закономерностью (3) приведены на рис. 4 и 5.

На рис. 6 представлены графики зависимости нулевого показателя Ляпунова от номера пик-волнового разряда. Из верхнего графика следует, что искомая величина остается постоянной независимо от номера N пик-волнового разряда до момента введения препарата клонидин. Известно, что одно из его фармакологических действий заключается в увеличении продолжительности эпилептических приступов, а следовательно, увеличивается длина пик-волновых разрядов (ламинарных участков). Таким образом показатель Ляпунова должен становиться более отрицательным и оставаться постоянным в течение действия препарата, что и наблюдается на нижнем графике рис. 6.

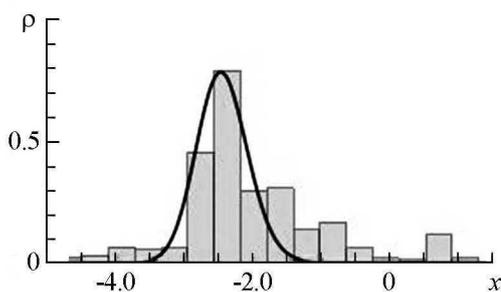


Рис. 5. Распределение плотности вероятности $\rho(x)$, полученное для пик-волновых разрядов (гистограмма), и его аппроксимация закономерностью (3) под действием лекарства клонидин

Fig. 5. The probability density distribution $\rho(x)$ obtained for the peak-wave discharges (histogram), and its approximation by the law (3) under the action of the drug clonidine

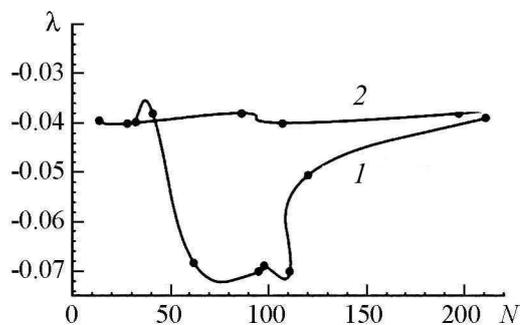


Рис. 6. Зависимости нулевого условного показателя Ляпунова от номера пик-волнового разряда на ЭЭГ крысы линии WAG/Rij в случае воздействия лекарственных препаратов (1) и в их отсутствие (2)

Fig. 6. Dependences of the zero conditional Lyapunov exponent on the number of the peak-wave discharge on the EEG of the WAG / Rij rat in the case of drugs (1) and in their absence (2)

Заключение

Таким образом, в настоящей работе представлены результаты применения метода оценки степени синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации по временному ряду к реальным сигналам. В качестве исследуемых объектов выбраны экспериментальные данные нейрофизиологической природы – сигналы электроэнцефалограмм, снятые с различных областей головного мозга крысы линии WAG/Rij. Выявлена степень перемежающейся фазовой синхронизации крысы линии WAG/Rij без лекарств и под действием препарата клонидин. Продемонстрированы

законы изменения показателя Ляпунова в обоих рассматриваемых случаях. Обнаружено, что пик-волновые разряды лучше синхронизированы под действием лекарства.

Автор выражает благодарность профессорам А.А. Короновскому и А.Е. Храмову за профессиональные замечания и полезные обсуждения; доктору биологических наук Е.Ю. Ситниковой за предоставленные экспериментальные данные ЭЭГ, а доценту М.О. Журавлеву за помощь в их обработке. Отдельную благодарность автор выражает своему научному руководителю О.И. Москаленко за ценные советы и рекомендации по подготовке и оформлению статьи.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-4574.2016.2).

Библиографический список

1. Janson N.B., Balanov A.G., Anishchenko V.S., McClintock P.V.E. Phase synchronization between several interacting processes from univariate data // *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86 (9). Pp. 1749–1752.
2. Bob P., Palus M., Susta M., Glaslova K. EEG phase synchronization in patients with paranoid schizophrenia // *Neuroscience Letters.* 2008. Vol. 447. Pp. 73–77.
3. Анищенко В.С., Постнов Д.Э. Эффект захвата базовой частоты хаотических автоколебаний. Синхронизация странных аттракторов // *Письма в ЖТФ.* 1988. Vol. 14 (6). Pp. 569–573.
4. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76 (11). Pp. 1804–1807.
5. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor-repeller collision and Eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79 (1). Pp. 47–50.
6. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Boccaletti S. Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. 114101.
7. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Ovchinnikov A.A., Boccaletti S. Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // *Phys.Rev.* 2007. Vol. E76. 026206.
8. Куровская М.К. Распределение длительностей ламинарных фаз при перемежаемости «игольное ушко» // *Письма в ЖТФ.* 2008. Т. 34 (24). С. 48–54.
9. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. Zero Lyapunov exponent in the vicinity of the saddle-node bifurcation point in the presence of noise // *Phys. Rev. E.* 2008. Vol. 78. 036212.
10. Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Lyapunov exponent corresponding to enslaved phase dynamics: Estimation from time series // *Phys. Rev. E.* 2015. Vol. 92. 012913.
11. Москаленко О.И., Короновский А.А., Храмов А.Е., Журавлев М.О. Оценка степени синхронности режима перемежающейся фазовой синхронизации по временному ряду: Модельные системы и нейрофизиологические данные // *Письма в ЖЭТФ.* 2016. Т. 103 (8). С. 606–610.
12. Москаленко О.И., Павлов А.С. Способ оценки нулевого условного показателя

- Ляпунова по временному ряду // Письма в ЖТФ. 2014. Т. 40 (12). С. 66–72.
13. Колоскова А.Д., Москаленко О.И. Определение степени синхронности перемежающейся фазовой синхронизации по данным электроэнцефалограмм человека // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43 (10). С. 102–110.
 14. Moskalenko O.I., Koloskova A.D., Zhuravlev M.O., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Intermittent phase synchronization in human epileptic brain // Proc. SPIE. 2017. Vol. 10063. 1006316
 15. Coenen A.M., van Luijtelaar G.L. The Wag/Rij rat model for absence epilepsy: Age and sex factors // Epilepsy Res. 1987. Vol. 1 (5). Pp. 297–301.
 16. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Makarov V.A., Pavlov A.N., Sitnikova E.Yu. Wavelets in Neuroscience. Springer: Heidelberg New York, Dordrecht London, 2015.
 17. Sitnikova E.Yu., Hramov A.E., Koronovskii A.A., van Luijtelaar G. Sleep spindles and spike-wave discharges in EEG: Their generic features, similarities and distinctions disclosed with Fourier transform and continuous wavelet analysis // Journal of Neuroscience Methods. 2009. Vol. 180. Pp. 304–316.
 18. van Luijtelaar G., Hramov A.E., Sitnikova E.Yu., Koronovskii A.A. Spike-wave discharges in WAG/Rij rats are preceded by delta and theta precursor activity in cortex and thalamus // Clinical Neurophysiology. 2011. Vol. 122. Pp. 687–695.
 19. Hramov A.E., Koronovskii A.A. An approach to chaotic synchronization // Chaos. 2004. Vol. 14 (3). Pp. 603–610.

References

1. Janson N.B., Balanov A.G., Anishchenko V.S., McClintock P.V.E. Phase synchronization between several interacting processes from univariate data. *Phys. Rev. Lett.* 2001. Vol. 86 (9). Pp. 1749–1752.
2. Bob P., Palus M., Susta M., Glaslova K. EEG phase synchronization in patients with paranoid schizophrenia. *Neuroscience Letters.* 2008. Vol. 447. Pp. 73–77.
3. Anisichenko V.S., Postnov D.E. Effect of locking of the base frequency of chaotic oscillations. Synchronization of strange attractors. *Soviet Technical Physics Letters.* 1988. Vol. 14 (6). Pp. 569–573 (in Russian).
4. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. Phase synchronization of chaotic oscillators. *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76 (11). Pp. 1804–1807.
5. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor-repeller collision and Eyelet intermittency at the transition to phase synchronization. *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 79 (1). Pp. 47–50.
6. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Boccaletti S. Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization. *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 97. 114101.
7. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Ovchinnikov A.A., Boccaletti S. Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise. *Phys. Rev.* 2007. Vol. E76. 026206.
8. Kurovskaya M.K. Distribution of laminar phases at Eyelet-type intermittency. *Technical Physics Letters.* 2008. Vol. 34 (12). Pp. 1063–1065.
9. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. Zero Lyapunov exponent in the vicinity of the saddle-node bifurcation point in the presence of noise. *Phys. Rev. E.* 2008. Vol. 78. 036212.

10. Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Lyapunov exponent corresponding to enslaved phase dynamics: Estimation from time series. *Phys. Rev. E*. 2015. Vol. 92. P. 012913.
11. Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Zhuravlev M.O. Estimate of the degree of synchronization in the intermittent phase synchronization regime from a time series: Model systems and neurophysiological data. *JETP Letters*. 2016. Vol. 103 (8). Pp. 539–543.
12. Moskalenko O.I., Pavlov A.S. A method of evaluating a zero conditional Lyapunov exponent from time series. *Technical Physics Letters*. 2014. Vol. 40 (6). Pp. 546–548.
13. Koloskova A.D., Moskalenko O.I. Determining the degree of synchronism for intermittent phase synchronization in human electroencephalography data. *Technical Physics Letters*. 2017. Vol. 43 (5). Pp. 499–502.
14. Moskalenko O.I., Koloskova A.D., Zhuravlev M.O., Koronovskii A.A., Hramov A.E. Intermittent phase synchronization in human epileptic brain. *Proc. SPIE*. 2017. Vol. 10063. 1006316.
15. Coenen A.M., van Luijelaar E.L. The Wag/Rij rat model for absence epilepsy: Age and sex factors. *Epilepsy Res*. 1987. Vol. 1 (5). Pp. 297–301.
16. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Makarov V.A., Pavlov A.N., Sitnikova E.Yu. *Wavelets in Neuroscience*. Springer: Heidelberg New York, Dordrecht London, 2015.
17. Sitnikova E.Yu., Hramov A.E., Koronovskii A.A., van Luijelaar G. Sleep spindles and spike-wave discharges in EEG: Their generic features, similarities and distinctions disclosed with Fourier transform and continuous wavelet analysis. *Journal of Neuroscience Methods*. 2009. Vol. 180. Pp. 304–316.
18. van Luijelaar G., Hramov A.E., Sitnikova E.Yu., Koronovskii A.A. Spike-wave discharges in WAG/Rij rats are preceded by delta and theta precursor activity in cortex and thalamus. *Clinical Neurophysiology*. 2011. Vol. 122. Pp. 687–695.
19. Hramov A.E., Koronovskii A.A. An approach to chaotic synchronization. *Chaos*. 2004. Vol. 14 (3). Pp. 603–610.



Колоскова Анастасия Дмитриевна – родилась в Саратове (1995). Окончила с отличием бакалавриат факультета нелинейных процессов Саратовского государственного университета по направлению «Прикладная математика и физика» (2017). Продолжает обучение в магистратуре кафедры нелинейной физики ФНП СГУ. Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент О.И. Москаленко. Занимается научной работой в области хаотической синхронизации и перемежающегося поведения, имеющего место на границе области, принимает участие в НИР, поддержанных грантами Министерства образования и науки РФ. Автор и соавтор статей в центральных реферируемых научных журналах (Письма в ЖТФ, Proceedings of SPIE), входящих в международные системы научного цитирования Web of Science и Scopus. Результаты трудов докладывались на научных конференциях и семинарах различного уровня, от студенческих конференций факультета нелинейных процессов (первое место) до Международных конференций.

Россия, 410012 Саратов, Астраханская, 83
 Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
 Email: kolosk-nastya@yandex.ru