

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТЕЙ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ В СРЕДЕ CST PARTICLE STUDIO**

© 2017 г. *С.А. Куркин, А.А. Бадарин, А.А. Короновский, Н.С. Фролов, А.Е. Храмов\**

\*Саратовский государственный технический университет им. Гагарина, Саратов  
Саратовский национальный исследовательский государственный университет  
им. Чернышевского, Саратов hramovae@gmail.com, badarin.a.a@mail.ru

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-52-04097), гранта Президента РФ для молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-1163.2017.2) и Минобрнауки РФ (№ 3.6723.2017/БЧ).

Настоящая работа посвящена особенностям создания модели виркатора на пролетном токе в среде CST Particle Studio для исследования физических механизмов развития, сосуществования и взаимодействия бурсиановской/пирсовской и диокотронной неустойчивостей в релятивистском электронном потоке. Проведен численный анализ данной системы с использованием пакета CST Particle Studio. Обнаружено развитие численной неустойчивости, приводящей к дополнительной мелкомасштабной модуляции электронного потока по плотности при его движении в системе. Найден характерный временной масштаб неустойчивости и выявлена его связь с пространственным сеточным шагом. Проведено детальное исследование данной численной неустойчивости и предложен метод её подавления средствами среды CST Particle Studio. В работе также представлен ряд важных замечаний, касающихся разработки моделей СВЧ приборов в среде CST Particle Studio.

Ключевые слова: численное моделирование; пучковые неустойчивости; релятивистский электронный поток; модель виркатора; виртуальный катод; CST Particle Studio; PIC-метод; трехмерная электромагнитная модель.

## **MODELING INSTABILITIES IN THE RELATIVISTIC ELECTRONIC STREAM IN THE MEDIUM CST PARTICLE STUDIO**

*S.A. Kurkin, A.A. Badarin, A.A. Koronovskii, N.S. Frolov, A.E. Hramov\**

\*Yuri Gagarin State Technical University, Saratov  
Saratov State University, Saratov

We report on the features of the development of the classic vircator model in the CST Particle Studio for the investigation of the physical mechanisms of the development, coexistence and interaction of Pierce/Bursian and diocotron instabilities in relativistic electron beam. The numerical analysis of such model with the help of CST Particle Studio was carried out. We have revealed the development of the numerical instability leading to the additional small-scale space charge density modulation in the electron beam during its motion in the system. We have found out the character time scale of the instability and identified its relation with a spatial mesh step. We have conducted the study of the instability and offered the method of its suppression by the CST Parti-

cle Studio tools. A few important notes concerning the development of models of microwave devices in CST Particle Studio are presented.

Key words: numerical simulation; beam instabilities; relativistic electron beam; vircator model; virtual cathode; CST Particle Studio; PIC-method; 3D electromagnetic model.

## 1. Введение

Релятивистские электронные потоки (РЭП) имеют огромное значение для современной физики плазмы и высокоомощной вакуумной СВЧ и ТГц электроники в связи с широким спектром применений в различных областях, таких как нагрев плазмы, ядерный синтез с инерционным удержанием плазмы, генерация и усиление высокоомощного СВЧ излучения и других. Хорошо известно, что интенсивные РЭП демонстрируют сложные режимы динамики, включая развитие различных типов неустойчивостей, таких как пирсовская, бурсиановская, тококонвективная, слиппинг, диокотронная и другие неустойчивости [1,2]. С одной стороны, развитие в пучке некоторых из этих неустойчивостей может играть положительную роль. Например, пирсовская и бурсиановская неустойчивости приводят к формированию нестационарного виртуального катода (ВК) в электронном потоке со сверхкритическим током [3-5], что используется в перспективном классе приборов электроники больших мощностей – генераторах и усилителях на ВК [3,6,7]. С другой стороны, неустойчивости в РЭП могут иметь и отрицательное влияние на функционирование высокоомощных СВЧ и ТГц приборов, ускорителей, систем нагрева плазмы и ядерного синтеза с инерционным удержанием плазмы и др. за счет того, что накладывают определенные ограничения на режимы их работы [1,2]. Например, диокотронная и слиппинг неустойчивости существенно влияют на геометрию интенсивного пучка при его распространении в системе за счет развития азимутальных и радиальных неоднородностей в РЭП (филаментация потока), в частности, к формированию вихревых и спиральных структур [8-11]. Данные эффекты обычно нежелательны для нормального функционирования электронных приборов, приводя к нарушению эффективного взаимодействия пучка с полем и аномальному уровню шумов. Диокотронная и слиппинг неустойчивости часто развиваются в высокоомощных СВЧ генераторах, коллиматорных системах в высокоэнергетических ускорителях (например, Тэватроне или Большом адронном коллайдере в ЦЕРНе), в ловушке Пеннинга и т.п. Таким образом, подавление или контроль данных неустойчивостей является важной проблемой для разработки систем высокоомощной электроники, ядерного синтеза с инерционным удержанием плазмы, ускорителей и других систем. В то же время диокотронная и слиппинг неустойчивости могут быть полезными для разработки новых методов генерации высокоомощного электромагнитного излучения (см., например, [8], где показан эффект СВЧ генерации за счёт филаментации электронного потока, удерживаемого магнитным полем, и образования в нём вихревых структур).

Заметим, что в интенсивных потоках заряженных частиц часто могут обеспечиваться условия для одновременного развития нескольких неустойчивостей [12-14]. Наиболее типичная ситуация для РЭП – это сосуществование бурсиановской/пирсовской и диокотронной/слиппинг неустойчивостей [15]. Такие сложные режимы динамики до недавнего времени оставались слабо изученными, и их исследование имеет важное значение для устройств электроники больших мощностей, особенно для оптимизации виркаторов, в которых бурсиановская/пирсовская и диокотронная/слиппинг неустойчивости

часто сосуществуют, что существенно влияет на характеристики их генерации [12,13,15, 16]. Исследование особенностей одновременного развития нескольких неустойчивостей является сложной научной проблемой, решение которой практически невозможно без привлечения современных эффективных средств полномасштабного численного 3D моделирования электронно-волновых систем, т.к. сложные нелинейные процессы, происходящие в подобных системах не поддаются полному аналитическому описанию, а проведение детальных экспериментальных исследований является трудоемким и дорогостоящим.

Данная работа посвящена особенностям разработки математической модели и численного моделирования сложных процессов при развитии и взаимодействии неустойчивостей в РЭП в среде CST Particle Studio [17-19]. В работе представлены результаты детального численного анализа физических механизмов сосуществования, одновременного развития и взаимодействия бурсиановской и диокотронной неустойчивостей в РЭП в модели виркатора. В статье большое внимание уделяется обсуждению и изучению нефизических эффектов, связанных с моделированием интенсивных протяженных пучков, и методам их подавления в среде CST Particle Studio.

Выбор CST Particle Studio в качестве среды для моделирования обусловлен её универсальностью и рядом других преимуществ. Моделирование процессов в такой системе базируется на методе "крупных частиц", который хорошо апробирован в электронике [20-26]. Расчет собственных электромагнитных полей электронного пучка и электродинамических систем в данной программе основан на решении уравнений Максвелла в трех пространственных измерениях. Главной особенностью CST Particle Studio является возможность проведения эффективного численного полностью электромагнитного трехмерного моделирования электронных приборов с высокой степенью точности и достоверности. Методы, используемые в данном программном пакете, позволяют рассматривать его как мощный и универсальный инструмент, дополняющий и в некоторой степени заменяющий экспериментальные исследования.

Тем не менее, несмотря на сильные стороны CST Particle Studio, данный программный пакет не лишён недостатков, свойственных средам моделирования такого рода, главный из которых – появление различных численных эффектов, приводящих к искажению результатов моделирования. Одним из подобных эффектов, свойственных задачам физики плазмы и электроники, является развитие различных численных неустойчивостей, которые часто тяжело отличить от реальных физических неустойчивостей [27].

Суммируя сказанное выше, необходимо отметить, что чёткое разделение численных и физических неустойчивостей, а также их исследование являются важными и актуальными задачами для специалистов по численному моделированию, работающих в области СВЧ электроники, радиофизики и физики плазмы.

## **2. Описание модели. Особенности численного моделирования**

В качестве исследуемой модели рассматривалась модель релятивистского виркатора на пролетном токе (см. рис. 1а), представляющая собой идеально проводящий цилиндрический волновод (камеру дрейфа) длиной  $L$  и радиусом  $R$ , в который с левой стороны инжектируется аксиально симметричный моноскоростной кольцевой релятивистский электронный пучок (РЭП) с током  $I$  и начальной энергией  $W$  (в данной работе энергия пучка равнялась 850 кэВ). С правой стороны располагается коаксиальный волноводный

вывод мощности. Электроны могут покидать пространство дрейфа, оседая на боковых стенках волновода или на правой стороне камеры дрейфа (коллекторе). Геометрические параметры системы были выбраны следующими:  $L=45$  мм,  $R=10$  мм,  $R_b=5$  мм,  $d=1.5$  мм. Резонансные свойства системы слабо проявляются в силу сверхразмерности структуры по отношению к длине волны, соответствующей основной частоте генерации виркатора. Внешнее однородное магнитное поле с индукцией  $B_z = B_0 \in [0, 2]$  Тл прикладывается вдоль оси волновода. Предполагается, что инжектируемый в систему РЭП формируется с помощью магнитоизолированного диода [28].

Принимая во внимание, что при анализе релятивистских пучков необходимо учитывать эффекты, несущественные для слаборелятивистских систем, в частности, влияние собственных магнитных полей РЭП [13,16], для проведения корректного численного моделирования процессов в релятивистском виркаторе необходимо использовать трехмерный электромагнитный самосогласованный код. Представленные в данной работе результаты были получены с использованием вычислительной среды CST Particle Studio [29].

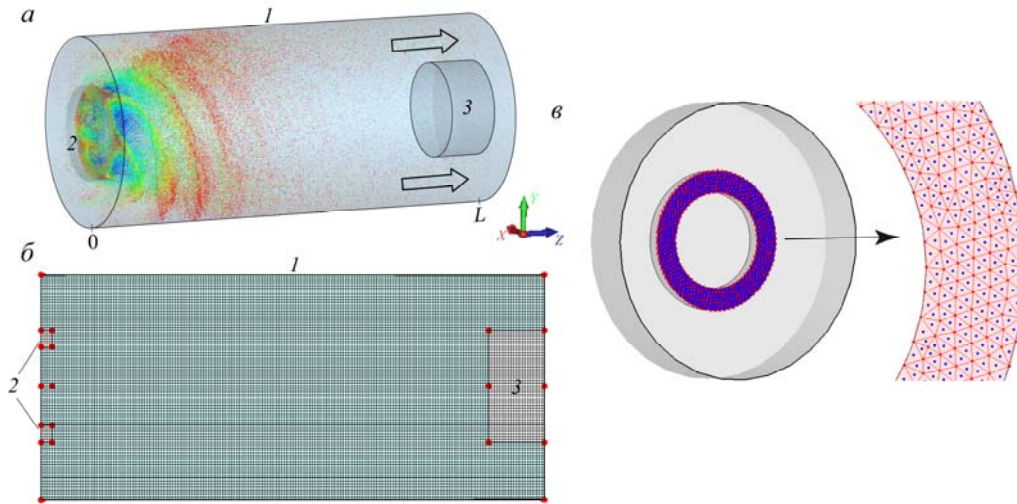
Остановимся подробнее на особенностях моделирования пучково-плазменных систем в CST Particle Studio. Разработку модели удобно осуществлять, создавая вакуумные полости (вырезы) в фоновом пространстве, заполненном некоторым материалом (в данной работе в качестве фонового материала используется идеальный проводник). Построение модели данным способом позволяет уйти от конечной толщины стенок прибора, что, во-первых, облегчает разработку исследуемой модели, а, во-вторых, сокращает время расчета за счет уменьшения количества узлов пространственной сетки. Постоянное внешнее магнитное поле задается с помощью инструмента Analytic Magnetic Source Field.

Для корректного моделирования процессов, происходящих в исследуемой системе, перед началом расчетов следует оценить и задать примерный диапазон частот, предположительно соответствующий протекающим в системе процессам. Следует отметить, что данный частотный диапазон является одним из наиболее важных параметров при моделировании, так как он определяет пространственный (шаг сетки) и временной (шаг по времени) масштабы при моделировании. Соответствие между пространственным и временным шагами вычисляется автоматически, исходя из условия устойчивости конечно-разностной схемы – критерия Куранта-Фридрихса-Леви [30].

При моделировании сильно неустойчивых систем, подобных рассматриваемой в данной работе модели, не менее важным является корректное задание пространственной сетки. Необходимо стараться, чтобы разбиение сетки было максимально однородным, особенно это касается областей системы с максимальными плотностями пространственного заряда, например, области виртуального катода в рассматриваемой модели. Изменяющийся пространственный шаг сетки вносит искусственные неоднородности полей скорости/плотности, что может способствовать развитию численных неустойчивостей.

В данной работе пушечная часть прибора не моделируется, а предполагается, что сформированный кольцевой электронный поток с заданными током и энергией инжектируется в эквипотенциальное пространство дрейфа. Подобный подход сильно упрощает создание модели и значительно сокращает время расчетов, а также дает возможность сделать упор на исследование процессов, происходящих непосредственно в релятивистском электронном потоке при его распространении в эквипотенциальной трубе дрейфа.

В дальнейшем возможно провести усложнение модели с учетом пушечной части. Подобный подход является достаточно распространенным для электроники и физики плазмы.



**Рис.1.** *a* – вид сбоку исследуемой модели с пучком при  $I_0 = 50$  кА,  $B_0 = 4$  кГс, здесь *1* – цилиндрическая эквипотенциальная камера дрейфа, *2* – эмиттер (плоскость инжекции), *3* – цилиндрический коллектор; *б* – разбиение пространственной сетки в плоскости (*Y*, *Z*); *в* – разбиение эмитирующей поверхности на элементарные эмиттеры.

Эмиссия электронного потока в систему осуществляется с кольцевого элемента из идеально проводящего материала, на торцевой части которого задается специальный объект среды CST Particle Studio – “Particle Area Source” (см. рис.1в). Данный объект равномерно аппроксимирует выбранную область треугольной сеткой и в центр каждого треугольника сетки помещает элементарный источник заряженных частиц, который каждый момент времени испускает одну макрочастицу. Также задать эмиссионную поверхность можно с помощью объекта “Particle Circular Source”, который равномерно разбивает выбранную кольцевую область на сегменты. В данной работе используется “Particle Area Source” и модель постоянной эмиссии (DC emission), в которой величина инжектируемого тока описывается гладкой ступенчатой функцией со временем нарастания до постоянного значения  $\tau$ , а энергия эмитируемых частиц задана и не изменяется. Количество эмиттеров следует выбирать из расчета – не менее одного эмиттера на одну ячейку сетки пространства, примыкающего к эмитирующей поверхности.

В качестве граничных условий для рассматриваемой модели используются электрические граничные условия, т.е. тангенциальная составляющая электрического поля на границах равна 0.

Вывод мощности из системы осуществляется с помощью специального объекта среды CST Particle Studio – волноводного порта (Waveguide Port), подключенного к выходной (коллекторной) части модели. Данный инструмент моделирует бесконечно длинный, идеально согласованный волновод, геометрия сечения которого определяется формой границы системы, к которой он подключен. В настройках волноводного порта необходимо указать количество учитываемых волноводных мод и частоту, относительно которой будут рассчитываться основные характеристики мод, в частности, волновое зату-

хание и сопротивление. Заметим также, что результаты расчетов волноводного порта содержат информацию о частоте отсечки для каждой из мод.

Хорошо известно, что частота отсечки возрастает при увеличении номера волноводной моды, поэтому количество учитываемых мод следует ограничить таким образом, чтобы частота генерируемого излучения была выше частоты отсечки для всех рассматриваемых мод. После создания модели необходимо провести ряд тестовых расчетов для корректировки заданного частотного диапазона и, соответственно, количества учитываемых мод.

При возникновении задач, связанных с расчетом собственных мод электродинамических структур, использовался входящий в состав CST Particle Studio солвер Eigenmode.

### 3. Анализ численной неустойчивости электронного пучка в CST PS

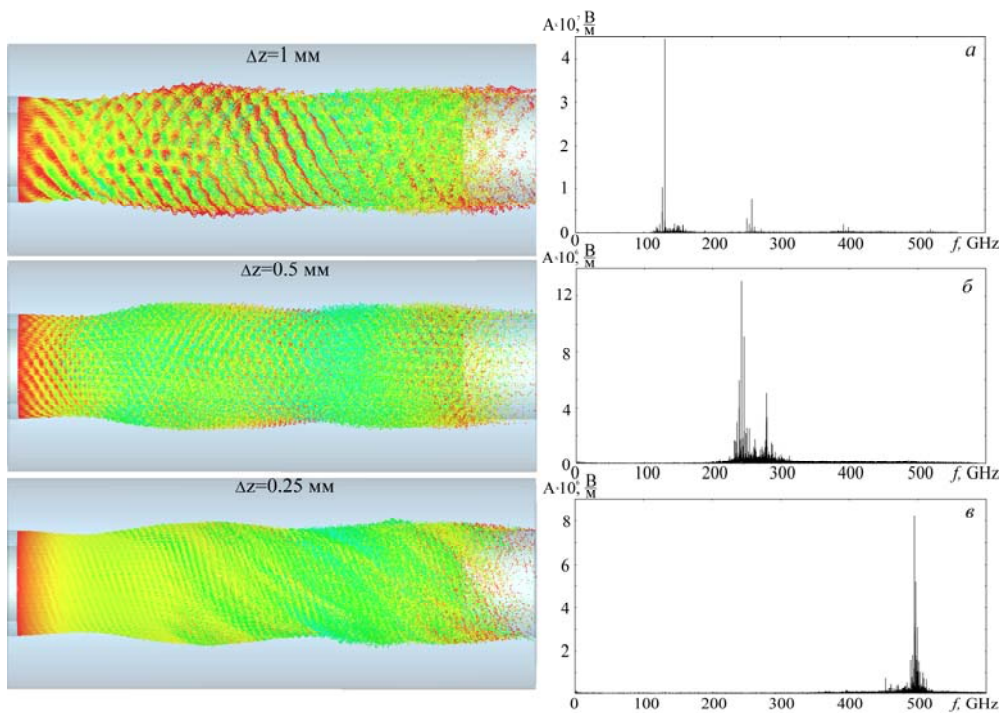
В ходе проведенных тестовых расчетов в CST PS была обнаружена новая численная неустойчивость, свойственная моделям с интенсивными электронными пучками (особенно с РЭП), либо длинным системам. Особенностью данной неустойчивости является то, что её нельзя подавить, используя описанные выше рекомендации. Для её анализа рассмотрим упрощенную систему, которая была описана в разделе 2. Инжектируемый ток в систему был выбран докритическим, то есть фактически исследуемая модель представляет из себя вакуумную трубу дрейфа, через которую пролетает электронный поток, оседающий впоследствии на коллекторе и на стенках трубы дрейфа. На примере данной системы также продемонстрируем особенности, связанные с разделением физических и численных неустойчивостей.

Обнаруженная численная неустойчивость приводит к образованию характерной “ряби” в пучке (см. рис.2). Было установлено, что характерный размер образующихся электронных структур определяется пространственным шагом по сетке вдоль распространения пучка и практически не зависит от разбиения в перпендикулярной плоскости, что говорит о численной природе данного явления.

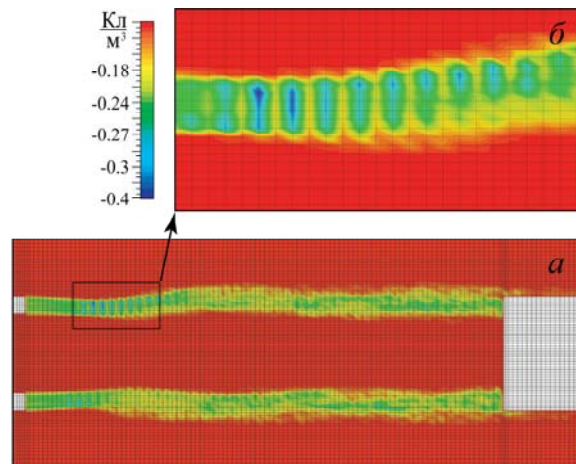
Последнюю особенность хорошо иллюстрирует рис.2, на котором изображены характерные конфигурационные портреты пучка и соответствующие им спектры колебаний электрического поля для различных шагов сетки вдоль распространения потока. Из рисунка видно, что с уменьшением шага  $\Delta z$  наблюдается уменьшение характерного размера образующихся в пучке структур. Одновременно с этим частота в спектре, связанная с развитием численной неустойчивости, возрастает обратно пропорционально  $\Delta z$ .

Заметим, что данная неустойчивость приводит к образованию волны пространственного заряда в пучке, при этом длина волны равна  $2\Delta z$ , что хорошо видно из рис.3, на котором изображено распределение плотности пространственного заряда в системе с наложенной на него пространственной сеткой. На увеличенном фрагменте здесь видно, что расстояние между соседними сгустками равно  $2\Delta z$ .

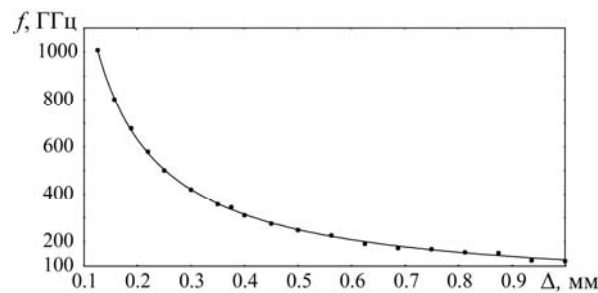
Рассмотрим зависимость основной частоты колебаний напряженности электрического поля от характерного размера ячейки пространственной сетки  $\Delta$  (данная зависимость построена при равномерном разбиении сетки, т.е.  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ ), которая изображена на рис.4. Видно, что частота обратно пропорциональна  $\Delta$ , причем данная зависимость хорошо аппроксимируется функцией  $f = 126 / \Delta$  (см. рис.4, сплошная линия). Здесь стоит также отметить, что частота определяется только размерами ячейки и не зависит от энергии и тока пучка.



**Рис.2.** Характерные конфигурационные портреты пучка и соответствующие им спектры продольных колебаний напряжённости электрического поля в области пучка, полученные при  $V=1$  Тл и  $I=6$  кА. Фрагменты *а*, *б*, *в*, соответствуют различным разбиениям пространственной сетки в продольном направлении: *а*)  $\Delta z = 1$  мм; *б*)  $\Delta z = 0.5$  мм; *в*)  $\Delta z = 0.25$  мм.



**Рис.3.** *а* – Характерное распределение плотности пространственного заряда в системе с наложенной пространственной сеткой при развитии численной неустойчивости. *б* – увеличенный фрагмент. В области развития неустойчивости  $\Delta z = 0.25$  мм.



**Рис.4.** Зависимость частоты колебаний напряжённости электрического поля от характерного размера ячейки пространственной сетки  $\Delta$  при равномерном разбиении ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$ ). Точки соответствуют результатам численного моделирования, сплошная линия – аппроксимация функцией  $f = 126 / \Delta$ .

Рассчитывая фазовую скорость волны пространственного заряда неустойчивости, получаем, что  $v_\phi = 0.84 c$ , где  $c$  – скорость света, т.е. фазовая скорость волны является величиной постоянной и не зависит от разбиения пространственной сетки.

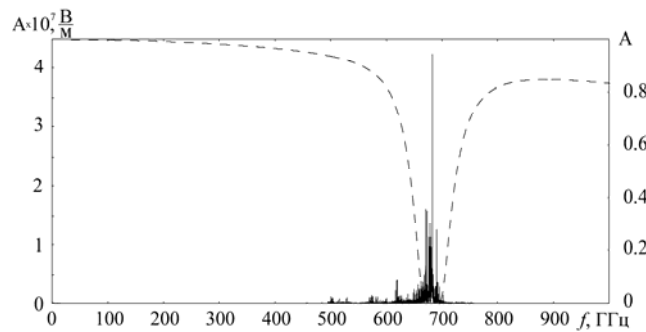
Анализ влияния величины инжектируемого тока на развитие численной неустойчивости показал, что увеличение тока сначала приводит к росту амплитуды напряжённости по степенному закону  $A \sim I^{1.3}$ , затем при токе, большем некоторого характерного значения, наблюдается увеличение скорости роста амплитуды:  $A \sim I^{5.8}$ . Дальнейшее увеличение тока приводит к насыщению роста.

Заметим, что в [31] было показано, что в CST PS для некоторых систем (подобных ЛОВ, ЛБВ и др.) характерно развитие хорошо известной численной неустойчивости Черенкова, которая обычно приводит к срыву механизмов генерации. Для борьбы с данной неустойчивостью авторы предлагают два метода. Первый заключается в уменьшении шага сетки вдоль распространения электронного потока. Второй – во введении искусственного дисперсионного материала, который в области рабочих частот соответствует вакууму, а для диапазона частот, характерных неустойчивости, является затухающим (такая возможность реализована в версии CST PS 2016). Следует отметить, что второй способ является более предпочтительным, так как уменьшение шага пространственной сетки приводит к значительному увеличению затрат машинного времени.

Обратим внимание на то, что описанная в начале данного раздела обнаруженная численная неустойчивость схожа с численной неустойчивостью Черенкова, однако имеет принципиальные отличия. Во-первых, её характеристики не зависят от начальной скорости электронного потока. Характерная частота неустойчивости определяется только дискретизацией пространственной сетки. Во-вторых, уменьшение шага пространственной сетки не приводит к подавлению неустойчивости.

Борьба с обнаруженной неустойчивостью возможно так же, как и с численной неустойчивостью Черенкова – введением подходящего дисперсионного материала, который будет способствовать затуханию электромагнитного поля на характерных частотах. Пример передаточной характеристики такого дисперсионного материала представлен на рис.5. Материал следует задавать таким образом, чтобы его передаточная характеристика была максимально близка к единице (как у вакуума) в области исследуемых частот, а в области частот неустойчивости стремилась к нулю.





**Рис.5.** Зависимость передаточной характеристики дисперсионного материала от частоты электромагнитной волны (пунктирная линия); спектр колебаний напряжённости электрического поля в области распространения пучка (сплошная линия).

Заметим, что в рассматриваемых виркаторных системах данная неустойчивость обычно не развивается или не оказывает заметного влияния, так как, во-первых, пространство взаимодействия виркатора достаточно короткое, поэтому обнаруженная неустойчивость, как правило, не успевает развиться; во-вторых, время развития бурсиановской/пирсовской неустойчивости значительно меньше времени развития численной неустойчивости; в-третьих, колебания виртуального катода являются интенсивными, что препятствует искусственной группировке электронного потока вследствие развития численной неустойчивости. Тем не менее, при моделировании в CST PS длинных систем, систем с током ниже предельного вакуумного тока или виркаторов в слабонадкритическом режиме следует иметь в виду, что возможно развитие и влияние рассмотренной здесь численной неустойчивости.

#### 4. Физические механизмы развития неустойчивостей в интенсивных релятивистских электронных потоках

Помимо численной неустойчивости в рассматриваемой системе обнаружена возможность одновременного развития и взаимодействия физических неустойчивостей: бурсиановской и диокотронной. Рассмотрим основные результаты, полученные с использованием описанной в разделе 2 модели.

Прежде всего, напомним, что диокотронная неустойчивость в потоке заряженных частиц – это сдвиговая неустойчивость, которая возбуждается сдвигом компоненты дрейфовой скорости заряженных частиц, перпендикулярной к ведущему магнитному полю, и приводит к филаментации потока и часто – к формированию вихревых структур [32,33]. Данная неустойчивость наблюдается во многих плазменных системах, включая атмосферы планет, магнитосферы пульсаров, северное сияние, потоки заряженных частиц и др. [34].

Бурсиановская неустойчивость [35,36] возникает в потоках заряженных частиц, распространяющихся в камерах дрейфа, вследствие наличия нескомпенсированного пространственного заряда, приводящего к провисанию потенциала в системе. Основное условие для развития бурсиановской неустойчивости в электронном потоке – это превышение током пучка критического значения (так называемого предельного вакуумного тока или тока Богданкевич-Рухадзе) [37]. В данном случае в области провисания потенциала формируется плотное облако замедленных электронов (электронный сгусток, со-

ответствующий виртуальному катоду). Виртуальный катод отражает часть электронов обратно к плоскости инжекции или на боковую стенку камеры дрейфа и обычно характеризуется сложной нестационарной динамикой [12,16,38,39].

Условия для одновременного развития двух указанных выше неустойчивостей часто выполняются в рассматриваемой виркаторной системе с интенсивным РЭП. С помощью разработанной модели исследуем физические процессы, происходящие в РЭП во время развития неустойчивостей для характерных параметров модели ( $I_0 = 40$  кА и  $B_0 = 0$  Тл), которые соответствуют случаю совместного развития диокотронной и бурсиановской неустойчивостей.

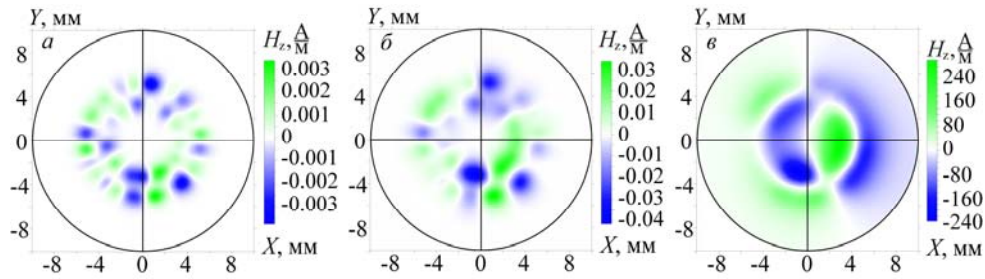
Итак, в начале распространения РЭП в азимутальном направлении начинает формировать один электронный сгусток. Это начальная стадия развития диокотронной неустойчивости, которая возникает вследствие наличия в системе градиента (сдвига) скорости  $\partial v_\phi / \partial r \neq 0$ . Причем сгусток начинает формироваться в области, где азимутальная скорость меняет знак с плюса на минус, и две различных части пучка двигаются навстречу друг другу. Заметим, что величины азимутальной скорости и плотности пространственного заряда малы на начальном этапе развития неустойчивости.

Бурсиановская неустойчивость развивается параллельно с диокотронной по причине того, что ток пучка существенно превышает критическое значение  $I_{SCL} \approx 8$  кА. Следствием этого является рост плотности пространственного заряда и, как результат, формирование ВК. Кроме того, одновременно с этим начинает формироваться второй электронный сгусток в азимутальном направлении и разрушаться первый. В итоге, система демонстрирует установившуюся конфигурацию РЭП после длительного переходного процесса, определяемого развитием и взаимодействием неустойчивостей. Данная конфигурация характеризуется наличием трех вращающихся электронных сгустков. Фактически они являются ВК со сложной конфигурацией в азимутальном направлении, и электроны отражаются преимущественно от них. Вращение сгустков определяется их разрушением вследствие отражений электронов и формированием новых сгустков по азимуту рядом с разрушенными.

Другими словами, волна пространственного заряда (волна возмущения) возбуждается в РЭП в азимутальном направлении в результате взаимодействия неустойчивостей: диокотронная неустойчивость ведет к филаментации РЭП, а бурсиановская – к отражениям электронов и дальнейшему вращению сгустков. Важно заметить, что бурсиановская неустойчивость способствует развитию диокотронной, т.к. она существенно увеличивает плотность пространственного заряда в области около плоскости инжекции и, как следствие, инкремент развития диокотронной неустойчивости благодаря возрастанию градиента скорости [8,10,11].

Рассмотрим физические причины, ответственные за развитие диокотронной неустойчивости в системе. Наличие внешнего магнитного поля не является обязательным условием для возникновения неустойчивости вследствие возбуждения собственных электромагнитных полей электродинамической структуры интенсивным высокоэнергетическим РЭП. Наиболее существенное влияние на развитие диокотронной неустойчивости оказывает продольная компонента суммы индуцированного и собственного магнитного поля РЭП; она характеризуется наличием ряда локальных экстремумов магнит-

ных микрополей, генерируемых радиальными микротоками, создаваемыми отдельными локальными группами электронов.

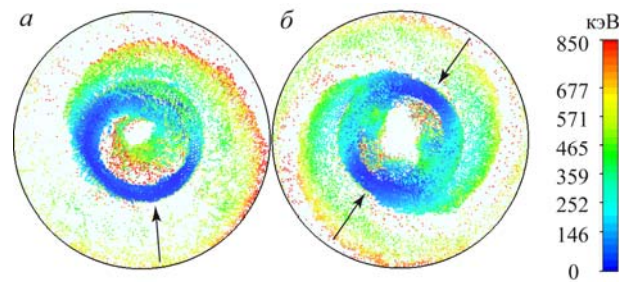


**Рис.6.** Распределение продольной компоненты напряжённости магнитного поля  $H_z$  в плоскости  $(x,y)$  в моменты времени:  $t=0.005$  нс (а),  $t=0.015$  нс (б) и  $t=0.15$  нс (в) для тока  $I_0=40$  кА без внешнего магнитного поля.

В то же самое время в начале импульса тока фронт РЭП возбуждает широкий низ-коамплитудный спектр собственных мод электродинамической системы. Одна из мод, которая наилучшим образом соответствует конфигурации собственных полей РЭП и имеет частоту, близкую к характерной частоте пучка (плазменной частоте, зависящей от тока пучка и лежащей в рассматриваемых случаях в диапазоне 15–50 ГГц), нарастает с течением времени. Данный эффект выражается в установлении в системе определенной конфигурации магнитного поля, соответствующей возбуждаемой моде. При этом в переходный момент времени отдельные микрополя объединяются, приближая структуру магнитного поля к развитой конфигурации поля моды (см. рис.6). Подчеркнем, что бурсиановская неустойчивость способствует возбуждению данной собственной моды электродинамической системы, формируя характерное распределение собственного электрического поля высокой интенсивности с провисанием потенциала.

Характерная конфигурация в поперечном сечении  $(x, y)$  продольной компоненты магнитного поля возбуждаемой моды, особенностью которой является наличие областей смены знака поля, заставляет разные части РЭП двигаться навстречу друг другу в азимутальном направлении ( $\partial v_\phi / \partial \phi \neq 0$ ). В результате в областях, где  $H_z$  меняет знак, формируются электронные сгустки – происходит филаментация РЭП. Заметим, что относительно слабое магнитное поле возбуждаемой моды играет существенную роль только на начальном этапе развития неустойчивостей, когда собственное продольное магнитное поле РЭП принимает ту же конфигурацию, что и мода. Дальнейшая динамика пучка определяется преимущественно самосогласованными полями РЭП.

В ходе анализа режимов динамики неустойчивого РЭП с изменением управляющих параметров в рассматриваемых диапазонах было обнаружено, что система демонстрирует режимы с  $N=1 \div 7$  электронными сгустками в азимутальном направлении в случае токов РЭП выше критического (см. рис.7). Основная тенденция, которая прослеживается при моделировании такова, что с ростом тока пучка при различных величинах внешнего магнитного поля наблюдается последовательное переключение динамики РЭП от режима с  $N=1$  к режиму с  $N=7$  сгустками, причем данная тенденция более четко выражена в случае относительно сильных внешних магнитных полей  $B > 1.5$  Тл [15].



**Рис.7.** Проекция мгновенных положений заряженных частиц электронного потока (конфигурационные портреты) на поперечное сечение  $(x, y)$  при  $I_0 = 30$  кА,  $B_0 = 4$  кГс (а, режим с  $N=1$  электронным сгустком),  $I_0 = 30$  кА,  $B_0 = 6$  кГс (б,  $N=2$ ). На конфигурационных портретах показаны только частицы, располагающиеся за плоскостью проекции; стрелки показывают области формирующихся в РЭП электронных сгустков; градиентом оттенка показана энергия электронов.

### Заключение

В работе в среде CST Particle Studio построена и подробно описана модель интенсивного РЭП для изучения развития и взаимодействия в нём неустойчивостей. Проведены численное моделирование сложной динамики РЭП и анализ физических механизмов сосуществования, одновременного развития и взаимодействия бурсиановской и диокотронной неустойчивостей в ненейтральном РЭП в классической релятивистской модели виркатора. Обнаружена и исследована новая численная неустойчивость в электронном потоке, приводящая к появлению характерной “ряби” в пучке. Предложен метод борьбы с данной неустойчивостью. Также в работе представлен ряд важных замечаний, сделанных на основании накопленного опыта и касающихся разработки моделей СВЧ приборов в среде CST Particle Studio.

Н.С. Фролов выражает благодарность Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 16-32-60107) за индивидуальную поддержку научных исследований.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R.C. Davidson. Physics of Nonneutral Plasmas. Imperial College Press and World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2001.
2. R.C. Davidson and H. Qin. Physics of Intense Charged Particle Beams in High Energy Accelerators. World Scientific Publishing Company, 2001.
3. А.Е. Дубинов, В.Д. Селемир. Электронные приборы с виртуальным катодом. Обзор // Радиотехника и электроника, 2002, т.47, №6, с.645-672; англ. пер.: A.E. Dubinov, V.D. Selemir. Electronic devices with virtual cathodes (review) // J. Communication Technology and Electronics, 2002, v.47, №6, p.575-600.
4. A.S. Shlapakovski, T. Queller, Yu.P. Bliokh, and Ya.E. Krasik. Investigations of a double-gap viricator at sub-microsecond pulse durations // IEEE Transactions on Plasma Sciences, 2012, v.40, №6, p.1607-1617.
5. J. Benford, J.A. Swegle, and E. Schamiloglu. High Power Microwaves. Series in Plasma Physics. CRC Press, Taylor and Francis Group, third edition edition, 2016.
6. S.A. Kurkin, N.S. Frolov, A.O. Rak, A.A. Koronovskii, A.A. Kurayev, and A.E. Hramov. High-

- power microwave amplifier based on overcritical relativistic electron beam without external magnetic field // *Applied Physics Letters*, 2015, v.106, №153503, p.1-5.
7. *J. Ju, D. Cai, G. Du, Y. Wang, L. Liu, and J. Zhang*. Characterization of cesium iodide-coated carbon-fiber aluminum cathode for an s-band high-efficiency vircator // *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2015, v.43, №10, p.3522-3526.
  8. *A.L. Peratt and C.M. Snell*. Microwave generation from filamentation and vortex formation within magnetically confined electron beams // *Phys. Rev. Lett.*, 1985, v.54, p.1167-1170.
  9. *J.A. Rome and R.J. Briggs*. Stability of sheared electron flow // *The physics of fluids*, 1972, v.15, №5, p.796-804.
  10. *И.Н. Карташов, М.В. Кузелев*. Нелинейная динамика диокотронной неустойчивости // *Физика плазмы*, 2010, т.36, №6, с.566-574;  
англ. пер.: *I.N. Kartashov, M.V. Kuzelev*. Nonlinear dynamics of diocotron instability // *Plasma Phys. Rep.*, 2010, v.36, p.524.
  11. *V.V. Mikhailenko, J.S. Kim, Y.H. Jo, V.S. Mikhailenko, and H.J. Lee*. Non-modal analysis of the diocotron instability for cylindrical geometry with conducting boundary // *Physics of Plasmas*, 2014, v.21, № 052105, p.1-2.
  12. *S.A. Kurkin, A.A. Badarin, A.A. Koronovskii, and A.E. Hramov*. Higher harmonics generation in relativistic electron beam with virtual cathode // *Physics of Plasmas*, 2014, v.21, p.093105.
  13. *A.E. Hramov, S.A. Kurkin, A.A. Koronovskii, and A.E. Filatova*. Effect of self-magnetic fields on the nonlinear dynamics of relativistic electron beam with virtual cathode // *Physics of Plasmas*, 2012, v.19, № 112101.
  14. *С.А. Куркин, А.А. Короновский, А.Е. Храмов*. Особенности формирования и динамики виртуального катода с учетом собственных магнитных полей релятивистского электронного потока // *Физика плазмы*, 2013, №39, №4, с.333-344.  
англ. пер.: *S.A. Kurkin, A.A. Koronovskii, A.E. Hramov*. Specific features of virtual cathode formation and dynamics with allowance for the magnetic self-field of a relativistic electron beam // *Plasma Physics Reports.*, 2013, v.39, №4, p.296-306.
  15. *S.A. Kurkin, A.A. Badarin, A.A. Koronovskii, and A.E. Hramov*. The development and interaction of instabilities in intense relativistic electron beams // *Physics of Plasmas*, 2015, v.22, №12.
  16. *S.A. Kurkin, A.E. Hramov, and A.A. Koronovskii*. Microwave radiation power of relativistic electron beam with virtual cathode in the external magnetic field // *Applied Physics Letters*, 2013, v.103, № 043507.
  17. CST AG, User Manual, CST Particle Studio, Darmstadt, Germany, 2011.
  18. *M. Clemens and T. Weiland*. Discrete electromagnetism with the finite integration technique // *Prog. Electromagn. Res.*, 2001, v.32, p.65-87.
  19. *B. Krietenstein, R. Schuhmann, P. Thoma, and T. Weiland*. The perfect boundary approximation technique facing the big challenge of high precision field computation / *Proc. 19th Int. Linear Accel. Conf.*, Chicago, IL, USA, 1998, p.860-862.
  20. *А.Е. Храмов, С.А. Куркин, Е.Н. Егоров, А.А. Короновский, Р.А. Филатов*. Программный пакет для исследования и оптимизации нелинейных нестационарных процессов в микроволновых генераторах с электронной обратной связью // *Матем. моделирование*, 2011, т.23, №1, с.3-18;  
*A.E. Hramov, S.A. Kurkin, E.N. Egorov, A.A. Koronovskii, R.A. Filatov*. Programnyi paket dlia issledovaniia i optimizatsii nelineinykh nestatsionarnykh protsessov v mikrovolnovnykh generatorakh s elektronnoi obratnoi sviaziiu // *Matem. modelirovanie*, 2011, t.23, №1, s.3-18.
  21. *В.В. Ким, И.В. Ломоносов, А.В. Острик, В.Е. Фортв*. Метод конечно размерных частиц в ячейке для численного моделирования высокоэнергетических импульсных воздействий на вещество // *Матем. моделирование*, 2006, т.18, №8, с.5-11;  
*V.V. Kim, I.V. Lomonosov, A.V. Ostrik, V.E. Fortov*. Metod konechno razmernykh chastits v iacheike dlia chislennogo modelirovaniia vysokoenergeticheskikh impulsnykh vozdeistvii na veshchestvo // *Matem. modelirovanie*, 2006, t.18, №8, s.5-11.
  22. *О.В. Дацюк, А.А. Бакаев, Г.Н. Толмачев*. Сравнение метода частиц и гидродинамического приближения для моделирования газового разряда // *Матем. моделирование*, 2004, т.16, №10, с.29-34;  
*O.V. Datsiuk, A.A. Bakaev, G.N. Tolmachev*. Sravnenie metoda chastits i gidrodinamicheskogo pri-

- blizheniia dlia modelirovaniia gazovogo razriada // *Matem. modelirovanie*, 2004, t.16, №10, s.29-34.
23. *L.V. Glazychev*. Точность метода макрочастиц в задаче осесимметричного распространения РЭП // *Матем. моделирование*, 1990, т.2, №2, с.143-152;  
*L.V. Glazychev*. Tochnost metoda makrochastits v zadache osesimmetrichnogo rasprostraneniia REP // *Matem. modelirovanie*, 1990, t.2, №2, s.143-152.
  24. *A.V. Pozdneev*. Моделирование движения частиц в масс-спектрометре с помощью параллельного кода частиц в ячейке // *Матем. моделирование*, 2009, т.21, №6, с.103-109;  
*A.V. Pozdneev*. Modelirovanie dvizheniia chastits v mass-spektrometre s pomoshchiu parallelnogo koda chastits v iacheike // *Matem. modelirovanie*, 2009, t.21, №6, s.103-109;
  25. *K.V. Lotov, E.A. Mesia, A.V. Snytnikov*. Моделирование кинетической неустойчивости электронного пучка в плазме методом частиц в ячейках // *Матем. моделирование*, 2014, т.26, №11, с.45-50;  
*K.V. Lotov, E.A. Mesia, A.V. Snytnikov*. Modelirovanie kineticheskoi neustoichivosti elektron-nogo puchka v plazme metodom chastits v iacheikakh // *Matem. modelirovanie*, 2014, t.26, №11, s.45-50.
  26. *Ю.Н. Григорьев, В.А. Вишнев, М.П. Федорук*. Численное моделирование методами частиц в ячейках. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004, с.360;  
*Ju.N. Grigorev, V.A. Vshivkov, M.P. Fedoruk*. Chislennoe modelirovanie metodami chastits v iacheikah. – Novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2004, s.360.
  27. *C.K. Birdsall, A.B. Langdon*. Plasma physics via computer simulation. Taylor and Francis Group, 2005.
  28. *Shulim E. Tsimring*. Electron beams and microwave vacuum electronics. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2007.
  29. A software suite with total synergy // *Microwave Journal*, 2006, v.49, №1, p.19.
  30. *P. Курант, К. Фридрихс, Г. Леви*. О разностных уравнениях математической физики // *УМН*, 1941, №8, с.125-160;  
*R. Kurant, K. Fridrikhs, G. Levi*. O raznostnykh uravneniiakh matematicheskoi fiziki // *UMN*, 1941, №8, s.125-160.
  31. *Monika C. Balk, Maryam Kiyani, Jing Zhou, Jingsong Wang*. Klystron and High Current Density Backward Wave Oscillator Simulation with CST STUDIO SUITE. 17<sup>th</sup> IEEE international Vacuum Electronics Conference, Monterey, California, 2016, April 19-21.
  32. *R.H. Levy*. Diocotron instability in a cylindrical geometry // *Physics of Fluids*, 1965, v.8, №7, p.1288-1295.
  33. *B. Paroli, G. Maero, R. Pozzoli, and M. Rome*. Diocotron modulation in an electron plasma through continuous radio-frequency excitation // *Physics of Plasmas*, 2014, 21(12)102).
  34. *A.J. Peurrung and J. Fajans*. Experimental dynamics of an annulus of vorticity in a pure electron plasma // *Phys. Fluids A*, 5(2), 1993.
  35. *S. Pramanik, A.Y. Ender, V.I. Kuznetsov, and N. Chakrabarti*. The transverse magnetic field effect on steady-state solutions of the bursian diode // *Physics of Plasmas*, 22(4), 2015.
  36. *V.I. Kuznetsov, Ya.A. Ender, H. Schamel, and P.V. Akimov*. Switching of nonneutral plasma diodes. ii. numerical results // *Physics of Plasmas*, 11(6), 2004.
  37. *Л.С. Богданкевич, А.А. Рухадзе*. Устойчивость релятивистских электронных пучков в плазме и проблема критических токов // *УФН*, 1971, т.103, с.609-640;  
англ. пер.: *L.S. Bogdankevich, A.A. Rukhadze*. Stability of relativistic electron beams in a Plasma and the problem of critical currents // *Physics-Uspekhi (Advances in Physical Sciences)*, 1971, v.14, p.163-179.
  38. *Debabrata Biswas*. A one-dimensional basic oscillator model of the vircator // *Physics of Plasmas*, 2009, v.16, № 063104.
  39. *G. Singh and Chaturvedi Shashank*. Particle-in-cell simulations for virtual cathode oscillator including foil ablation effects // *Physics of Plasmas*, 2011, v.18, № 063104.