

УДК 530.182,621.373.826

## ВЫДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ В ДИНАМИКЕ ЛЕГИРОВАННОГО ЭРБИЕМ ОПТОВОЛОКОННОГО ЛАЗЕРА

© 2015 г. М. О. Журавлев<sup>1,2</sup>, А. А. Короновский<sup>1,2</sup>, О. И. Москаленко<sup>1,2</sup>,  
А. Н. Писарчик<sup>3,4</sup>, Д.-Р. Ридер<sup>4</sup>, А. Е. Храмов<sup>1,2</sup>

E-mail: zhuravlevmo@gmail.com

Предложен метод, позволяющий определить, какой колебательный режим реализуется в легированном эрбием оптоволоконном лазере с модулируемым параметром. Предложенный метод основан на использовании непрерывного вейвлетного преобразования с материнским вейвлетом Морле и анализе энергии вейвлетного спектра, приходящейся на соответствующий диапазон временных масштабов.

DOI: 10.7868/S0367676515120261

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из актуальных междисциплинарных направлений является исследование нелинейной динамики оптоволоконных лазеров, что подтверждается большим количеством научных работ [1–3], опубликованных по этой тематике. Тем не менее, несмотря на большое количество работ в этой области, ряд вопросов до сих пор остается нерешенным. Один из них — изучение поведения легированного эрбием оптоволоконного лазера с модулируемым параметром, в котором, как известно, возможно сосуществование нескольких колебательных режимов, различающихся частотой и амплитудой генерируемого излучения [4]. Воздействие флуктуаций может приводить к тому, что изначально мультистабильная система превращается в метастабильную, и в динамике системы наблюдается перемежающееся поведение, при котором происходят индуцированные шумом переключения между различными аттракторами. Это приводит соответственно к изменению частоты и мощности излучения лазера [4, 5]. При этом, поскольку сосуществующих режимов оказывается несколько, наблюдающиеся переключения между аттракторами приводят к перемежаемости, тип которой на настоящий мо-

мент классифицировать не удастся, поскольку характеристики перемежающегося поведения не соответствуют ни одному из известных на сегодняшний день типов перемежаемости. В связи с этим возникает задача определения типа перемежающегося поведения, который реализуется в такой системе, ибо такие исследования позволили бы значительно продвинуться в понимании процессов, приводящих к мультистабильности в легированном эрбием оптоволоконном лазере, что в свою очередь позволило бы более эффективно бороться с мультистабильностью при использовании лазеров такого типа.

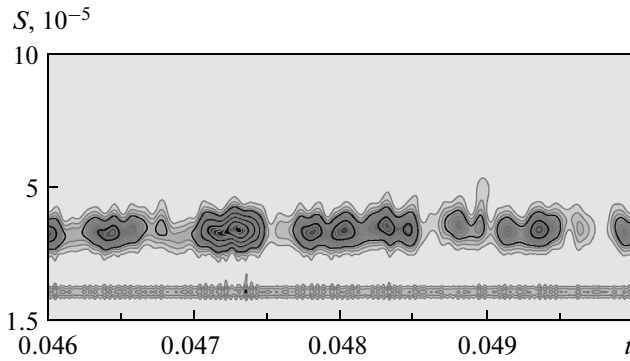
Как правило, для того чтобы определить, какой тип перемежающегося поведения реализуется в исследуемой системе, определяют его статистические характеристики: зависимость средней длительности ламинарного поведения от параметра надкритичности и распределение длительностей ламинарных участков поведения при фиксированных значениях управляющих параметров. Таким образом, при исследовании перемежаемости важной проблемой является задача о выделении в сигналах временных интервалов, соответствующих различным типам динамики систем, демонстрирующих перемежающееся поведение (фактически задача о выделении ламинарных и турбулентных фаз). В настоящее время существует большое количество методов, позволяющих выделять ламинарные участки поведения во временных реализациях, однако, в силу специфики рассматриваемой системы, ни один из существующих методов не позволяет решить задачу, связанную с выделением характерных участков поведения, которые реализуются в легированном эрбием оптоволоконном лазере с модулируемым параметром. Таким образом, возникает необходимость создания метода, позволя-

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

<sup>2</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.”.

<sup>3</sup> Center for Biomedical Technology, Technical University of Madrid.

<sup>4</sup> Centru Universitario de Los Lagos, Universidad de Guadalajara, Mexico.



**Рис. 1.** Зависимость вейвлетного спектра от времени для легированного эрбием оптоволоконного лазера с модулируемым параметром, при этом параметр модуляции был равен  $P = 13$ .

ющего определять, какой колебательный режим реализуется в исследуемой системе в тот или иной момент времени, что в свою очередь в дальнейшем позволит определить, какой тип перемежаемости реализуется в легированном эрбием оптоволоконном лазере.

В настоящей работе предложен новый метод определения характерных колебательных режимов в легированном эрбием оптоволоконном лазере с модулируемым параметром. Предложенный метод основан на использовании непрерывного вейвлетного преобразования с материнским вейвлетом Морле [6] и анализе энергии вейвлетного спектра, приходящейся на соответствующий диапазон временных масштабов [7, 8].

### НЕПРЕРЫВНОЕ ВЕЙВЛЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Непрерывное вейвлетное преобразование с комплексным материнским вейвлетом для хаотического временного ряда  $x(t)$  осуществляется следующим образом [6]:

$$W(s, t_0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left( \frac{t - t_0}{s} \right) dt, \quad (1)$$

где  $x(t)$  — временная реализация хаотического сигнала,  $\psi_{s,t_0}(t)$  — материнский вейвлет,  $s$  — временной масштаб, определяющий ширину вейвлета, символ “\*” обозначает комплексное сопряжение. В качестве сигнала  $x(t)$  для исследуемого оптоволоконного лазера, легированного эрбием, будем использовать зависимость интенсивности излучения от времени.

В качестве материнского вейвлета целесообразно использовать комплексный вейвлет Морле [6]

$$\psi(\eta) = (1/\sqrt[4]{\pi}) \exp(j\Omega_0 \eta) \exp(-\eta^2/2), \quad (2)$$

с параметром  $\Omega_0 = 2\pi$ , что обеспечивает однозначную взаимосвязь между временным масштабом  $s$  вейвлетного преобразования и частотой  $f$  фурье-преобразования, а именно  $f = 1/s$ .

По аналогии со спектром мощности фурье-преобразования также можно ввести мгновенное распределение энергии по масштабам вейвлетного преобразования [6]

$$E(s, t_0) = |W(s, t_0)|^2 \quad (3)$$

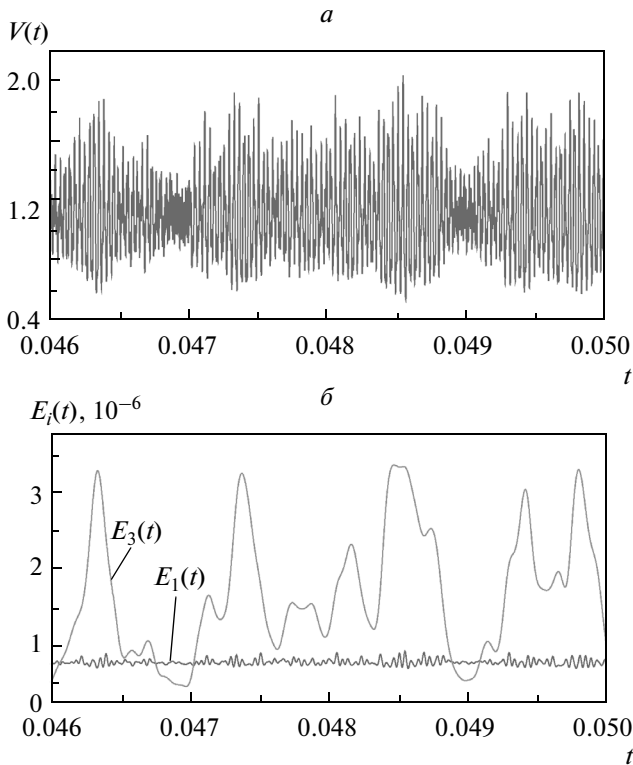
и интегральный усредненный во времени вейвлетный спектр [6]

$$\langle E(s) \rangle = \int |W(s, t_0)|^2 dt_0. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что отличительным свойством непрерывного вейвлетного преобразования является то, что данный метод анализа сложных хаотических сигналов позволяет выделить вклад определенного временного масштаба (частоты) в тот или иной момент времени, что в свою очередь дает возможность определить какой из колебательных режимов в настоящий момент реализуется в исследуемой системе.

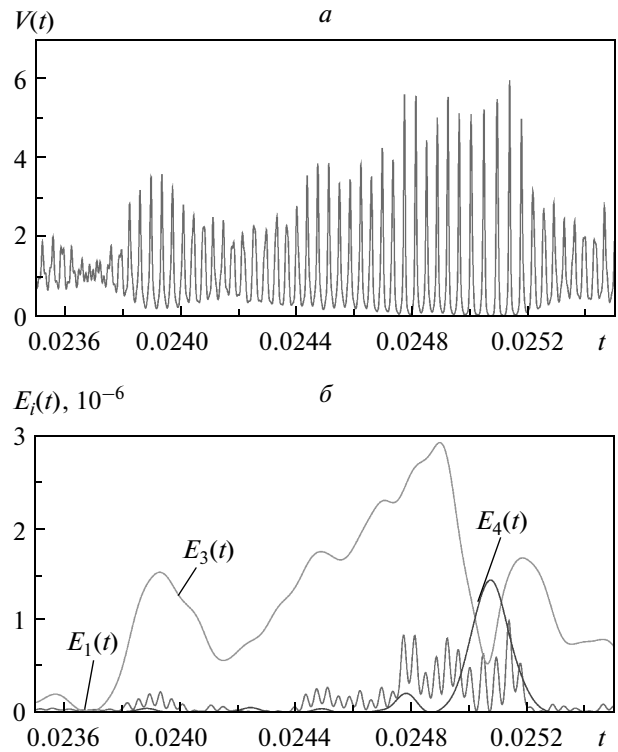
### МЕТОД ДЕТЕКТИРОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ

Для того чтобы определить, какой из колебательных режимов реализуется в легированном эрбием оптоволоконном лазере с модулируемым параметром в различные моменты времени, использован метод детектирования, основанный на анализе мгновенного распределения энергии непрерывного вейвлетного преобразования на характерных временных масштабах. Для оценки характерных временных масштабов, которые существуют в исследуемом сигнале, необходимо построить зависимость вейвлетного спектра от времени. Отметим, что исследования проводили для легированного эрбием оптоволоконного лазера с модулируемым параметром, при этом собственная частота интенсивности колебаний была равна  $f = 80$  кГц. На рис. 1 представлена зависимость вейвлетного спектра от времени для легированного эрбием оптоволоконного лазера с модулируемым параметром, при этом параметр модуляции был равен  $P = 13$ . Стоит отметить, что из зависимости вейвлетного спектра от времени, представленного на рис. 1, отчетливо видно, что в исследуемом сигнале существуют два характерных периода колебаний: период колебаний один (частота колебаний равна  $f_1 = 80$  кГц) и период колебаний три (частота колебаний равна  $f_3 = 26$  кГц). Таким образом, в исследуемой системе происходит переключение между двумя различными режимами колебаний. Для того чтобы оценить, какой из них в настоящий момент реализуется в исследуемой системе, необходимо сопоставить значения мгновенных распределений



**Рис. 2.** *a* – приведена зависимость интенсивности излучения от времени для оптоволоконного лазера, легированного эрбием с модулируемым параметром  $P = 13$ ; *б* – представлены нормированные зависимости мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования от времени для периода колебаний один  $f_1 = 80$  кГц ( $s_1 = 0.0000125$ ) и для периода колебаний три  $f_3 = 26$  кГц ( $s_3 = 0.0000384$ ).

энергии вейвлетного преобразования на характерных временных масштабах, учитывая нормировку вейвлетного спектра. На рис. 2*б* представлены нормированные зависимости мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования от времени для периода колебаний один  $f_1 = 80$  кГц ( $s_1 = 0.0000125$ ) и для периода колебаний три  $f_3 = 26$  кГц ( $s_3 = 0.0000384$ ). На рис. 2*б* можно выделить две характерные области: область I, где значение мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования  $E_1(s_1, t_0)$  имеет наибольшее значение для периода один, и область II, где наибольшее значение имеет мгновенное распределение энергии вейвлетного преобразования  $E_3(s_3, t_0)$ , соответствующее периоду колебаний три. Необходимо отметить, что на рис. 2*а* приведена зависимость интенсивности излучения от времени для оптоволоконного лазера, легированного эрбием. На данном рисунке также выделены две характерные области поведения интенсивности излучения (периоды колебаний один и три), которые полностью по временным интервалам со-



**Рис. 3.** *a* – приведена зависимость интенсивности излучения от времени для оптоволоконного лазера, легированного эрбием с модулируемым параметром  $P = 27$ ; *б* – приведены нормированные зависимости мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования от времени для периода колебаний один  $f_1 = 80$  кГц ( $s_1 = 0.0000125$ ), для периода колебаний три  $f_3 = 26$  кГц ( $s_3 = 0.0000384$ ) и для периода колебаний четыре  $f_4 = 20$  кГц ( $s_4 = 0.00005$ ).

ответствуют указанным на рис. 2*б*. Таким образом, метод, основанный на анализе мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования с течением времени на характерных временных масштабах, позволяет определить, какой колебательный режим существует в тот или иной момент времени в оптоволоконном лазере, легированном эрбием, с модулируемым параметром.

Стоит отметить, что разработанный метод выделения характерных колебательных режимов поведения для оптоволоконного лазера, легированного эрбием, позволяет корректно работать и в том случае, если в системе одновременно существуют более двух различных колебательных режимов. На рис. 3*б* приведены нормированные зависимости мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования от времени для периода колебаний один  $f_1 = 80$  кГц ( $s_1 = 0.0000125$ ), для периода колебаний три  $f_3 = 26$  кГц ( $s_3 = 0.0000384$ ) и для периода колебаний четыре  $f_4 = 20$  кГц ( $s_4 = 0.00005$ ), при этом параметр модуляции был равен  $P = 30$

для оптоволоконного лазера, легированного эрбием. На рис. 3б можно выделить три характерные области: область I, где значение мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования  $E_1(s_1, t_0)$  для периода один имеет наибольшее значение; область II, где наибольшее значение имеет мгновенное распределение энергии вейвлетного преобразования  $E_3(s_3, t_0)$ , соответствующее периоду колебаний три; область III, где наибольшее значение имеет мгновенное распределение энергии вейвлетного преобразования  $E_4(s_4, t_0)$ , соответствующее периоду колебаний четыре. Все эти три области также приведены на рис. 3а, на котором представлена зависимость интенсивности излучения от времени, хорошо видно, что в каждой из областей интенсивность имеет различный характер поведения, причем смена режима поведения происходит на границе каждой из областей.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках настоящей работы предложен новый метод, основанный на использовании мгновенного распределения энергии вейвлетного преобразования и зависимости вейвлетного спектра от времени. Разработанный метод позволяет определять, какие колебательные режимы способна демонстрировать интенсивность излучения оптоволоконного лазера, легированного эрбием, с модулируемым параметром. Кроме того, разработанный метод способен определить момент времени, когда происходит смена режима колебаний, что в свою очередь дает возможность определить длительность существования того или иного периода колебаний в исследуемой системе.

Таким образом, суммируя все изложенное выше, можно в полной мере утверждать, что предло-

женный в рамках настоящей работы метод выделения характерных колебательных режимов в оптоволоконном лазере, легированном эрбием, с модулируемым параметром, позволит провести исследование перемежающегося поведения как для случая существования двух характерных периодов колебаний, так и для большего их числа. Необходимо отметить, что такие исследования позволят значительно продвинуться в понимании процессов, приводящих к мультистабильности в легированном эрбием оптоволоконном лазере, что в свою очередь позволило бы более эффективно бороться с мультистабильностью при использовании лазеров такого типа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-32-20299).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huerta-Cuellar G., Pisarchik A.N., Barmenkov Y.O. // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. 035202(R).
2. Huerta-Cuellar G., Pisarchik A.N., Kiryanov A.V., Barmenkov Yu.O., del Valle Hernandez J. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. 036204.
3. Pisarchik A.N., Jaimés-Reategui R. // Phys. Lett. A. 2009. V. 374. P. 228.
4. Pisarchik A.N., Jaimés-Reategui R., Sevilla-Escoboza R., Huerta-Cuellar G. // Phys. Rev. E. 2012. V. 86. P. 056219.
5. Pisarchik A.N., Jaimés-Reategui R., Sevilla-Escoboza R., Huerta-Cuellar G., Taki M. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 274101.
6. Torresani B. Continuous Wavelet Transform. Savoie, Paris, 1995.
7. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Midzhanovskaya I.S., Sitnikova E.Yu., van Rijn C.M. // CHAOS. 2006. V. 16. P. 043111.
8. Sitnikova E.Yu., Hramov A.E., Grubov V.V., Koronovskii A.A. // Brainresearch. 2014. V. 1543. P. 290.