

УДК 539.186.3:530.181

ХАОС И ЕГО ПОДАВЛЕНИЕ В СИСТЕМЕ ДВУХ СВЯЗАННЫХ РИДБЕРГОВСКИХ АТОМОВ

© 2015 г. А. В. Андреев¹, О. И. Москаленко^{1,2}, А. А. Короновский^{1,2}, А. Е. Храмов^{1,2}

E-mail: andreevandv@gmail.com

Проведено исследование нелинейной динамики и хаоса в системе двух связанных ридберговских атомов, построена карта режимов, на которую нанесены колебания различных периодов, обнаружено наличие хаотической динамики в этой системе. Предложен метод подавления хаоса в подобной системе с помощью внешнего параметрического воздействия.

DOI: 10.7868/S0367676515120030

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время значительный интерес вызывают задачи управления квантовыми системами с ридберговскими атомами. Это связано с тем, что подобные задачи имеют тесную связь с проблемой создания квантовых компьютеров [1, 2]. Как известно, ридберговские атомы – это водородоподобные атомы, у которых внешний электрон находится в высоковозбужденном состоянии, вплоть до уровней порядка 1000 [3, 4]. В настоящее время данные объекты представляют значительный интерес [5, 6], потому что они могут быть использованы в квантовом контроле одного атома другими, благодаря ридберговским (высоковозбужденным) состояниям. Волновые функции атомов в основном состоянии не превышают значения 0.1 нм, в то время как в ридберговском состоянии они достигают нескольких нанометров и даже выше. Это позволяет атомам, находящимся достаточно далеко для того, чтобы не взаимодействовать друг с другом, находясь в основном состоянии, сильно взаимодействовать в возбужденных состояниях [7].

Особый интерес вызывает задача возникновения хаотической динамики в квантовой системе. Эта задача также имеет прикладное значение для решения проблемы квантовых вычислений в массиве атомов, включенных в твердое тело, принимающих ридберговское состояние [8].

Также системы с ридберговскими атомами перспективны для хранения и передачи информации. В связи с этим важной задачей является анализ методов подавления хаотической динамики

ки в таких системах, так как хаос будет разрушать хранимую или передаваемую информацию.

В данной работе нами было проведено исследование системы двух связанных ридберговских атомов, и была показана возможность возникновения хаотической динамики в рассматриваемой системе. Также было проведено исследование возможности управления хаотической динамикой путем введения внешнего параметрического воздействия на систему двух связанных ридберговских атомов.

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ДВУХ СВЯЗАННЫХ АТОМОВ

Исследуемая система двух связанных ридберговских атомов описывается следующей системой уравнений, полученной в [9] с использованием теории среднего поля и на основании предположения, что каждый атом имеет только возможные состояния: основное и ридберговское:

$$\begin{aligned} \dot{w}_1 &= -2\Omega \operatorname{Im} q_1 - w_1 - 1, \\ \dot{w}_2 &= -2\Omega \operatorname{Im} q_2 - w_2 - 1, \\ \dot{q}_1 &= i[\Delta - c(w_2 + 1)]q_1 - \frac{q_1}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_1, \\ \dot{q}_2 &= i[\Delta - c(w_1 + 1)]q_2 - \frac{q_2}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где Ω – частота Раби, с которой осциллирует населенность возбужденного уровня атомной системы под действием резонансного лазерного излучения; Δ – отстройка частоты лазерного излучения от частоты резонансного атомного перехода; c – ридберговское взаимодействие; $w_{1,2}$ – инверсии, т.е. разности населенностей энергетических уровней атомов; $q_{1,2}$ – недиагональные элементы матрицы плотности атома, которая является аналогом волновой функции и служит для описания состояния квантовомеханической системы.

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

² Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.”.



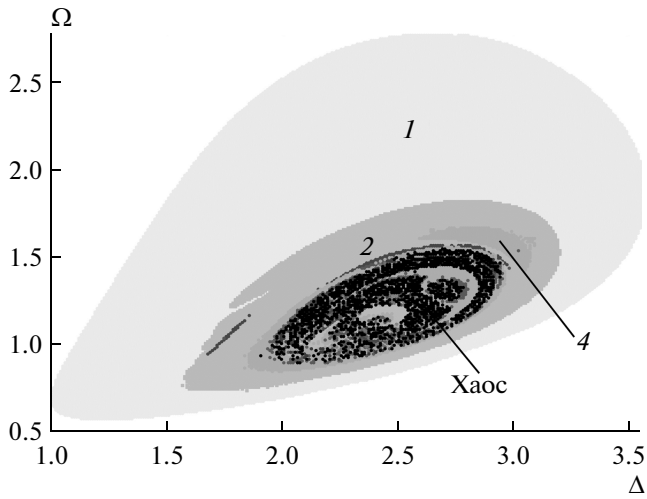


Рис. 1. Карта режимов для колебательной области. Цифрами обозначены области с соответствующими периодами колебаний, область хаотической динамики обозначена черным цветом.

В работе [9] авторами для рассматриваемой системы были обнаружены три характерных режима: однородный, антиферромагнитный и колебательный. При однородном режиме инверсии $w_1 = w_2$ и не зависят от времени, при антиферромагнитном — $w_1 \neq w_2$, но также не зависят от времени, а при колебательном — $w_1 \neq w_2$ и ведут себя нестационарным образом во времени, демонстрируя колебания.

Нами было проведено исследование области с колебательным режимом, в которой были обнаружены периодические режимы различных периодов: T_1, T_2, T_3 и так далее, вплоть до хаотических. На основе полученных результатов была построена карта режимов для колебательной области, представленная на рис. 1, на которой показаны области с различными периодическими режимами, а также область хаотических колебаний, показанная черным цветом.

Для качественного анализа и диагностики режимов колебаний были построены бифуркационные диаграммы, которые строились как зависимости локальных максимумов величины w_1 от значений управляющего параметра Δ при постоянном значении второго управляющего параметра Ω , и спектры показателей Ляпунова при тех же значениях параметров. Спектр ляпуновских показателей рассчитывался следующим образом: вводились шесть векторов возмущений (так как в нашей системе шесть переменных), каждый из которых имел шесть составляющих, и отслеживалась их эволюция вдоль рассматриваемой фазовой траектории. Через равные промежутки вре-

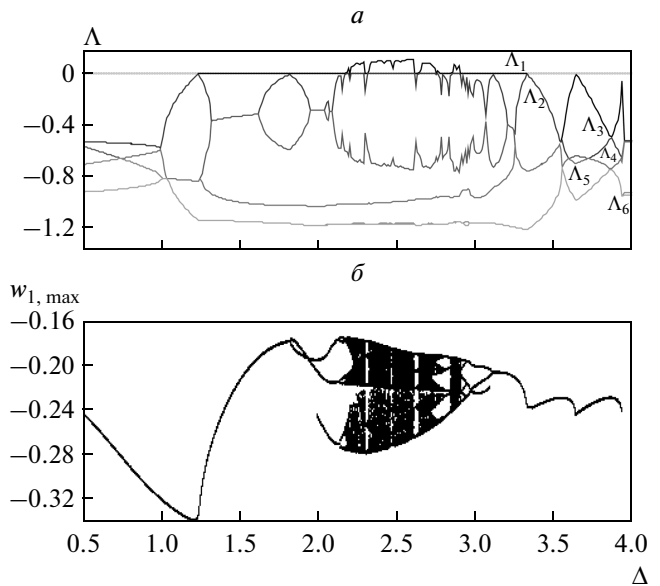


Рис. 2. Спектр показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для автономной системы двух связанных ридберговских атомов при значении параметра $\Omega = 1.3$.

мени над векторами проводились операции перенормировки и ортогонализации Грама–Шмидта, убирая тем самым из каждого последующего по номеру вектора влияние всех предыдущих, что и позволяет рассчитать целый спектр показателей, а не только старший. После каждой ортогонализации и перед перенормировкой подсчитывается натуральный логарифм от каждого вектора и считаются суммы логарифмов по каждому вектору возмущений. Деление соответствующих сумм на время рассмотрения возмущений дает нам показатели Ляпунова [10]. На рис. 2 изображены спектр всех шести ляпуновских показателей, обозначенные Λ_{1-6} , и бифуркационная диаграмма для значения управляющего параметра $\Omega = 1.3$. Диаграмма и спектр ляпуновских показателей показывают хорошее соответствие между собой, качественно и количественно отображая все изменения в динамике системы, такие как переход от стационарного состояния системы к колебательному, бифуркации удвоения периода, моменты перехода динамики системы от периодической к хаотической и наоборот, также в области хаоса хорошо отслеживаются окна периодичности. Вышесказанное свидетельствует об имеющемся хорошем аппарате исследования нелинейной динамики, наблюдающейся в исследуемой системе.

В изучаемой системе также была обнаружена бистабильность, которая проявлялась в том, что при разных начальных условиях, но при одинаковых значениях управляющих параметров мы попадали в бассейны притяжения разных аттракторов. В частности, в исследуемой системе наблюдалось

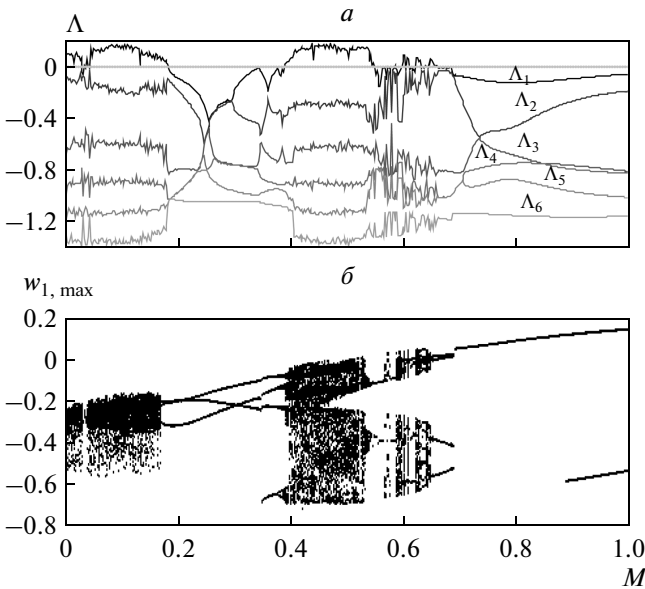


Рис. 3. Спектр показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для системы двух связанных ридберговских атомов под внешним параметрическим воздействием при значении параметров $\Omega = 1.2$, $\Delta = 2.6$, $f = f_0$, где f_0 – частота собственных колебаний автономной системы.

сосуществование периодических и хаотических режимов колебаний в области управляющих параметров (Ω , Δ).

ПОДАВЛЕНИЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ В ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЕ

Для управления сложной динамикой в исследуемой системе в качестве метода подавления хаотических колебаний было использовано введение внешнего параметрического воздействия [11, 12]. В качестве последнего была выбрана модуляция частоты Раби Ω внешним параметрическим воздействием, так как имеется возможность экспериментальной реализации подобной модуляции в эксперименте. В системе уравнений, описывающих два связанных ридберговских атома, введение указанного внешнего параметрического воздействия записывается путем модификации частоты Раби в следующем виде:

$$\Omega = \Omega_m [1 + M \sin(2\pi ft)], \quad (2)$$

где Ω_m – частота Раби в автономной системе, M – глубина, а f – частота модуляции параметра.

Система уравнений (1) с параметрическим воздействием (2) была проанализирована при значениях управляющих параметров, соответствующих хаотической динамике в автономной системе при различных значениях амплитуды M и частоты f внешнего воздействия. В качестве методов анализа динамики исследуемой системы использова-

лись построение бифуркационных диаграмм и расчет спектра условных показателей Ляпунова [13] при изменении одного из параметров внешнего воздействия.

На рис. 3 представлены спектр условных показателей Ляпунова и бифуркационная диаграмма, соответствующие исследуемой системе под внешним воздействием при значениях параметров Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается хаотическая динамика. Зависимости были построены при изменении амплитуды внешнего воздействия M и при постоянном значении частоты f ; так как показатели рассчитаны из системы под внешним воздействием, эти показатели называются “условными” и не содержат нулевого показателя [14]. В связи с этим при периодической динамике в спектре показателей Ляпунова старший показатель будет отрицательным.

На рисунке хорошо видны окна периодичности в области хаотических колебаний в спектре ляпуновских показателей и на бифуркационной диаграмме. Также на бифуркационной диаграмме прослеживается классический переход от хаотических колебаний к периодическим через обратный каскад бифуркаций удвоения периодов. Из рисунка также видно, что существуют области параметра M , при которых в системе происходит подавления хаоса и наблюдается периодическая динамика.

Так же проводили исследования возможности подавления хаотических колебаний тем же методом в той же области параметра M , но при других значениях частоты f . Результаты таких исследований оказались схожими с теми, что представлены на рис. 3: так же присутствовали области параметра M , при которых в системе происходило подавление хаотической динамики. Последнее свидетельствует о том, что при параметрах Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается хаос, в области параметров (M , f) существуют области, в которых наблюдается периодическая динамика, т.е. происходит подавление хаоса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследована динамика системы двух связанных ридберговских атомов. В области колебательного режима были обнаружены области колебаний различных периодов, а также хаотической динамики. С помощью метода внешнего параметрического воздействия в зависимости от параметров частота–амплитуда внешнего воздействия наблюдалось подавление хаоса в системе.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-32-20299), а также Министерства образования и науки РФ (задания 3.23.2014/К и 931).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jaksch D., Cirac J.I., Zoller P. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 2208.
2. *Zagoskin A.M.* Quantum Engineering: Theory and Design of Quantum Coherent Structures. Cambridge: Univ. Press, 2011.
3. *Weimer H., Löw R., Pfau T. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 101. P. 250601.
4. *Heidemann R., Raitzsch U., Bendkowsky V. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 163601.
5. *Greenland P.T., Lynch S.A., van der Meer A.F.G. et al.* // Nature. 2010. V. 465. P. 1057–1061.
6. *Gaëtan A., Miroshnychenko Y., Wilk T. et al.* // Nature Physics. 2009. V. 5. P. 115.
7. *Schwarzschild B.* // Phys. Today. 2009. V. 62. P. 15.
8. *M. Saffman and T. G. Walker.* // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 2313.
9. *Lee T.E., Haffner H., Cross M.C.* // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. P. 031402(R).
10. *Кузнецов С.П.* Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006.
11. *Mirus K.A., Sprott J.C.* // Phys. Rev. E. 1999. V. 59. P. 5313.
12. *Егоров Е.Н., Короновский А.А.* // Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. № 5. С. 30.
13. *Pyragas K.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. № 5. P. 5183.
14. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 6. P. 067201.