

УДК 517.9, 530.182, 533.9.

ОБОБЩЕННАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ СВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ НА ВИРТУАЛЬНОМ КАТОДЕ

© 2014 г. Н. С. Фролов^{1,2}, А. А. Короновский^{1,2}, А. Е. Руннова², А. Е. Храмов^{1,2}

E-mail: phrolovns@gmail.com

Проведен детальный анализ обобщенной синхронизации в цепочке однонаправленно связанных генераторов на виртуальном катоде, моделируемых в рамках одномерной *PIC*-модели электронного потока. Для диагностики синхронной динамики использован подход для расчета показателей Ляпунова для систем, моделируемых методом крупных частиц.

DOI: 10.7868/S0367676514120060

ВВЕДЕНИЕ

Хаотическая синхронизация представляет собой важное фундаментальное явление, которое находит широкое практическое применение [1]. В частности, хаотическую синхронизацию используют для управления динамикой сложных связанных систем [2, 3] и для скрытой передачи информации [4]. Также одно из перспективных направлений применения данного явления на практике – это генерация и приём сложных сигналов гига- и терагерцового диапазонов частот с использованием нелинейных антенн [5]. Последние представляют собой совокупность объединенных в сеть СВЧ-генераторов, демонстрирующих сложную пространственно-временную динамику. В качестве таких устройств могут применяться твердотельные приборы или приборы электронно-волновой и пучково-плазменной природы [6]. Известно, что в такой сети связанных автоколебательных систем могут быть реализованы многие нелинейные явления, включая синхронизацию [7–9], поэтому существует необходимость в разработке и применении новых методов анализа и контроля сложных и нетривиальных эффектов коллективного взаимодействия связанных колебательных систем для создания нелинейных антенн [10].

Один из подходов, позволяющих проводить количественную оценку динамики как автономных, так и неавтономных колебательных систем, – расчет спектра показателей Ляпунова. Данный метод анализа сложного поведения колебательных систем хорошо зарекомендовал себя при исследова-

нии динамики систем с сосредоточенными параметрами, имеющих радиофизическую природу, а также при рассмотрении пучково-плазменных и электронно-волновых пространственно-распределенных систем, описываемых в рамках приближения сплошной среды [11]. Однако системы, содержащие электронные потоки, взаимодействующие с электромагнитным полем, не всегда удается описать, используя уравнения гидродинамики. Один из наиболее эффективных способов моделирования пучково-плазменных систем – это метод крупных частиц (*PIC*-метод), разработанный в середине 50-х годов прошлого века для решения задач гидродинамики [12] и моделирования плазмы [13, 14]. Применение подхода для расчета показателей Ляпунова, описанного в [15], позволяет проводить анализ колебательных режимов в системах, моделируемых в рамках метода крупных частиц.

В данной работе рассмотрена модификация метода расчета показателей Ляпунова для автоколебательных систем в рамках *PIC*-метода, позволяющая изучать нелинейные процессы, протекающие в цепочках и сетях связанных пространственно-распределенных автоколебательных систем. В частности, применение данного подхода дает возможность точно оценить границы различных типов синхронизации при варьировании управляющих параметров, а также величины параметра связи; изучить сценарии перехода к синхронной динамике, характерные для исследуемой системы; дать количественную оценку процессам, протекающим в связанных пространственно-распределенных автоколебательных средах.

ДИАГНОСТИКА СИНХРОНИЗАЦИИ

В представленной работе детально исследовано явление обобщенной синхронизации в рамках одномерной численной модели цепочки генераторов на виртуальном катоде (ВК) [16–20]. Ис-

¹ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

² Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина”.

пользование данного класса СВЧ-приборов в качестве модулей для создания нелинейных антенн представляется перспективным в силу широкой полосы спектра выходных колебаний, благодаря сложным нестационарным процессам, протекающим в электронном потоке в режиме формирования ВК, а также легкости перестройки режима колебаний за счет варьирования величины управляющего параметра [17].

Диагностику обобщенной синхронизации в системе связанных виркаторов проводили с помощью расчета спектра показателей Ляпунова. Для их расчета использована модификация подхода, предложенного в работе [15] для анализа поведения автономной пучково-плазменной системы с ВК, моделируемой в рамках метода крупных частиц. При рассмотрении динамики неавтономной системы с ВК ввод внешнего сигнала осуществляется посредством модуляции электронного потока по скорости и по плотности на входе в пространство дрейфа [21], поэтому необходимо дополнительно проводить расчет возмущения сигнала в линии передачи и возмущения потока в пространстве дрейфа. Учет этих особенностей неавтономной динамики электронного потока в генераторе на ВК позволяет корректно построить спектр показателей Ляпунова для системы связанных автоколебательных систем с ВК.

Результаты анализа обобщенной синхронизации пространственно-распределенных систем с ВК, полученные при расчете спектра показателей Ляпунова, подтверждаются с помощью других методов исследования синхронной динамики. В частности, в данной работе использованы модификации метода ближайших соседей и вспомогательной системы [22]. Эти подходы были созданы и успешно использованы для диагностики обобщенной синхронизации в системах с сосредоточенными параметрами, поэтому прямое применение этих методов к пространственно-распределенным системам может дать совершенно некорректные результаты. Адаптация метода ближайших соседей для пространственно-распределенных систем заключается в расчете среднего расстояния между состояниями U_r^1 и U_r^2 ведомой системы, являющимися образами ближайших состояний ведущей системы U_d^1 и U_d^2 . Затем полученная величина нормируется на среднее расстояние между случайно выбранными состояниями ведомой системы и подсчитывается количественная характеристика степени синхронизации:

$$d = \frac{1}{N\delta} \sum_{k=0}^{N-1} \|U_r^1 - U_r^2\|, \quad (1)$$

здесь δ – среднее расстояние между случайно выбранными состояниями ведомой системы, N – количество итераций усреднения.

Стоит заметить, что в данном случае состояние системы является не конечномерным вектором, а пространственно-распределенной величиной.

Метод вспомогательной системы использован по аналогии с [18]: помимо ведущей и ведомой систем в рассмотрение вводится вспомогательная система, идентичная ведомой, за исключением начальных условий, из которых стартуют системы. При этом разность состояний ведомой и вспомогательной систем рассматривалась во всем пространстве в силу пространственной распределенности взаимодействующих систем. Такой подход позволяет не только диагностировать сам факт наличия или отсутствия обобщенной синхронизации, но и выявить области пространства где преобладает асинхронная или синхронная динамика.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Применение расчета спектра показателей Ляпунова для анализа синхронного поведения однонаправленно связанных генераторов на ВК, моделируемых в рамках $1D$ -метода крупных частиц, позволило провести точную оценку границы обобщенной синхронизации. Управляющие параметры взаимодействующих генераторов выбраны таким образом, чтобы обе системы демонстрировали сложную пространственно-временную динамику: $\Delta\varphi_d = 0.5$, $\Delta\varphi_r = 0.4$, $\alpha_d = \alpha_r = 0.9$. При этом состояние ведомого генератора характеризуется одним положительным ляпуновским показателем $\Lambda_r^1 = 0.36$ (хаотическая динамика), а состояние ведущей системы характеризуется двумя положительными показателями Ляпунова: $\Lambda_d^1 = 2.03$ и $\Lambda_d^2 = 0.45$ (режим гиперхаоса). На рис. 1 приведены зависимости старших показателей Ляпунова от параметра связи между системами. В спектре присутствуют соответствующие ведущей системе показатели Ляпунова, которые не меняются при варьировании параметра связи в силу односторонней направленности связи. Изменяющиеся показатели характеризуют динамику ведомой системы. Видно, что при $\varepsilon = 0-0.07$ показатели Ляпунова ведомой системы испытывают рост, связанный с усложнением динамики за счет внешнего воздействия. Далее с ростом параметра связи старшие показатели ведомой системы достаточно резко уменьшаются и становятся близкими к нулю в области $\varepsilon = 0.135-0.195$ и пересекают ноль при значении $\varepsilon_{GS} = 0.2$.

Такое поведение спектра ляпуновских показателей однонаправленно связанных генераторов на ВК говорит о том, что ведомая система с увеличением связи стремится к установлению синхронизации, т.е. стремится к разрушению собствен-

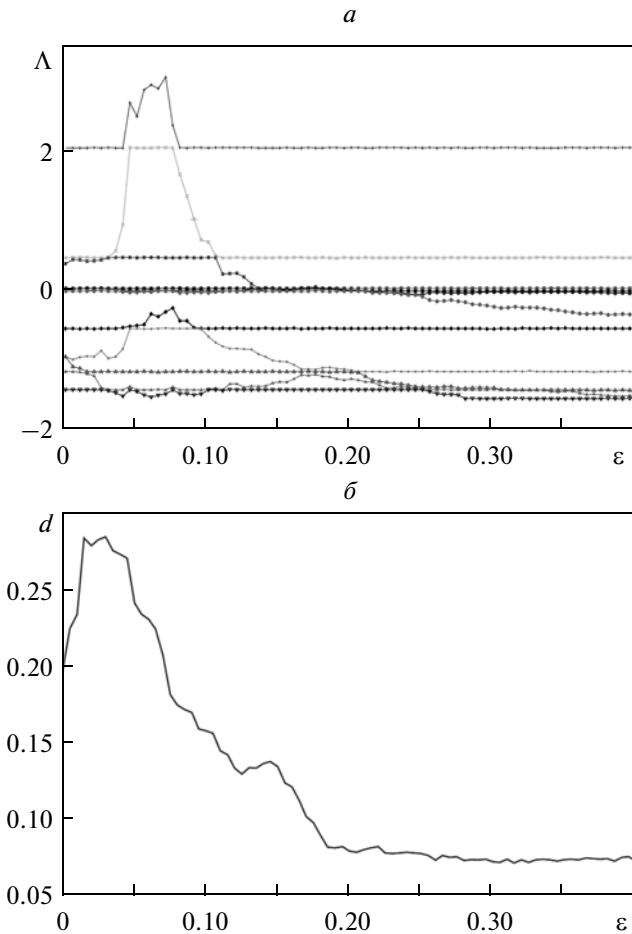


Рис. 1. Спектр показателей Ляпунова (a) и мера синхронизации d (b) в зависимости от параметра связи в системе однонаправлено связанных генераторов на ВК. Параметры взаимодействующих генераторов: $\Delta\varphi_d = 0.5$, $\Delta\varphi_r = 0.4$, $\alpha_d = \alpha_r = 0.9$.

ной динамики и установлению динамики ведущей системы.

Результаты диагностики обобщенной синхронизации подтверждаются другими методами для анализа синхронной динамики. На рис. 1б приведена зависимость меры синхронизации d , полученной с помощью модификации метода ближайших соседей для анализа пространственно-распределенных автоколебательных систем. Видно, что характеристика d стремительно падает с увеличением степени связи между взаимодействующими системами и выходит на постоянную величину при $\varepsilon_{GS} = 0.2$.

Также анализ обобщенной синхронизации был проведен в рамках метода обобщенной синхронизации, результаты которого приведены на рис. 2. В отсутствие синхронизации при $\varepsilon = 0.1$ состояния ведомой и вспомогательной систем не идентичны. При этом разность между ведомой и вспомогательными системами отлична от нуля и максимальна в

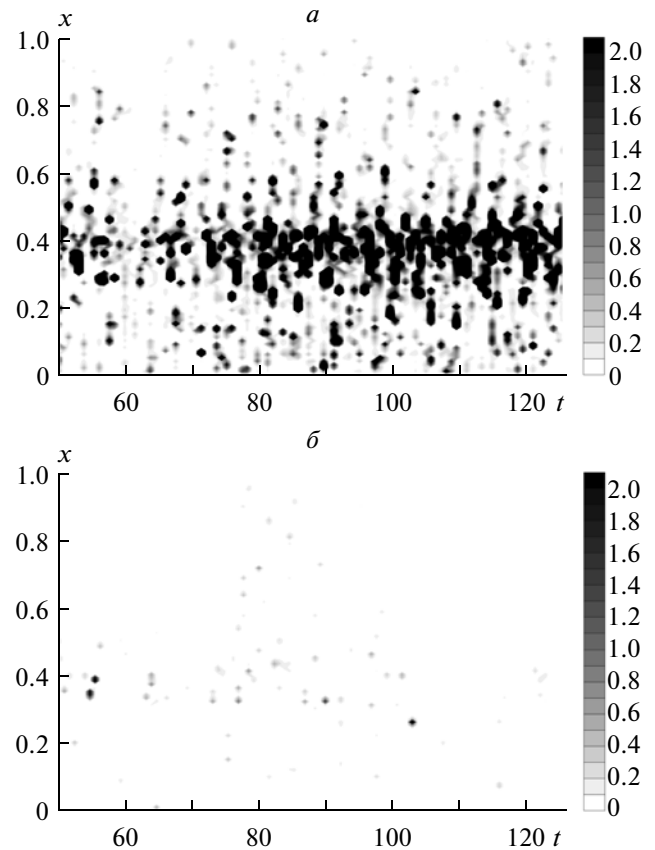


Рис. 2. Разность между состояниями ведомой и вспомогательной систем в зависимости от координаты и времени, соответствующих случаю асинхронной динамики $\varepsilon = 0.1$ (a) и порогу установления синхронизации $\varepsilon_{GS} = 0.2$ (b).

области колебаний ВК $x = 0.15–0.55$. На границе установления синхронизации $\varepsilon_{GS} = 0.2$ после завершения переходного процесса разность между ведомой и вспомогательными системами обращается в ноль во всем пространстве дрейфа, что свидетельствует о полном совпадении состояния ведомой и вспомогательной систем и установлении обобщенной синхронизации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проведенных исследований была предложена модификация метода расчета спектра показателей Ляпунова для пучково-плазменных систем, моделируемых в рамках метода крупных частиц, позволяющая проводить анализ совместной динамики связанных пространственно-распределенных PIC-систем. Было показано, что данный алгоритм позволяет точно оценить границу обобщенной синхронизации, что подтверждается в

рамках модифицированных для пространственно-распределенных систем подходов для анализа синхронной динамики: метод ближайших соседей и метод вспомогательной системы.

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки (задание № 3.59.2014/К и проект 931 (СГТУ-146)), РФФИ (проекты № 14-02-31204, 12-02-33071) и Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых — докторов наук (МД-345.2013.2) и кандидатов наук (МК-818.2013.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pikovskiy A.S. et al.* Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge: Univ. Press, 2001.
2. *Nijmeijer H.* // *Physica D-Nonlinear phenomena*. 2001. V. 154. P. 219.
3. *Hramov A.E. et al.* // *Chaos*. 2005. V. 15. 013705.
4. *Moskalenko O.I. et al.* // *Phys. Lett. A*. 2010. V. 374. P. 2925.
5. *Meadows B.K. et al.* // *Proc. IEEE*. 2002. V. 90. P. 882.
6. *Ram R., Sporer R.* // *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.* 1996. P. 324.
7. *Vadivasova T.E. et al.* // *Phys. Rev. E*. 2001. V. 63. 036225.
8. *Filatov R.A. et al.* // *Phys. Lett. A*. 2006. V. 358. P. 301.
9. *Moskalenko O.I., Phrolov N.S., Koronovskii A.A. et al.* // *Eur. Phys. J. Special Topics*. 2013. V. 222. P. 2571.
10. *Ditto W.L. et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 65. P. 3211.
11. *Hramov A.E. et al.* // *Phys. Plasmas*. 2012. V. 19. № 8. 082302.
12. *Harlow F.H.* // Los Alamos scientific laboratory. 1957. LA-2139.
13. *Birdsal C.K., Langdon A.B.* Plasma physics, via computer simulation. N.Y.: McGraw-Hill, 1985.
14. *Рошаль А.С.* Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979.
15. *Фролов Н.С., Максименко В.А., Ильенко К., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2014. Т. 78. № 2. С. 237; *Frolov N.S., Maksimenko V.A., Ilyenko K., Koronovskii A.A., Hramov A.E.* // *Bull. Russ. Acad. Sci.: Physics*. 2014. V. 78. № 2. P. 156.
16. *Калинин Ю.А. и др.* // *Физика плазмы*. 2005. Т. 31. № 11. С. 1009.
17. *Егоров Е.Н. и др.* // *Письма в ЖТФ*. 2006. Т. 32. № 9. С. 71.
18. *Фролов Н.С., Короновский А.А., Храмов А.Е. и др.* // *Письма в ЖТФ*. 2012. Т. 38. № 22. С. 78.
19. *Фролов Н.С., Короновский А.А., Храмов А.Е., Калинин Ю.А., Стародубов А.В.* // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2012. Т. 76. № 12. С. 1485; *Frolov N.S., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Kalinin Ju.A., Starodubov A.V.* // *Bull. Russ. Acad. Sci.: Physics*. 2012. V. 76. № 12. P. 1329.
20. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по СВЧ-электронике для физиков. Т.2. М.: Физматлит, 2004.
21. *Фролов Н.С.* // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2012. Т. 20. № 3. С. 152.
22. *Abarbanel H.D.I. et al.* // *Phys. Rev. E*. 1996. V. 53. № 5. P. 4528.