

УДК 530.182(075.8)

МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА ВЫДЕЛЕНИЯ ЛАМИНАРНЫХ И ТУРБУЛЕНТНЫХ ФАЗ ДЛЯ СИСТЕМ, НАХОДЯЩИХСЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

© Д.И. Данилов, М.О. Журавлев

Ключевые слова: фазовая синхронизация; хаотическая динамика; перемежаемость; пространственно-распределенные системы.

Описан модифицированный метод, позволяющий выделять турбулентные и ламинарные фазы во временных реализациях связанных пространственно-распределенных хаотических систем, находящихся ниже границы режима фазовой синхронизации и демонстрирующих перемежающееся поведение, при котором участки синхронной и асинхронной динамики чередуются друг с другом. Данный метод позволяет определять продолжительность фаз, что, в свою очередь, дает возможность анализировать статистические характеристики поведения систем, такие как распределение длительностей фаз и зависимость средней длительности фазы от параметра надкритичности.

Фундаментальные нелинейные явления, такие как синхронизация и перемежаемость, представляют большой интерес для исследований, т. к. их можно наблюдать в самых различных системах – физических, биологических, химических, социальных и т. д. Одним из известных проявлений перемежаемости [1–3] является поведение взаимодействующих хаотических осцилляторов, находящихся вблизи границы установления синхронных режимов, например таких, как режим обобщенной хаотической синхронизации, фазовой синхронизации или синхронизации с запаздыванием [4–10].

При исследовании такого типа динамики одной из наиболее важных задач является выделение во временных реализациях анализируемых систем ламинарных и турбулентных фаз. Выделив ламинарные и турбулентные фазы, можно определить статистические характеристики данного типа поведения, а следовательно, и классифицировать вид перемежаемости, наблюдаемый в системе, т. к. в настоящее время существует определенная классификация перемежающегося поведения. В частности, выделяют перемежаемость типа I–III, on-off перемежаемость, перемежаемость игольного ушка и др.

В работе [11] был предложен метод выделения ламинарных и турбулентных фаз для перемежающегося поведения систем, находящихся вблизи границы фазовой хаотической синхронизации, который был апробирован на примере связанных систем Ресслера. В качестве исследуемой величины в этом методе выступает разность фаз хаотических сигналов $\Delta\varphi(t)$ взаимодействующих осцилляторов, при этом фаза хаотического сигнала вводится как угол поворота на фазовой плоскости для каждой из взаимодействующих систем, а диапазон рассмотрения разности фаз сводится к диапазону шириной 2π . При этом, согласно методике, изложенной в [7], нужно стремиться к тому, чтобы значения разности фаз, соответствующие ламинарному участку поведения системы, приходились примерно на середину диапазона значений. При таком рассмотрении области синхронной (ламинарные участки поведения) и

асинхронной (турбулентные участки) динамики оказываются качественно различными (рис. 1), что позволяет относительно просто разделить всю анализируемую временную реализацию на два характерных типа движения. В силу того, что для систем Ресслера в области турбулентных участков поведения динамика разности фаз монотонна, найти моменты времени начала и окончания каждой фазы не составляет особого труда: в этом случае диагностировать начало и конец участка турбулентной динамики можно по пересечению величиной $\Delta\varphi(t)$ некоторых установленных пороговых значений $\Delta\varphi_{\min}$ и $\Delta\varphi_{\max}$. Важно отметить, что все флуктуации, обычно препятствующие точному детектированию начала и конца ламинарных и турбулентных фаз, оказываются сосредоточенными в области значений $[\Delta\varphi_{\min}, \Delta\varphi_{\max}]$, соответствующей ламинарному характеру поведения систем, что позволяет избавиться от сложности нахождения границ участков синхронной и асинхронной динамики.

Однако при анализе пространственно-распределенных систем из-за более сложной динамики возникает целый ряд трудностей, в результате чего такой метод становится неприменимым к таким системам с бесконечномерным фазовым пространством. Соответственно, возникает необходимость модифицировать данный метод для анализа динамики систем различных классов. Рассмотрим пространственно-распределенную систему, состоящую из двух однонаправлено связанных диодов Пирса. Диод Пирса [12–14] представляет собой две бесконечные плоские параллельные сетки, пронизываемые бесконечно широким электронным потоком. Пространство между сетками заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью, равной невозмущенной плотности заряда в электронном потоке.

При определенных значениях управляющих параметров для описания системы связанных диодов Пирса можно использовать гидродинамическое приближение, в рамках которого электронный пучок рассматривается

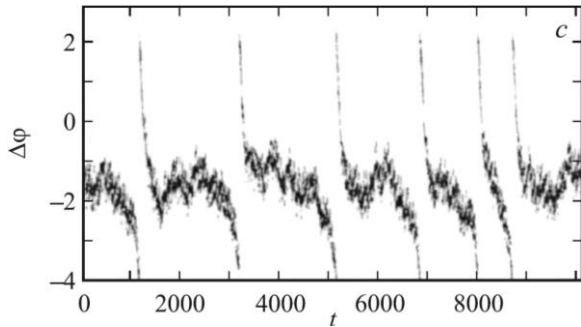


Рис. 1. Разность фаз двух однонаправленно связанных систем Ресслера (из работы [7])

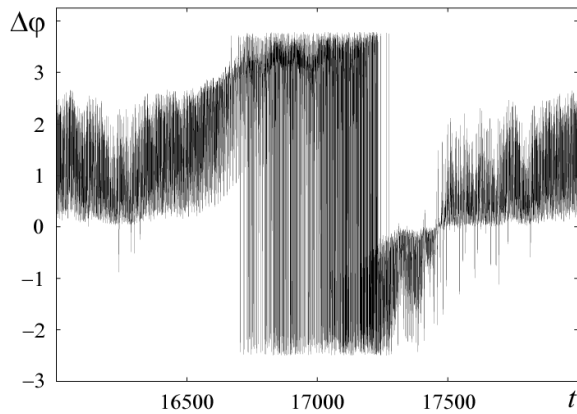


Рис. 2. Разность фаз однонаправленно связанных диодов Пирса

как сплошная среда – некоторая заряженная жидкость, скорость которой в каждой точке пространства является однозначной функцией времени [12]. В этом случае исследуемая система описывается системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} &= -v_{1,2} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial x}; \\ \frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} &= -\frac{\partial(\rho_{1,2} v_{1,2})}{\partial x}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} = -\alpha_{1,2}^2 (\rho_{1,2} - 1),$$

с граничными условиями:

$$v_{1,2}(0, t) = 1, \quad \rho_{1,2}(0, t) = 1, \quad \varphi_{1,2}(0, t) = 0, \quad (2)$$

где φ – безразмерный потенциал поля пространственного заряда; ρ – безразмерная плотность заряда; v – безразмерная плотность потока; x – безразмерная координата; t – безразмерное время; α – параметр Пирса, являющийся управляющим параметром для каждой системы; $\alpha_1 = 2,858\pi$; $\alpha_2 = 2,862\pi$. Индексы 1

и 2 обозначают ведущую и ведомую систему соответственно.

Однонаправленная связь между системами осуществляется при помощи изменения значения безразмерного потенциала на правой границе ведомой системы, в то время как потенциал на правой границе ведущей системы остается неизменным:

$$\begin{cases} \varphi_1(1, t) = 0, \\ \varphi_2(1, t) = \varepsilon(\rho_2(1, t) - \rho_1(1, t)), \end{cases} \quad (3)$$

где ε – параметр связи; $\rho_{1,2}(1, t)$ – колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой системы.

Для исследования явления перемежаемости введем фазу хаотического сигнала как угол поворота на псевдофазовой плоскости. По осям на этой плоскости можно отложить сигналы, полученные в двух точках пространства взаимодействия системы. В данной работе использовались точки $x_1 = 0,2$ и $x_2 = 0,75$ каждой системы. С помощью подобного подхода можно ввести фазу φ_i ($i = 1, 2$), характеризующую динамику каждой пространственно-распределенной системы, а также разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ и, в силу периодичности определения фазы, провести ее рассмотрение в диапазоне $[0, 2\pi]$. Полученная зависимость показана на рис. 2.

Рассматриваемый интервал времени выбран таким образом, чтобы в центре рис. 2 находилась турбулентная фаза колебаний. Видно, что в данном случае определить начало и конец турбулентной фазы, используя критерии ранее предложенного метода [11], оказывается практически невозможно, поскольку в отличие от случая системы с малым числом степеней свободы, рассмотренной в [11], в области турбулентной фазы присутствуют интенсивные флуктуации, приводящие к сильной изрезанности анализируемой величины $\Delta\varphi(t)$. Для того чтобы ввести новые критерии выделения ламинарных и турбулентных фаз, необходимо «сгладить» полученную зависимость, поэтому рассмотрим вместо разности фаз $\Delta\varphi(t)$ взаимодействующих систем скользящее среднее от этой величины:

$$\Delta\varphi_{\text{ср}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta\varphi_i, \quad (4)$$

где $\Delta\varphi_i$ – значение разности фаз в i -й момент отсчета. Очевидно, что параметр N должен быть выбран достаточно большим, чтобы обеспечить хорошее сглаживание, но не слишком большим, чтобы избежать слишком большого времени расчета и потери локальных характерных особенностей сигнала. В данном случае было выбрано значение $N = 101$, т. е. помимо самого текущего значения разности фаз в расчет принимались 50 предшествующих и 50 следующих значений. В результате получается зависимость, показанная на рис. 3.

Видно, что теперь динамика анализируемой величины существенно упростилась, что позволяет ввести четкие критерии выделения ламинарных и турбулентных фаз: при превышении полученной кривой значения $\Delta\varphi_{\text{max}}$ (в рассматриваемом случае $\Delta\varphi_{\text{max}} = 5,0$) выстав-

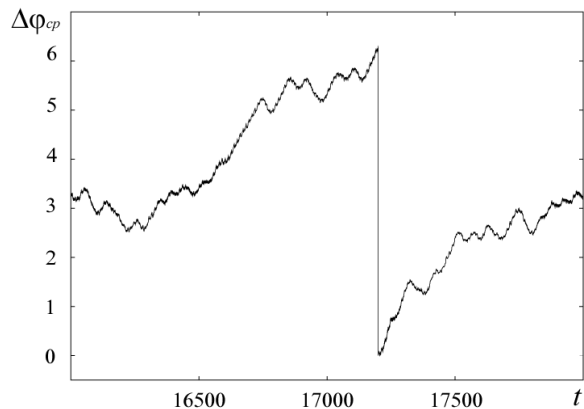


Рис. 3. Скользящее среднее разности фаз диодов Пирса

ляется «флаг», обозначающий потенциальное начало турбулентной фазы. Если в течение определенного времени T_c произойдет фазовый проскок – резкое изменение значения анализируемой величины $\Delta\varphi(t)$ на 2π , то начало турбулентной фазы подтверждается. Если же за это время фазового проскока не происходит, то этот участок на временной реализации трактуется как ложный проскок (участок, на котором динамика напоминает турбулентную, однако таковой не является, т. к. проскока не происходит). Таким образом, ложный проскок является, по сути, частью ламинарной фазы. Значение T_c для получения оптимальных результатов подбирается отдельно для каждой системы и для каждого значения параметра связи. Это позволяет исключить ложные проскоки (участки, на которых динамика напоминает турбулентную, но фазового проскока не происходит) и максимально точно определить время начала турбулентной фазы. В данном случае было выбрано значение $T_c = 900$. Окончание турбулентной фазы детектируется, когда кривая пересекает снизу вверх значение $\Delta\varphi_{\min}$ (в данном случае $\Delta\varphi_{\min} = 2,0$).

Таким образом, предлагаемый модифицированный метод позволяет осуществить выделение ламинарных и турбулентных фаз в пространственно-распределенной системе со сложной динамикой, что дает возможность корректности применения данного метода для анализа различных систем, демонстрирующих перемежающееся поведение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
2. Manneville P., Pomeau Y. Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems // Physica D. 1980. V. 1. № 2. P. 167.

3. Hammer P.W., Platt N., Hammel S.M., Heagy J.F., Lee B.D. Experimental observation of on-off intermittency // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. № 8. P. 1095.
4. Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G., Zaks M., Kurths J. Attractor-repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. № 1. P. 47.
5. Zhan M., Wei G.W., Lai C.-H. Transition from intermittency to periodicity in lag synchronization in coupled Rossler oscillators // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. № 3. P. 036202.
6. Tsukamoto N., Miyazaki S., Fujisaka H. Synchronization and intermittency in three coupled chaotic oscillators // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. № 1. P. 016212.
7. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Ovchinnikov A.A., Boccaletti S. Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // Phys. Rev. E. 2007. V. 76. № 2. P. 026206.
8. Короновский А.А., Куровская М.К., Храмов А.Е. Разрушение режима фазовой хаотической синхронизации // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т. 12. № 4. С. 20-23.
9. Журавлев М.О., Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. Переключаемость кольца вблизи границы синхронизации временных масштабов // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19. № 4. С. 12-24.
10. Журавлев М.О., Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. Исследование на различных временных масштабах поведения неавтономного осциллятора Ван-дер-Поля в присутствии шума вблизи границы синхронизации // Изв. РАН. Сер. Физическая. 2012. Т. 76. № 12. С. 1503-1506.
11. Журавлев М.О., Куровская М.К., Москаленко О.И. Метод выделения ламинарных и турбулентных фаз в перемежающихся временных реализациях систем, находящихся вблизи границы фазовой синхронизации // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 10. С. 31.
12. Pierce J.R. Limiting currents in electron beam in presence ions // J. Appl. Phys. 1944. V. 15. P. 721.
13. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003. Т. 1.
14. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Rempfen I.S. Controlling chaos in spatially extended beam-plasma system by the continuous delayed feedback // CHAOS. 2006. V. 16. P. 013123.

БЛАГОДАРНОСТИ: Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, соглашения 14.В37.21.0059 и 14.132.21.1426.

Поступила в редакцию 31 января 2013 г.

Danilov D.I., Zhuravlev M.O. MODIFICATION OF LAMINAR AND TURBULENT PHASE DETECTION METHOD FOR SYSTEMS NEAR PHASE SYNCHRONIZATION BOUNDARY

The modification of laminar and turbulent phase detection method for systems linked to spatially distributed systems below the phase synchronization boundary of phase synchronization and demonstrating the behavior where the sections of synchronic and asynchronous dynamics alternate with each other is described. The proposed technique allows marking out the stages in order to analyze statistic characteristics of system behavior such as distribution of duration of phases and the dependence of the average duration of the phase of parameter above the critical.

Key words: phase synchronization; chaos dynamics; intermittency; spatially distributed systems.