

УДК 517.9

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПОВЕДЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ В ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ, НАХОДЯЩИХСЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

© 2012 г. Д. И. Данилов^{1,2}, А. А. Короновский^{1,2}

E-mail: danilov_dm89@mail.ru

Проведено исследование динамики связанных пространственно-распределенных систем на примере однонаправленно связанных диодов Пирса вблизи границы фазовой хаотической синхронизации. Показано, что динамика в исследуемой области параметра связи подчиняется универсальной закономерности, справедливой для различных точек пространства системы.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большое внимание исследователей привлекает к себе явление синхронизации хаотических колебаний. Традиционно выделяют следующие наиболее типичные виды хаотической синхронизации: фазовая синхронизация [1], обобщенная синхронизация [2], синхронизация с запаздыванием [3], полная хаотическая синхронизация [4]. Представляет интерес вопрос о том, можно ли рассматривать все типы синхронизации с единых позиций. Один из возможных подходов – рассмотрение связанных систем с позиции синхронизации временных масштабов [5] и спектральных компонент [6], которые тесно связаны друг с другом. В этом случае каждый из перечисленных выше типов синхронизации представляется как частное проявление синхронизации временных масштабов или синхронизации спектральных компонент. При рассмотрении динамики связанных систем с позиций синхронизации временных масштабов основное внимание уделяется поведению разности фаз, вводимых в рассмотрение с помощью непрерывного вейвлетного преобразования для каждого временного масштаба, тогда как при синхронизации спектральных компонент изучается синхронизация отдельных частотных составляющих фурье-спектров взаимодействующих систем. В настоящей работе использован второй подход, связанный с анализом спектральных компонент частотных спектров взаимодействующих систем, и с его помощью изучается динамика связанных пространственно-распределенных систем, способных демонстрировать хаотическую динамику.

К настоящему времени синхронное поведение, с точки зрения спектральных компонент, изучено достаточно хорошо [6], однако динамика систем в области параметров, предшествующей установлению синхронного режима, изучена не в полной мере. Известно, что в данной области в хаотических системах наблюдается перемежающееся поведение [7, 8]. При этом исследования динамики систем вблизи границы установления синхронного режима с точки зрения синхронизации спектральных компонент ранее проводили на примере систем с малым числом степеней свободы, а именно для связанных осцилляторов Ресслера и для отображений окружности [9] (являющихся эталонными модельными объектами), а также для систем с бесконечным числом степеней свободы – пространственно-распределенных систем [10], динамика которых в ряде случаев может принципиально отличаться от динамики классических конечномерных моделей, демонстрирующих хаотическое поведение. В работе [10] анализировали сигнал, получаемый из одной точки пространства взаимодействия. Однако в пространственно-распределенных системах сигналы, снимаемые в разных точках, могут отличаться друг от друга, поэтому представляет интерес вопрос о том, справедливы ли полученные в [10] результаты для сигналов, снимаемых в других точках пространства взаимодействия изучаемых систем. Исследованию данного вопроса и посвящена данная работа.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ СВЯЗАННЫХ ДИОДОВ ПИРСА ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Синхронизация спектральных компонент в области параметров, предшествующей установлению синхронного режима, для систем с бесконечным фазовым пространством была исследована

¹ ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского”.

² ФГБОУ ВПО “Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина”.

дована на примере однонаправленно связанных диодов Пирса. Диод Пирса [11] представляет собой две бесконечные плоские параллельные сетки, пронизываемые бесконечно широким электронным потоком. Пространство между сетками заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью, равной невозмущенной плотности заряда в электронном потоке.

При определенных значениях управляющих параметров для описания системы связанных диодов Пирса можно использовать гидродинамическое приближение, в рамках которого электронный пучок рассматривается как сплошная среда – некоторая заряженная жидкость, скорость которой в каждой точке пространства является однозначной функцией времени [11]. В этом случае исследуемая система описывается системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} &= -v_{1,2} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} - \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} &= -\frac{\partial(\rho_{1,2} v_{1,2})}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \phi_{1,2}}{\partial x^2} &= -\alpha_{1,2}^2 (\rho_{1,2} - 1) \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями

$$v_{1,2}(0, t) = 1, \quad \rho_{1,2}(0, t) = 1, \quad \phi_{1,2}(0, t) = 0, \quad (2)$$

где ϕ – безразмерный потенциал поля пространственного заряда, ρ – безразмерная плотность заряда, v – безразмерная плотность потока, x – безразмерная координата, t – безразмерное время, α – параметр Пирса, являющийся управляющим параметром для каждой системы, $\alpha_1 = 2.858\pi$, $\alpha_2 = 2.862\pi$. Индексы 1 и 2 обозначают ведущую и ведомую системы соответственно.

Однонаправленная связь между системами осуществляется при помощи изменения значения безразмерного потенциала на правой границе ведомой системы, в то время как потенциал на правой границе ведущей системы остается неизменным:

$$\begin{cases} \phi_1(1, t) = 0, \\ \phi_2(1, t) = \varepsilon(\rho_2(1, t) - \rho_1(1, t)). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь ε – параметр связи, $\rho_{1,2}(1, t)$ – колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой системы.

В работе исследуется динамика систем при значениях параметра связи, близких к границе фазовой синхронизации $\varepsilon_{PH} \approx 0.0098$. С точки зрения синхронизации спектральных компонент, установление режима фазовой синхронизации соответствует синхронизации основных спектральных компонент фурье-спектров взаимодействующих систем. Частоту, соответствующую ос-

новной спектральной компоненте, можно определить при помощи преобразования Фурье

$$S_{1,2}(f) = \int_0^T \rho_{1,2}(t) e^{-2\pi i f t} dt. \quad (4)$$

Нужно заметить, что формально интеграл в выражении (4) рассчитывается по бесконечному интервалу времени. Тем не менее при численном моделировании длина T анализируемого временного интервала всегда ограничена.

С помощью (4) можно ввести фазу спектральной компоненты как аргумент комплексного числа. Для основной спектральной компоненты $\varphi = \arg S(f_m)$, где $f_m = 0.2579$ – частота основной спектральной компоненты ведущей системы. Введенная таким образом фаза постоянна во времени и зависит только от начальных условий и от длины T временной реализации, по которой рассчитывается преобразование Фурье. В синхронном режиме при отсутствии хаотической динамики разность фаз взаимодействующих систем одинакова при любых начальных условиях, т.е. распределение разностей фаз имеет вид δ -функции. Однако вследствие хаотической динамики, а также из-за ограниченности длины реализации T такие распределения должны иметь вид распределений Гаусса, стремящихся к δ -функции с увеличением T . В работе [10] было изучено, каким именно образом зависит дисперсия таких распределений от величины T , а также каким образом соотносятся такие зависимости при различных значениях параметра связи ε . Было показано, что зависимость дисперсии распределений разности фаз основных спектральных компонент сигналов однонаправленно связанных диодов Пирса, снятых в фиксированной точке пространства взаимодействия $x_1 = 0.2$, от величины T при разных параметрах связи ε является универсальной. Вид этой зависимости практически совпадает с аналогичными зависимостями, рассчитанными для систем других классов – систем Ресслера и отображений окружности [9].

Как отмечено выше, исследования динамики связанных диодов Пирса вблизи границы фазовой синхронизации в [10] были проведены для одного значения пространственной координаты $x_1 = 0.2$. Для изучения вопроса о том, справедливы ли полученные результаты для всего пространства взаимодействия ($0 < x < 1$) систем с бесконечным числом степеней свободы, в данной работе проводится аналогичный расчет для другого значения продольной координаты $x_2 = 0.75$. На рис. 1 приведены полученные в этой точке распределения разности фаз взаимодействующих систем; видно, что они имеют вид распределений Гаусса, дисперсия которых уменьшается с увеличением длины анализируемого временного интервала T . Представляет интерес, как именно за-

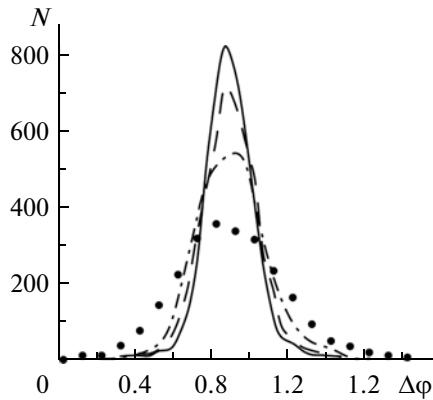


Рис. 1. Распределения разности фаз двух однонаправленно связанных диодов Пирса при $\varepsilon = 0.01$: $T = 3900$ (сплошная линия); $T = 3000$ (пунктирная линия); $T = 1950$ (штрихпунктирная линия); $T = 750$ (точки).

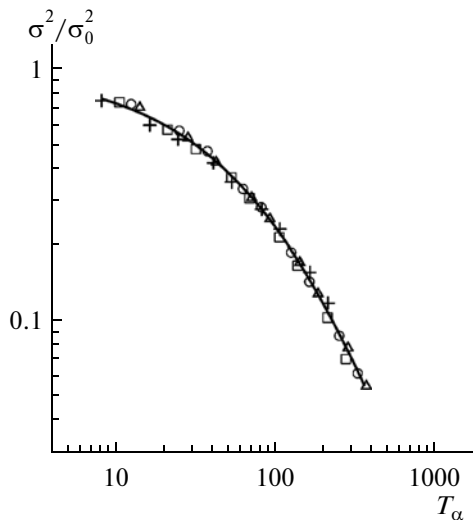


Рис. 2. Зависимость дисперсии распределений разности фаз однонаправленно связанных диодов Пирса от нормированной длины анализируемой временной реализации T_α для значения параметра связи $\varepsilon = 0.008$ (кресты), $\varepsilon = 0.01$ (квадраты), $\varepsilon = 0.012$ (круги), $\varepsilon = 0.014$ (треугольники).

висит дисперсия этих распределений от длины T анализируемого временного интервала, а также как соотносятся такие зависимости для разных значений параметра связи ε .

Для корректного сопоставления результатов при разных значениях ε по аналогии с [12] введем следующую перенормировку:

$$T_\alpha = T\sqrt{\alpha}, \quad (4)$$

где $\alpha = \varepsilon - \varepsilon_c$ — параметр надкритичности, ε_c — критическое значение, которое в данном случае имеет значение $\varepsilon_c \approx 0.005$. Как и в [9], дисперсию отнормируем на значение дисперсии распределений при $T = 0$. Полученные зависимости приведены на рис. 2. Видно, что для различных значе-

ний параметра ε кривые практически совпадают, “ложась” на некую универсальную зависимость, причем вид этой зависимости аналогичен кривой, полученной ранее [10] для однонаправленно связанных диодов Пирса при другом значении продольной координаты x .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование динамики связанных пространственно-распределенных систем вблизи границы фазовой хаотической синхронизации на примере связанных диодов Пирса. Показано, что в изучавшейся точке пространства системы демонстрируют поведение, аналогичное наблюдавшемуся ранее для другого значения продольной координаты x взаимодействующих систем. Основываясь на полученных результатах, можно ожидать, что полученные закономерности характерны для сигналов, снимаемых из любых точек пространства взаимодействия систем с бесконечным числом степеней свободы, находящихся вблизи границы фазовой хаотической синхронизации.

Работа выполнена при поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы, Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 12-02-00221) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ (проект НШ-1430.2012.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. № 11. P. 1804.
2. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.* // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. № 2. P. 980.
3. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. № 22. P. 4193.
4. *Pecora L.M., Carroll T.L.* // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. № 8. P. 821.
5. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // CHAOS. 2004. V. 14. № 3. P. 603.
6. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 5. 056204.
7. *Pikovsky A.S., Osipov G.V., Rosenblum M.G. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. № 1. P. 47.
8. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I.* // Phys. Lett. A. 2011. V. 375. № 15. P. 1646.
9. *Данилов Д.И., Короновский А.А.* // Изв. РАН. Сер. физич. 2011. Т. 75. № 12. С. 1709; *Danilov D.I., Koronovskii A.A.* // Bull. Russ. Acad. Physics. 2011. V. 75. № 12. P. 1605.
10. *Данилов Д.И., Короновский А.А.* // Изв. вузов. Прикл. нелинейная динамика. 2012. Т. 20. № 1. С. 105.
11. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 1. М.: Физматлит, 2003.
12. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K.* // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. № 3. 036212.