

09

О возникновении обобщенной синхронизации в пучково-плазменных системах, связанных взаимно

© А.А. Короновский, О.И. Москаленко, В.А. Максименко,
А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: moskalenko@nonlin.sgu.ru

Поступило в Редакцию 26 января 2011 г.

Обнаружено явление обобщенной синхронизации во взаимно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. Показано, что возникновение синхронного режима связано с периодом одной из положительных ляпуновских экспонент в область отрицательных значений. Полученные результаты подтверждены при помощи метода ближайших соседей.

Исследование синхронизации хаотических колебаний в пучково-плазменных системах представляется в настоящее время одним из важнейших направлений радиофизики и электроники сверхвысоких частот [1,2]. Режимы хаотической синхронизации находят широкое применение при разработке способов скрытой передачи информации и управлении хаосом в системах СВЧ-диапазона [2–4].

В настоящее время обнаружено несколько типов синхронного поведения связанных пучково-плазменных систем (фазовая синхронизация, полная синхронизация, обобщенная синхронизация, синхронизация временных масштабов) [5,6]. Одним из наиболее интересных и важных из них является режим обобщенной синхронизации [6,7]. Изначально этот режим был введен в рассмотрение только для однонаправленно связанных хаотических систем. Позднее понятие обобщенной синхронизации было обобщено на взаимно связанные динамические системы и сети со сложной топологией [8,9]. В то же самое время работы, касающиеся исследования этого режима в пучково-плазменных системах, ограничиваются рассмотрением однонаправленного типа связи [6]. Представляется интересным вопрос о возможности возникновения обобщенной синхронизации во взаимно связанных пучково-плазменных

системах со сверхкритическим током. В настоящей работе впервые рассматривается этот режим в классических моделях плазменной СВЧ-электроники — взаимно связанных диодах Пирса.

По аналогии со случаем однонаправленной связи под режимом обобщенной синхронизации взаимно связанных пучково-плазменных систем $\mathbf{u}_{1,2}(x, t)$ будем понимать такой режим, при котором устанавливается уникальное функциональное соотношение $\mathbf{F}[\cdot]$ между их состояниями:¹

$$\mathbf{F}[\mathbf{u}_1(x, t), \mathbf{u}_2(x, t)] = 0. \quad (1)$$

При этом следует отметить, что соотношение (1) оказывается справедливым и для систем с однонаправленным типом связи, а традиционное функциональное соотношение $\mathbf{u}_2(x, t) = \mathbf{F}[\mathbf{u}_1(x, t)]$, используемое для определения обобщенной синхронизации таких систем, может быть рассмотрено как его частный случай.

Для диагностики обобщенной синхронизации в системах с однонаправленным типом связи традиционно используют метод ближайших соседей [7,10], метод расчета условных ляпуновских экспонент [11] или метод вспомогательной системы [12]. Понятно, что эти методы могут быть обобщены и на случай взаимной связи между системами (см., например, работу [8], где предложена модификация метода вспомогательной системы). В то же самое время, как показывают исследования, проведенные для систем с малым числом степеней свободы, применение метода вспомогательной системы к системам с взаимным типом связи приводит к некорректным результатам [13], в то время как метод ближайших соседей и расчет спектра ляпуновских экспонент позволяют адекватно описать возникновение синхронного режима во взаимно связанных системах с малым числом степеней свободы. В настоящей работе эти методы обобщены на распределенные пучково-плазменные системы.

В качестве объекта исследования выберем, как упоминалось выше, взаимно связанные диоды Пирса, динамика которых в рамках гидродинамического приближения описывается самосогласованной системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона [2,14]:

$$\frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} = -v_{1,2} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x_{1,2}} - \frac{\partial \phi_{1,2}}{\partial x}, \quad (2)$$

¹ Понятие состояния будет дано ниже.

$$\frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} = \frac{\partial(\rho_{1,2} v_{1,2})}{\partial x}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} = -\alpha_{1,2}^2 (\rho_{1,2} - 1), \quad (4)$$

с граничными условиями:

$$v_{1,2}(0, t) = 1, \quad \rho_{1,2}(0, t) = 1, \quad \varphi_{1,2}(0, t) = 0, \quad (5)$$

где φ — безразмерный потенциал поля пространственного заряда, ρ — безразмерная плотность заряда, v — безразмерная плотность потока, x — безразмерная координата и t — безразмерное время. Индексы „1“ и „2“ отвечают первой и второй связанным пучково-плазменным системам соответственно. Единственным управляющим параметром, характеризующим динамику системы, является параметр Пирса α — невозмущенный угол пролета электронов по плазменной частоте. Значения управляющих параметров взаимодействующих систем выберем следующими: $\alpha_1 = 2.858\pi$, $\alpha_2 = 2.860\pi$.

Взаимная связь между системами осуществляется с помощью изменения значения безразмерного потенциала на правых границах обеих систем:

$$\varphi_{1,2}(1, t) = \varepsilon (\rho_{1,2}(x = 1, t) - \rho_{2,1}(x = 1, t)). \quad (6)$$

Здесь ε — коэффициент связи между системами, $\rho_{1,2}(x = 1, t)$ — колебания безразмерной плотности пространственного заряда, регистрируемые на выходе каждой из систем.

Для диагностики обобщенной синхронизации воспользуемся методом расчета спектра ляпуновских экспонент. На рис. 1, а приведены зависимости четырех старших показателей Ляпунова от параметра связи ε . Для расчета спектра ляпуновских экспонент использовалась методика, предложенная в работе [15]. Из рисунка видно, что, так же как и в случае однонаправленной связи (см., например, [6]), при изменении параметра связи между системами две ляпуновские экспоненты практически не меняются: одна ляпуновская экспонента λ_1 всегда (за исключением окон периодичности) остается положительной и всегда имеется одна нулевая ляпуновская экспонента λ_3 . В то же время два ляпуновских показателя (изначально положительный λ_2 и изначально нулевой λ_4) зависят от параметра связи и при превышении параметром связи некоторых критических значений становятся отрицательными. Можно предположить, что по аналогии со случаем однонаправленно

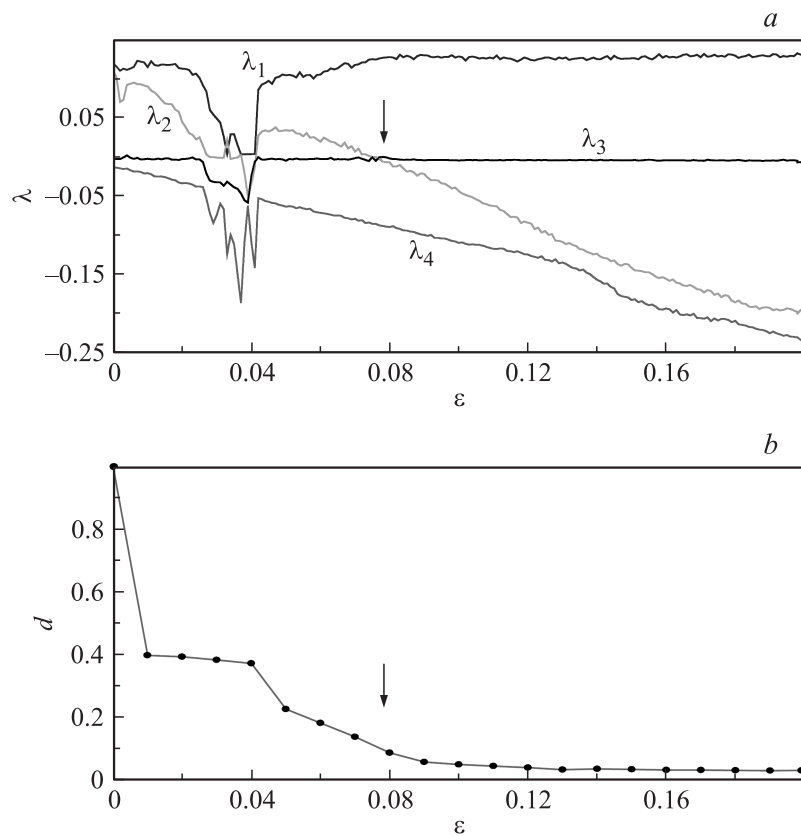


Рис. 1. Зависимость четырех старших показателей Ляпунова (а) и количественной меры d (b) от параметра связи ε . Значение параметра связи $\varepsilon_c = 0.078$, соответствующее возникновению обобщенной синхронизации, отмечено стрелкой.

связанных систем переход положительной ляпуновской экспоненты λ_2 в область отрицательных значений (что происходит в исследуемой системе при $\varepsilon = \varepsilon_c = 0.078$) связан с возникновением режима обобщенной синхронизации во взаимно связанных пучково-плазменных системах.

Для подтверждения сделанного предположения воспользуемся методом ближайших соседей. Для количественной характеристики сте-

пени близости состояний взаимодействующих систем по аналогии с работой [10] вычислим среднее расстояние между двумя состояниями второй системы \mathbf{u}_2^k и \mathbf{u}_2^{kn} , нормированное на среднее расстояние δ между случайно выбранными состояниями первой системы:

$$d = \frac{1}{N\delta} \sum_{k=0}^{N-1} \|\mathbf{u}_2^k - \mathbf{u}_2^{kn}\|, \quad (7)$$

где N — число производимых итераций. В качестве векторов состояния взаимодействующих систем выберем $\mathbf{u}_{1,2}(x, t) = (\rho_{1,2}v_{1,2}, \varphi_{1,2})^T$. На рис. 1, *b* приведена зависимость количественной меры d от параметра связи ε . Нетрудно заметить, что при увеличении ε величина d монотонно уменьшается от 1 до 0, при этом ε_c приходится примерно на середину спадающего участка $\varepsilon \in [0.04; 0.12]$, что свидетельствует о наступлении режима обобщенной синхронизации в системе. При этом следует отметить, что режим обобщенной синхронизации в данном случае отличается от режима полной синхронизации (при указанных значениях управляющих параметров полная синхронизация наступает при $\varepsilon \approx 0.17$).

Дополнительным доказательством существования режима обобщенной синхронизации во взаимно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током является поведение ближайших соседей в фазовом пространстве взаимодействующих систем. Известно, что диод Пирса при выбранных значениях управляющих параметров может быть описан конечномерной моделью, представляющей собой систему трех обыкновенных дифференциальных уравнений, полученную при помощи методом Галеркина [16]. Вышесказанное делает возможным восстановление фазового пространства взаимодействующих диодов Пирса (2)–(4) [17] и анализ поведения ближайших соседей в нем аналогично тому, как это делалось в системах с малым числом степеней свободы [13]. Соответствующие результаты показаны на рис. 2, где приведены восстановленные аттракторы взаимодействующих диодов Пирса на плоскости ($\rho_{1,2}(x = 0.2, t)$, $\rho_{1,2}(x = 0.6, t)$) при различных значениях параметра связи ε . На аттракторах первой системы (рис. 2, *a, c, e*) приведены также три случайно выбранные точки и их ближайшие соседи. Рис. 2, *b, d, f* иллюстрируют соответствующие им состояния в фазовом пространстве второй системы.

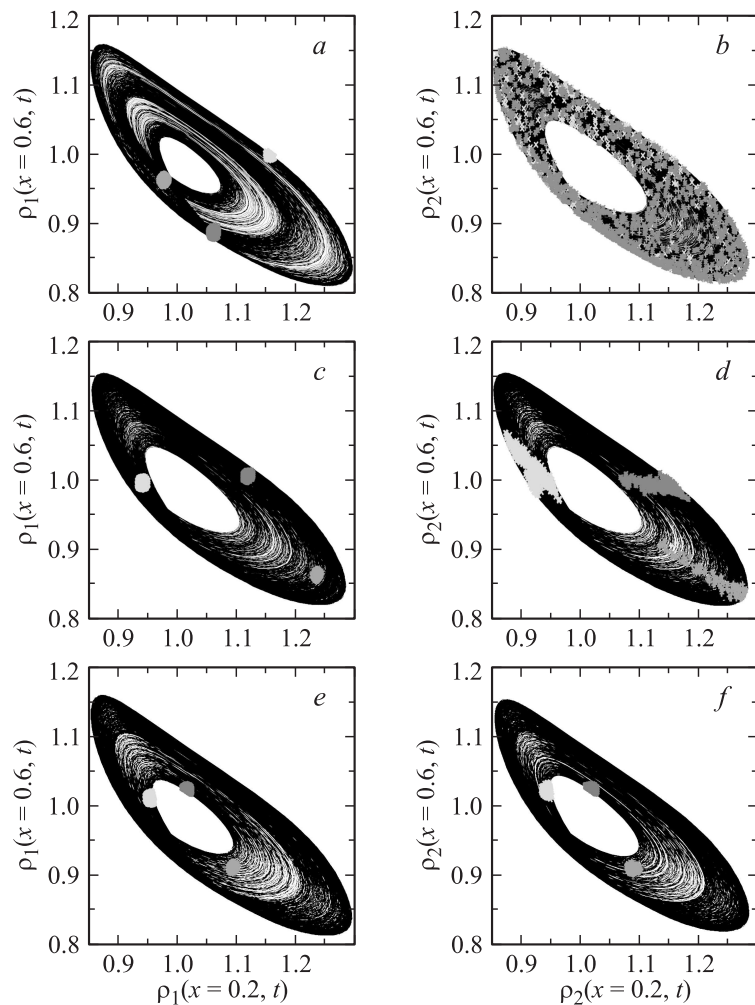


Рис. 2. Восстановленные аттракторы взаимно связанных диодов Пирса на плоскости $(\rho_{1,2}(x = 0.2, t), \rho_{1,2}(x = 0.6, t))$ при различных значениях параметра связи: a, b — $\varepsilon = 0.002$ (асинхронное состояние), c, d — $\varepsilon = 0.05$ (режим фазовой синхронизации), e, f — $\varepsilon = 0.10$ (режим обобщенной синхронизации). a, c, e — восстановленные аттракторы первого диода Пирса с тремя случайно выбранными точками и их ближайшими соседями; b, d, f иллюстрируют соответствующие им состояния в фазовом пространстве второй системы.

Нетрудно заметить, что при малых значениях параметра связи ($\varepsilon = 0.002$) все точки в фазовом пространстве второй системы распределены случайным образом по всему аттрактору (рис. 2, *b*). При увеличении параметра связи точки начинают группироваться в ограниченном диапазоне аттрактора (что соответствует наступлению режима фазовой синхронизации), причем радиус этой области уменьшается с ростом параметра связи (сравните рис. 2, *d, f*). При $\varepsilon > \varepsilon_{LE}$ все состояния второй пучково-плазменной системы, соответствующие ближайшим соседям первого диода Пирса, оказываются также близкими, и наоборот (рис. 2, *e, f*), что еще раз подтверждает возникновение обобщенной синхронизации.

Таким образом, в настоящей работе рассмотрен вопрос о возникновении обобщенной синхронизации во взаимно связанных пучково-плазменных системах со сверхкритическим током (на примере диодов Пирса в гидродинамическом приближении). Показано, что возникновение режима обобщенной синхронизации обусловлено переходом второй ляпуновской экспоненты в область отрицательных значений.

Работа выполнена при поддержке ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 годы, Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-02-00047) и президентской программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-3407.2010.2).

Список литературы

- [1] Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Методы нелинейной динамики и хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот. Т. 2. Нестационарные и хаотические процессы. М.: Физматлит, 2009.
- [2] Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2-х т. М.: Физматлит, 2003.
- [3] Залогин Н.Н., Кислов В.В. Широкополосные хаотические сигналы в радиотехнических и информационных системах. М.: Радиотехника, 2006.
- [4] Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е. // УФН. 2009. Т. 179. В. 12. С. 1281–1310.
- [5] Попов П.В., Филатов Р.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. В. 6. С. 9–16.
- [6] Filatov R.A., Hramov A.E., Koronovskii A.A. // Phys. Lett. A. 2006. V. 358. P. 301–308.

- [7] *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. N 2. P. 980–994.
- [8] *Zheng Z., Wang X., Cross M.C.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 056 211.
- [9] *Hung Y., Huang Y., Ho M., Hu C.* // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. N 1. P. 016 202.
- [10] *Parlitz U., Junge L., Lauterborn W., Kocarev L.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. N 2. P. 2115–2117.
- [11] *Pyragas K.* // Phys. Rev. E. 1997. V. 56. N 5. P. 5183–5188.
- [12] *Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M.M.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. N 5. P. 4528–4535.
- [13] *Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Hramov A.E., Shurygina S.A.* // Proceedings of 18th IEEE Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems. 2010. P. 70–73.
- [14] *Anfinogentov V.G., Trubetskov D.I.* // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. В. 12. С. 2251–2257.
- [15] *Короновский А.А., Москаленко О.И., Фролов Н.С., Храмов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. В. 14. С. 19–25.
- [16] *Hramov A.E., Rempen I.S.* // Int. J. Electronics. 2004. V. 91. N 1. P. 1–12.
- [17] *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Europhysics Letters. 2007. V. 80. P. 10 001.