



## ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ: КОНЦЕПЦИИ ВЕЙВЛЕТОВ И ЭМПИРИЧЕСКИХ МОД\*

*А.Н. Павлов, А.Е. Филатова, А.Е. Храмов*

Проводится сопоставление концепций вейвлетов и эмпирических мод как наиболее перспективных инструментов изучения структуры нестационарных многокомпонентных процессов. Отмечаются их преимущества по сравнению с классическими методами обработки экспериментальных данных, а также ограничения этих подходов, которые необходимо знать для корректной интерпретации результатов расчетов. Новые возможности исследования структуры сигналов при наличии помех иллюстрируются на примере цифровых одноканальных экспериментальных данных сейсморазведки.

*Ключевые слова:* Вейвлетный анализ, преобразование Гильберта–Хуанга, сейсморазведка, временные ряды, частотно-временной анализ, мода.

### Введение

Проблема анализа динамики систем с меняющимися во времени характеристиками является одной из актуальных задач цифровой обработки сигналов. Классический подход к проведению исследований таких систем состоит в предположении квазистационарности – медленного изменения параметров во времени. В этом случае небольшие фрагменты регистрируемых процессов можно рассматривать как почти стационарные сигналы, применяя к ним классические вероятностные и спектральные методы. Однако такой подход, несомненно, является эффективным лишь при решении ограниченного круга проблем цифровой обработки сигналов, преимущественно в случае нестационарности, носящей характер низкочастотного тренда [1]. Данная ситуация не создает принципиальной сложности, так как спектральные области, соответствующие тренду и динамике, представляющей интерес для исследователя, не перекрываются и их можно разделить, применяя различные приемы цифровой фильтрации [2]. Значительно сложнее случай, когда избавиться от проблемы нестационарности с помощью фильтров не представляется возможным, например,

\*Статья написана по материалам доклада на IX Международной школе «Хаотические автоколебания и образование структур», Саратов, Россия, 4–9 октября, 2010.

если нестационарными являются изучаемые ритмические процессы. Еще с начала прошлого века исследователям было понятно, что широко используемый спектральный анализ, предусматривающий разложение по базису гармонических функций, не применим к системам с меняющимися во времени характеристиками. В качестве примера можно привести высказывание Л.И. Мандельштама, который еще в 1920-х годах отмечал, что «физическое значение разложения Фурье в большой мере связано с резонансными свойствами линейных систем с постоянными параметрами; при переходе к линейным системам с переменными параметрами разложение Фурье перестает быть целесообразным, и место функций  $\cos$  и  $\sin$  должны занять другие функции» (цит. по [3]).

Действительно, преобразование Фурье предусматривает интегрирование сигнала  $x(t)$  в диапазоне  $(-\infty, \infty)$  для получения спектральной информации на заданной частоте, и эта процедура не подразумевает возможности изменения характеристик сигнала на отдельных участках. Фактически, обеспечивается расчет усредненной спектральной информации о сигнале, когда количество спектральных линий не обязательно соответствует числу колебательных мод. Известно, например, что классический спектр мощности не способен отличить сигнал, содержащий переключение частоты гармонической функции от сигнала, содержащего два гармонических колебания с разными частотами [4, 5]. В обоих случаях будет получен спектр, содержащий два пика, и из анализа данного спектра нельзя установить, присутствуют ли ритмические процессы с независимыми частотами одновременно или они возникают последовательно. Результатом классического спектрального анализа является одномерная зависимость спектральной плотности мощности от частоты, которая не учитывает возможность временной эволюции спектральных характеристик и их изменения.

Осознание необходимости создания новых инструментов анализа структуры сигналов, которые могли бы эффективно применяться для обработки нестационарных процессов в динамике систем различной природы, привело к появлению ряда оригинальных подходов. Важный шаг был сделан А. Гроссманом и Ж. Морле в 1980-х годах, когда они продемонстрировали возможность анализа произвольных нестационарных сигналов с помощью единственной функции – «материнского вейвлета»  $\psi(t)$ , осуществляя ее перемасштабирование и смещение [6]. Дальнейшее построение современной теории вейвлетов, «индуцированное» исследованиями А. Гроссмана и Ж. Морле, связано с именами И. Мейера [7, 8], И. Добеши [9], С. Малла [5] и многих других. В настоящее время вейвлет-анализ превратился в мощнейший инструмент изучения частотно-временной структуры сигналов, широко используемый почти во всех естественных науках и многих областях техники [10–22].

Но наряду с созданием теории вейвлетов, не прекращаются попытки развития альтернативных методов частотно-временного анализа нестационарных процессов, наиболее значимой среди которых является разработка метода эмпирических мод, называемого также преобразованием Гильберта–Хуанга [23–28]. Существует мнение, что этот подход может превосходить вейвлетный анализ с точки зрения частотно-временного разрешения [23–25]. Главное преимущество метода эмпирических мод заключается в том, что он не требует выбора базиса и настройки параметров преобразования, поэтому его проще использовать на практике при проведении вычисле-

ний, так как не требуется проводить предварительные исследования, направленные на выбор оптимального материнского базиса, по которому раскладывается сигнал.

В данной статье проводится качественное сопоставление концепций вейвлетов и эмпирических мод как наиболее перспективных инструментов изучения частотно-временной структуры нестационарных процессов. Рассматриваются преимущества по сравнению с классическими методами обработки экспериментальных данных, а также ограничения данных подходов, которые необходимо знать для корректной интерпретации результатов расчетов. Новые возможности исследования структуры нестационарных многокомпонентных процессов при наличии помех иллюстрируются на примере цифровых одноканальных экспериментальных данных сейсморазведки.

### **1. Ограничения классических методов частотно-временного анализа и их устранение в рамках концепции вейвлетов**

Во Введении уже отмечались недостатки классического спектрального анализа, состоящие в неспособности данного инструмента исследования получать по настоящему локализованную спектральную информацию и изучать динамику систем с меняющимися во времени характеристиками. Отметим, что данные ограничения сохраняются и в том случае, когда анализируется реальная ситуация – процесс конечной длительности, анализ которого проводится с применением оконного преобразования Фурье. Возможность выбора размера окна формально позволяет изучать спектральные характеристики сигнала  $x(t)$  на отдельных участках, но на практике качество таких оценок является невысоким вследствие того, что размер окна фиксированный и не зависит от частоты, на которой проводятся расчеты спектральной плотности мощности. Для узкополосных процессов отсутствие отмеченной зависимости не является принципиальным – всегда можно подобрать размер окна, «оптимальный» для качественного оценивания спектральных характеристик. Однако для широкополосных процессов ситуация меняется принципиальнейшим образом – существует диапазон частот, внутри которого обеспечивается получение локализованной спектральной информации (если в пределы оконной функции попадает несколько периодов колебаний), диапазон, где обеспечивается недостаточно высокое качество локализации (десятки периодов) и область отсутствия локализации (сотни периодов). Именно постоянство во временной области окна преобразования является главным ограничением классического спектрального анализа (рис. 1, *a*), так как информацию о быстрых изменениях в структуре сигналов важно извлекать из коротких фрагментов экспериментальных данных, а информацию о медленных изменениях – из более длительных участков [10,11].

Такую идеологию использует вейвлетный анализ, подвижное частотно-временное окно которого «автоматически» подстраивается под анализируемый масштаб наблюдения (рис. 1, *b*). Теория вейвлетов начала активно развиваться в конце 1980-х годов, хотя исторические предпосылки для ее появления возникли намного раньше. В частности, можно отметить работы 1940-х годов, когда впервые была озвучена идея разложения по так называемым «атомам» с помощью смещенных друг относительно друга функций Гаусса [29]. Этот подход уже принципиально отличался от идеологии разложения по базису, построенному из функций, отличных от гармонических (например, функций Уолша [30]). Ключевым аспектом работы [29] являлась возможность проведения локализованного анализа структуры сигналов (за счет ис-

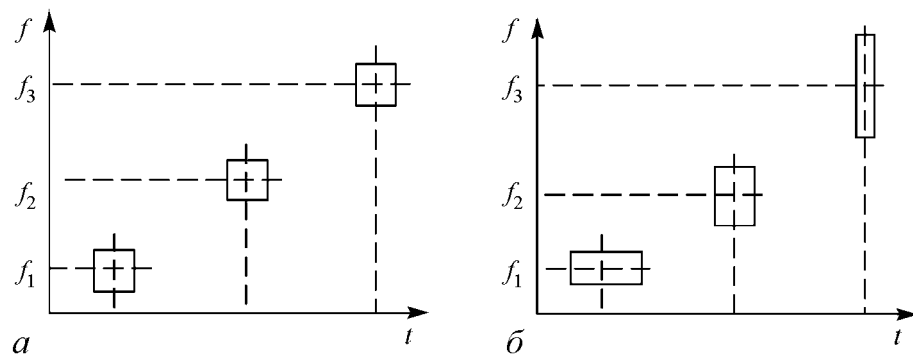


Рис. 1. Частотно-временное окно для оконного спектрального анализа (а) и вейвлет-анализа (б). В первом случае размер окна постоянный во временной и в частотной областях, а ширина спектральных линий не меняется при проведении оценок спектра мощности на частотах  $f_1$ ,  $f_2$  и  $f_3$ . Во втором случае проводится «автоматическая» подстройка окна под выбранный масштаб наблюдения, вследствие чего ширина спектральных линий увеличивается с ростом частоты

пользования ограниченных во времени функций), что важно при изучении нестационарных процессов. Примерно к тому же периоду времени относится и идеология распределения Вигнера–Вилля [31, 32], предусматривающая возможность введения в рассмотрение частотно-временного представления анализируемого сигнала и обеспечивающая при этом высокое разрешение как по времени, так и по частоте. Однако эти первые попытки создания методов частотно-временного анализа имели очевидные и весьма серьезные недостатки. Так, распределение Вигнера–Вилля приводит к появлению интерференций, существенно усложняющих возможность адекватной расшифровки информации, полученной в результате проведения расчетов. Интерференции затрудняют возможность получения неискаженной информации о структуре сигнала и, в частности, об изменениях во времени его частотных характеристик. Устранение интерференций распределения Вигнера–Вилля возможно путем осуществления сглаживания с подходящим ядром [9], но это сопровождается заметным ухудшением спектрального разрешения. Считается, что распределение Вигнера–Вилля целесообразно применять только для очень коротких сигналов [9], но даже в этом случае оно уступает по своим возможностям теории вейвлетов. Вследствие отмеченных ограничений этот подход не нашел широкого распространения при решении задач цифровой обработки сигналов, полученных при осуществлении натурных экспериментов.

Фактически, только в конце 1980-х годов сформировалось отдельное новое направление в задачах цифровой обработки сигналов, называемое вейвлет-анализом, которое стало серьезным прорывом в теории цифровой обработки сигналов, осуществленным за последние несколько десятилетий. В настоящее время концепция вейвлетов широко используется при проведении частотно-временного анализа нестационарных процессов, так как она позволяет оперировать с величинами, которые являются привычными в радиофизике. Например, с помощью непрерывного вейвлет-преобразования с комплексными базисами можно ввести в рассмотрение такие характеристики как мгновенные амплитуды, мгновенные частоты и фазы колебаний (см., например, [33–35]). Математический аппарат вейвлет-преобразования позволяет изучать данные характеристики для случая многомодовой динамики, включающей ритмические процессы с удаленными друг от друга частотами, то есть для широкой полосы спектра колебаний связанных или неавтономных колебаний [36]. Это

принципиальным образом отличает вейвлет-анализ от классического метода аналитического сигнала, использующего преобразование Гильберта. В последнем случае необходимо рассматривать только узкополосные процессы для того, чтобы получить результаты, имеющие физический смысл. В соответствии с выводами работ [4, 5, 9], вейвлет-анализ превосходит по своим потенциальным возможностям все упомянутые методы частотно-временного анализа структуры сигналов (оконный спектральный анализ, распределение Вигнера–Вилля, метод аналитического сигнала). В связи с тем, что теория вейвлетов в настоящее время широко представлена в многочисленных обзорах и монографиях [3–16], в том числе и в данном журнале [37–39], мы не будем останавливаться на математических аспектах вейвлет-анализа, адресовав читателя к литературе, где эти аспекты подробно рассмотрены.

## 2. Метод эмпирических мод

Отмеченные в предыдущем разделе проблемы, связанные с анализом структуры сигналов на основе метода аналитического сигнала, использующего преобразование Гильберта, не ограничиваются только шириной полосы частот исследуемого процесса. Даже для сравнительно узкополосных процессов преобразование Гильберта уступает вейвлет-преобразованию. Известно, что при обработке нестационарных процессов могут возникать нефизические результаты, если среднее значение исследуемого сигнала отлично от нуля [23]. Из-за ненулевого среднего уровня возможно появление участков с отрицательным значением мгновенной частоты колебаний, формально оцениваемой путем вычисления производной от фазы [25]. Безусловно, такой результат следует признать нефизическим – причиной является наличие постоянной составляющей сигнала, приводящей к неравномерности роста фазового угла, а именно, к появлению участков с отрицательной производной фазы колебаний. Данный пример служит простой иллюстрацией проблем, возникающих при проведении расчетов мгновенной частоты колебаний. Для устранения этих проблем можно воспользоваться стандартной процедурой – сведением сигнала к нулевому среднему уровню. Этот прием широко используется и при проведении классического спектрального анализа для устранения  $\delta$ -выброса на нулевой частоте и вычисления спектра мощности флуктуаций. Но простое вычитание среднего значения позволяет избавиться от рассматриваемых проблем только в случае стационарных процессов, характеристики которых не меняются при переносе начала отсчета времени. В отсутствие стационарности среднее значение в общем случае от времени зависит, поэтому отмеченные сложности вполне могут возникнуть на отдельных участках, характеризующихся локальным ненулевым средним уровнем. Более целесообразной представляется процедура проведения цифровой фильтрации, позволяющей устранить не только постоянную составляющую, но и возможный низкочастотный тренд (например, полиномиальный). Поэтому, прежде чем применять концепцию аналитического сигнала и используемое в рамках этой концепции преобразование Гильберта, вначале необходимо убедиться в том, что проведена необходимая предварительная обработка экспериментальных данных, без реализации которой качество полученных результатов может быть недостаточно высоким (а порой будут получаться и некорректные, с физической точки зрения, результаты). Отметим, что в данном случае мы акцентируем внимание на ограничениях классической концепции аналитического сигнала даже для сравнительно узкополосных процессов, тогда как для многомодовых колебательных процессов, включающих ритмическую активность с независимыми и

удаленными в спектральной области частотами, проблем с получением корректных результатов будет существенно больше, и решать их намного сложнее.

Применение вейвлет-анализа является более эффективным математическим аппаратом, способным устранить недостатки концепции аналитического сигнала. Ключевой аспект состоит в том, что система функций разложения (или базис вейвлет-преобразования) представляет собой фактически набор фильтров, позволяющих в автоматическом режиме устранять проблемы низкочастотного тренда и т.п. От исследователя не требуется осуществлять предварительную фильтрацию экспериментальных данных, так как при проведении расчетов на заданной частоте вейвлет-преобразование будет выступать в роли полосового фильтра, характеристики которого определяются базисной функцией преобразования и допускают настройку «вручную» путем задания параметров, определяющих частотно-временное разрешение. Такой параметр, в частности, есть у функции Морле, традиционно применяемой в качестве наиболее популярного вейвлета для осуществления спектральных оценок [5, 6]. Наряду с тем, что функция Морле обладает хорошими свойствами локализации и во временном пространстве, и в частотной области, результаты вейвлет-анализа с помощью данной функции наиболее приближены к результатам классического оконного спектрального анализа, что облегчает исследование и интерпретацию двумерных вейвлетных спектров [16].

Другой вариант решения проблемы некорректного оценивания мгновенной частоты колебаний был предложен в работе [23] и получил название преобразования Гильберта–Хуанга или метода эмпирических мод. Фактически, для устранения нефизических результатов необходимо обеспечить движение фазовой траектории вокруг начала координат в фазовом пространстве  $(x, x^H)$ , где  $x(t)$  – исходный сигнал,  $x^H(t)$  – преобразование Гильберта функции  $x(t)$ . Смещения этой траектории приводят к возможному появлению участков флуктуаций мгновенной частоты (вследствие несимметричности формы сигнала) или даже участков с отрицательной мгновенной частотой (при значительных смещениях локального среднего уровня). Именно такой подход и предусматривается в рамках метода [23]. Ключевой аспект преобразования Гильберта–Хуанга состоит в том, что на первом этапе оно предусматривает «выравнивание» локального среднего уровня путем усреднения и последующего вычитания двух огибающих сигнала – верхней, проходящей через локальные максимумы, и нижней, проведенной по локальным минимумам. Процедура выделения и устранения локального среднего уровня реализуется в виде итерационного алгоритма (так как за один шаг в подавляющем большинстве случаев не удается свести сигнал к симметричному виду), позволяющего разложить сигнал на составляющие («внутренние» или эмпирические моды), характеризующиеся более выраженной симметрией по сравнению с исходным процессом и разными временными масштабами. Детали этой процедуры описаны в работе [23], а также в статье [40], поэтому не останавливаемся на них подробно. Для каждой из эмпирических мод процедура расчета мгновенных частот колебаний в рамках классического преобразования Гильберта будет всегда приводить к корректным, с физической точки зрения, результатам. Метод [23] позволяет, таким образом, применять классическую концепцию аналитического сигнала к многочастотным процессам, если вначале провести представление исходного сигнала в виде суммы осциллирующих составляющих – эмпирических мод. Если применительно к классическому преобразованию Гильберта можно сформулировать ряд принципиальных недостатков при анализе нестационарных процессов, то для метода Гильберта–Хуанга эти недостатки не столь очевидны, и вопрос о преиму-

ществах этого подхода по сравнению с концепцией вейвлетов требует отдельного, более детального рассмотрения.

К настоящему времени опубликован ряд работ [24–26], авторы которых считают, что преобразование Гильберта–Хуанга обеспечивает более качественное частотно-временное разрешение по сравнению с вейвлет-анализом. Для подтверждения данных выводов рассматривается, например, случай частотной модуляции – если частота модулирующего и модулируемого процессов существенно отличаются друг от друга, то вейвлет-анализ позволяет корректно оценить временные зависимости соответствующих мгновенных частот колебаний. Проблемы возникают в том случае, когда расстояние в спектральной области между частотами становится небольшим, то есть частоты модулируемого и модулирующего процессов сопоставимы. Следствием близких значений частот является возникновение интерференций, служащих отражением факта перекрытия широких спектральных линий, возникающих при расчете непрерывного вейвлет-преобразования (см., например, [16]). Более того, чем выше частота, тем шире окно вейвлет-преобразования в спектральной области, и тем сильнее проявляется эффект интерференций. В работах [24–26] приводятся примеры, свидетельствующие о способности метода эмпирических мод корректно оценивать мгновенные частоты колебаний для взаимодействующих колебательных процессов с незначительно отличающимися периодами, что служит доводом в пользу более эффективного частотно-временного разрешения структуры сигналов с помощью этого метода.

Однако следует принять во внимание, что данные доводы базируются исключительно на отдельных иллюстративных примерах, так как для преобразования Гильберта–Хуанга в значительно меньшей степени разработан математический аппарат, позволяющий строго обосновать возможные преимущества частотно-временного разрешения. В этом аспекте концепция вейвлет-анализа является значительно более серьезно проработанной, и вопрос о разрешении данного метода был решен достаточно давно [7–9]. Современная теория вейвлетов позволяет для различных базисных функций преобразования записать конкретные формулы, по которым можно оценить как ширину спектральных линий на различных частотах, так и определить ограничения спектрального разрешения для близко расположенных спектральных линий. Для наиболее распространенных и часто используемых вейвлетных функций (материнских базисов типа вейвлеты Морле, Паула, МНАТ и др.) соответствующие данные приведены в монографии [16]. Отсутствие строгой теории для метода Гильберта–Хуанга не позволяет сопоставить этот подход с вейвлетами на уровне конкретных формул. Тем не менее, данный инструмент исследования уже успел хорошо себя зарекомендовать при решении широкого круга задач, и его применение на практике в качестве альтернативного метода анализа частотно-временного состава исследуемых сигналов представляется весьма перспективным направлением в цифровой обработке сигналов.

### **3. Сопоставление метода эмпирических мод и вейвлет-анализа**

Проведем сопоставление метода эмпирических мод и вейвлет-анализа, акцентируя внимание на нескольких особенностях этих подходов.

**Используемый базис.** Применительно к вейвлет-анализу проблема выбора базисной функции является одной из ключевых проблем – правильно подобранный «материнский» вейвлет позволит провести детальное исследование структуры слож-

ного сигнала, выявив нужные детали. Очень удачной является современная интерпретация вейвлет-анализа как метода математического микроскопа: параметр смещения вейвлета аналогичен выбору точки фокусировки микроскопа, параметр масштаба позволяет устанавливать нужное увеличение, а выбор вейвлета аналогичен выбору объектива. Интерпретация вейвлет-анализа как метода математического микроскопа представляется очень удачной, и с ее помощью можно понять ключевые проблемы, возникающие в том случае, когда вейвлет-анализ не позволяет выявить необходимые особенности рассматриваемого процесса. Для того, чтобы используемый «микроскоп» являлся эффективным инструментом исследования, он должен быть настроен – подобраны все параметры, обеспечивающие возможность качественного анализа сложных процессов. После соответствующей настройки метод вейвлет-анализа будет обеспечивать более высокое частотно-временное разрешение, чем в случае произвольно установленных параметров непрерывного вейвлетного преобразования. Очевидным преимуществом метода эмпирических мод является то обстоятельство, что он не требует выбора базиса и настройки параметров. Это позволяет, с одной стороны, проще реализовать пакет прикладных программ для проведения расчетов методом эмпирических мод в виде автоматически выполняемой процедуры. С другой стороны, применение преобразования Гильберта–Хуанга в меньшей степени зависит от таких субъективных факторов как опыт исследователя, который важен для подходящей настройки параметров вейвлетного преобразования. С точки зрения используемого базиса, метод эмпирических мод является более простым алгоритмом разложения сигнала на независимые ритмические компоненты. Однако одновременно теряется возможность улучшения характеристик метода специальным выбором и настройкой параметров метода, что можно рассматривать уже как недостаток метода.

**Исследование нелинейных процессов.** Еще одним недостатком, присущим как классическому спектральному анализу, основанному на финитном преобразовании Фурье, так и вейвлетному преобразованию, является проблема анализа нелинейных процессов, а именно оценка амплитуды колебаний, для которых характерен сложный спектральный состав. Фактически, преобразование Фурье позволяет вычислять только амплитуды отдельных составляющих (гармоник), тогда как метод аналитического сигнала и преобразование Гильберта–Хуанга (как его модернизированная версия) обеспечивают возможность введения в рассмотрение мгновенной амплитуды колебательного процесса, характеризующей процесс в целом, а не его отдельные составляющие. Это позволило авторам работ [23–25] утверждать, что метод эмпирических мод лучше приспособлен для выявления и описания нелинейных процессов. Аналогичные доводы можно привести, проводя сопоставление концепции эмпирических мод и вейвлет-преобразования. Вследствие того, что вейвлеты выступают в роли фильтров, они позволяют изучать временную эволюцию отдельных ритмических составляющих в структуре анализируемого сигнала, и при осуществлении вейвлетного преобразования анализируется узкая частотная область, ассоциирующаяся с размером подвижного частотно-временного окна. Для нелинейных процессов, включающих гармоники, каждая из этих гармоник анализируется путем перемасштабирования материнского вейвлета. Двумерный частотно-временной спектр вейвлетного преобразования содержит информацию о мгновенных амплитудах и частотах отдельных гармоник. Если же необходимо ввести в рассмотрение мгновенную амплитуду исследуемого процесса в целом (по аналогии с методом аналитического сигнала), то вейвлет-анализ является менее пригодным для этой цели. С другой



стороны, для широкополосного нестационарного сигнала неочевидна возможность введения единственных мгновенных амплитуд и фаз такого сигнала.

**Наличие завершенной теории.** По этому показателю метод эмпирических мод, безусловно, уступает как классическому спектральному анализу, так и вейвлет-анализу. Если для концепции вейвлетов детально проработанная теория существует на протяжении примерно двадцати лет (фактически, проработка основ концепции вейвлетов была завершена в конце 1980-х годов), то в случае метода эмпирических мод пока не приходится говорить о наличии аналогичной теории. Ключевые положения концепции вейвлетов сформулированы в виде многочисленных теорем, особенности и возможности вейвлетов при решении широкого круга задач неоднократно обсуждались в научной печати (можно, в частности, отметить, что количество ссылок на источники в сети Интернет, посвященных вейвлет-анализу, уже насчитывает несколько миллионов). Преобразование Гильберта–Хуанга, появившись примерно в тот же период времени (в конце 1980-х годов), пока еще не приобрело такой популярности, и число его применений для решения практических задач уступает применениям вейвлетов. В значительной степени это связано с тем, что метод эмпирических мод не используется в технике, представляя наибольший интерес для научных исследований. Отметим, что незавершенность теории не свидетельствует о меньших потенциальных возможностях метода. Исторически, построение теории вейвлетов представляет собой весьма обширный интервал времени от выдвижения первых идей до их воплощения в виде проработанного математического инструмента исследований сложных сигналов и систем. Идеи, лежащие в основе метода эмпирических мод, появились значительно позже, и их обобщение в виде завершенной математической теории, вероятно, потребует более длительного времени. Важно отметить, что этот подход базируется на совершенно другой идеологии по сравнению с вейвлетами. Так, например, он использует адаптивные базисы; для него в меньшей степени сказываются проблемы, связанные с существованием принципа неопределенности [4] и т.д. Фактически, метод эмпирических мод выступает в роли нового альтернативного (и также обладающего широкими возможностями) инструмента исследования структуры сложных сигналов. Наличие такого инструмента в дополнение к вейвлет-анализу расширяет возможности частотно-временного исследования нестационарных процессов.

Нами проводилось сопоставление обсуждаемых методов на ряде конкретных примеров, включая процессы переключения частоты (в том числе, неоднократное переключение частоты за временной интервал, сопоставимый с характерным периодом колебаний), монотонное изменение частоты («чирп-сигнал», демонстрирующий линейный рост частоты колебаний, или сумма линейных «чирпов»). Во всех рассмотренных примерах было установлено, что частотно-временное разрешение метода эмпирических мод и вейвлет-анализа является сопоставимым, и ни один из этих методов не имеет явных преимуществ с точки зрения диагностики изменений характеристик колебательных процессов во времени. Например, при переключении частоты гармонической функции метод эмпирических мод приводит к заметным погрешностям расчета мгновенного периода колебаний на временных участках, составляющих величину порядка половины периода, после чего оценки мгновенных характеристик проводятся с высокой степенью точности. Аналогичная ситуация возникает и при решении данной задачи с помощью непрерывного вейвлет-преобразования с базисной комплексной функцией Морле. Поэтому анализ тестовых примеров не дает возможности отдать однозначное предпочтение тому или иному подходу.

#### 4. Новые возможности анализа многокомпонентных сигналов сейсмограмм в рамках метода эмпирических мод

В работах [23–26] метод разложения сигнала на эмпирические моды рассматривается как вспомогательный прием для построения частотно-временного спектра в рамках преобразования Гильберта–Хуанга. На наш взгляд, это всего лишь частный вариант использования данного метода, который потенциально обладает более широкими возможностями. Выделение в структуре анализируемого процесса независимых ритмических составляющих важно не только для расчетов частотно-временных спектров. Не меньший интерес этот подход представляет для анализа взаимосвязи подсистем, ответственных за генерацию осцилляторной активности и для анализа этих подсистем по отдельности. Прежде всего, это относится к процессам, представляющим собой линейную комбинацию сигналов, генерируемых различными подсистемами. Характерным примером может служить сигнал электроэнцефалограммы (ЭЭГ), в структуре которого характерные ритмы колебаний можно рассматривать отдельно, проводя их полосовую фильтрацию. Эффективным методом анализа ЭЭГ поэтому является непрерывный вейвлетный анализ, который позволяет эффективно разделить и выделить различные осцилляторные паттерны, характеризующиеся различными частотно-временными особенностями [17, 41–44]. Метод эмпирических мод представляется альтернативным вариантом разделения процесса на независимые составляющие, который может составить конкуренцию как вейвлетному анализу, так и методу ИСА, также часто применяемому для решения аналогичных задач [45].

Наряду с физиологическими процессами, изучение динамики многокомпонентных нестационарных сигналов является крайне актуальной задачей в геофизике. Лидирующие позиции в современной геофизике занимают исследования, связанные с

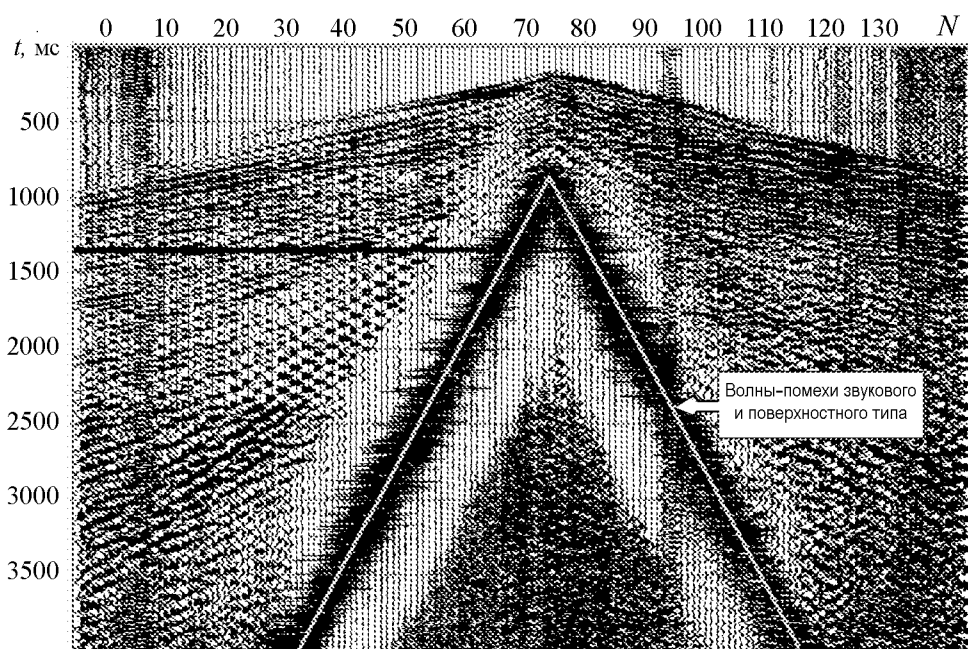


Рис. 2. Сейсмограмма общего пункта возбуждения волнового поля первичного полевого материала. Линиями отмечена область волны-помехи звукового и поверхностного типа. По оси абсцисс отложен номер трассы  $N$ , по оси ординат – время  $t$

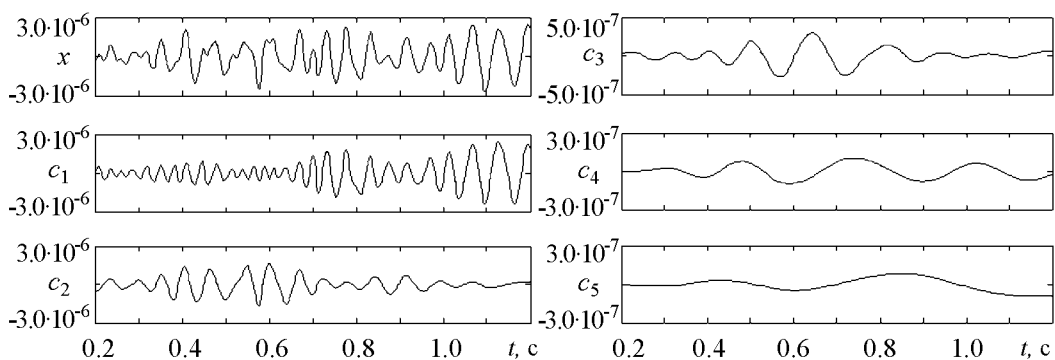


Рис. 3. Разложение фрагмента трассы сейсмограммы  $x(t)$  общего пункта возбуждения из первичного полевого материала, полученного на территории Саратовской области, на эмпирические моды  $c_1$ – $c_5$ , упорядоченные от высокочастотных к низкочастотным

разведкой и поиском различных природных ископаемых. С этой целью проводятся полевые поисковые и разведочные работы, среди которых наиболее широкое распространение приобрел метод отраженных волн [45, 46]. Несомненным достоинством данного подхода является высокая глубинность проведения исследований и возможность получения детальной информации о литологическом строении земной коры. Вследствие того, что проведение полевых работ является весьма дорогостоящим методом получения информации о строении земной коры, крайне актуальной задачей является повышение качества обработки экспериментальных материалов для извлечения максимально возможной информации о структуре записанных сигналов (рис. 2).

Ценность метода эмпирических мод состоит в том, что он позволяет не только проводить частотно-временной анализ сейсмических сигналов, но и осуществлять декомпозицию экспериментальных данных на независимые компоненты, которые могут учитывать различия в структуре слоев земной коры. На рис. 3 приведен пример разложения на эмпирические моды фрагменты одной из трасс сейсмограммы общего пункта возбуждения из первичного полевого материала, полученного на территории Саратовской области (рис. 2). Данное разложение проведено после предварительной процедуры очистки полезного сигнала от шумов и случайных искажений с помощью процедуры вейвлетной фильтрации [40, 48, 49].

Формальное разложение данного сигнала позволяет выделить до 7 внутренних эмпирических мод, однако последние из них отражают медленные вариации среднего уровня сигнала или низкочастотный тренд (это видно уже по моде  $c_5$ ). Первые моды содержат основную информацию об анализируемом процессе, то есть о литографическом составе земной коры в точке приема сигнала. Это можно проиллюстрировать путем расчета коэффициента корреляции, характеризующего степень линейной зависимости между анализируемым сигналом (трассой сейсмограммы) и каждой из выделенных эмпирических мод. Как следует из рис. 4, только первые мо-

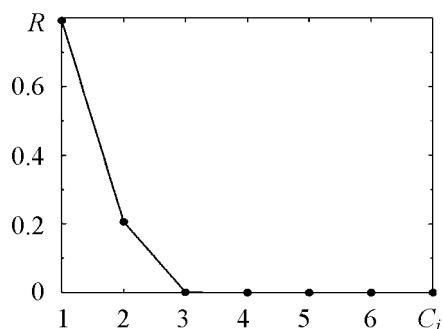


Рис. 4. Зависимость от номера эмпирической моды коэффициента корреляции между эмпирическими модами и исходным сигналом

ды характеризуются большими значениями коэффициента корреляции, а последние моды отражают менее существенные («тонкие») детали исходного процесса.

Представляет значительный интерес анализ спектральных особенностей каждой из эмпирических мод и сравнение этих данных со спектральными характеристиками исходного анализируемого нестационарного сигнала. На рис. 5 представлены соответствующие спектры мощности, вычисленные по выделенным эмпирическим модам. Для удобства представления результатов выбраны произвольные единицы изменения по оси ординат. Это связано с тем, что с увеличением номера моды резко уменьшается энергия колебаний, и при представлении результатов в одинаковом масштабе спектральная плотность мощности сигналов  $c_4(t)$ – $c_7(t)$  становятся неразличимыми на фоне более высоких значений спектральной плотности мощности сигналов  $c_1(t)$ – $c_3(t)$ .

В соответствии с приведенными спектрами, переход от исходного сигнала к эмпирическим модам означает уменьшение полосы частот (выделенные зависимости  $c_1(t)$ – $c_5(t)$  являются более узкополосными процессами по сравнению с  $x(t)$ ), что исключает проблемы некорректного расчета мгновенных частот колебаний в рамках преобразования Гильберта. Более того, переход к высшим модам приводит к уменьшению полосы частот, что позволяет эффективно анализировать фазовые особенности именно высших мод, которые ответственны за слабо выраженные особенности анализируемого процесса. Тем не менее, данные особенности могут нести в себе существенно важную информацию о строении земной коры и способствовать улучшению качества проведения сейсморазведки.

Следует также отметить, что переход к каждой последующей моде означает смещение спектра мощности в область более низких частот. Заметим при этом, что каждая мода может иметь сложный спектральный состав, и в этом смысле разложение по эмпирическим модам отличается от разложения по гармоническим составляющим в рамках классического спектрального анализа.

Переход от исследования исходной трассы к изучению (и сопоставлению для разных точек приема) «внутренних мод», на которые можно разложить данный сигнал, представляется целесообразным для упрощения анализа данных сейсморазведки, имеющих сложную структуру. Мы надеемся, что такой подход будет способствовать более детальному и качественному исследованию литографического строения

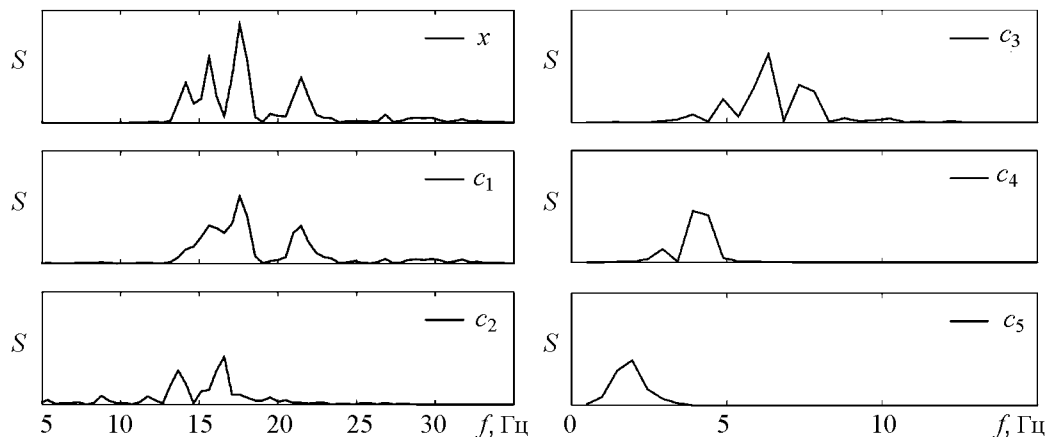


Рис. 5. Спектры мощности трассы сейсмограммы  $x(t)$  общего пункта возбуждения и выделенных эмпирических мод

земной коры на разной глубине. В этой связи мы рассматриваем метод эмпирических мод как новый инструмент анализа независимых составляющих в структуре сложных сигналов, позволяющий повысить качество адекватной расшифровки информации, содержащейся в экспериментальных данных сейсморазведки.

### Заключение

В данной работе обсуждались и сравнивались на примере анализа экспериментальных нестационарных данных сейсморазведки, содержащих вклад отраженных волн-помех, два наиболее перспективных подхода к решению задачи частотно-временного анализа процессов с меняющимися во времени характеристиками – вейвлет-анализа и метода эмпирических мод. Вейвлет-анализ, являясь в определенной мере некоторым «математическим микроскопом», требует предварительной настройки (выбора параметров смещения и масштаба, выбора базиса, задания «оптимального» частотно-временного разрешения). «Настроенный» микроскоп по своим характеристикам не уступает концепции эмпирических мод, и выбор конкретного инструмента исследования может основываться на таких факторах, как опыт исследователя или существующие традиции решения конкретного класса задач. Доводом в пользу выбора вейвлет-анализа служит более простая физическая интерпретация результатов. В частности, для сложных процессов, регистрируемых в физиологии, геофизике и т.д., метод эмпирических мод позволяет разложить сигнал на большое число «внутренних» мод, характеризующихся близкими мгновенными частотами колебаний. При этом далеко не всегда понятно, с какими процессами эти моды связаны, как из полученного набора осциллирующих составляющих выбрать только те моды, которые ассоциируются с изучаемыми механизмами (или подсистемами), отбросив все «лишние». В этом аспекте следует признать, что вейвлет-анализ способен предоставить более простую информацию для интерпретации сложного спектрального состава исследуемого процесса в виде скалограмм, служащих аналогом классического спектра мощности. Однако отмеченные недостатки являются лишь следствием того, что концепция преобразования Гильберта–Хуанга пока еще только развивается, и есть основания полагать, что с течением времени она может заменить вейвлет-анализ при решении ряда задач цифровой обработки сигналов. Безусловно, любой метод анализа временных рядов имеет свои границы применимости, свои достоинства и недостатки. Результаты, представленные на сегодняшний день в научной литературе, в совокупности с результатами расчетов, предпринятых авторами данной статьи, свидетельствуют о том, что в задачах исследования частотно-временной динамики нестационарных процессов концепции вейвлетов и эмпирических мод являются сопоставимыми по своим потенциальным возможностям, а их применение (в том числе и совместное) [40] способно существенно расширить возможности локализованного анализа процессов с меняющимися во времени характеристиками.

Наряду с проведением частотно-временного анализа многокомпонентных сигналов в условиях нестационарности и наличия помех, метод эмпирических мод обладает значительным потенциалом для решения задач выделения независимых ритмических составляющих из экспериментальных данных. В данной статье мы привели иллюстрацию применения данного подхода для идентификации «внутренних мод» в структуре сигнала сейсмограммы общего пункта возбуждения. Отметим, что современная геофизика является одним из потенциальных областей приложения разраба-

тываемых новых методов детального анализа процессов сложной структуры. Более того, исследования в геофизике в значительной степени и стимулируют совершенствование инструментария для цифровой обработки сигналов. Примером может служить вейвлет-анализ, интерес к которому возник после появления работ, посвященных анализу геофизических процессов [6]. Мы считаем, что метод эмпирических мод может стать новым инструментом анализа структуры сейсмических сигналов, который обеспечит повышение качества изучения литографического строения земной коры на разной глубине.

*Работа была поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (государственный контракт № П633).*

### **Библиографический список**

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989.
2. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P. Numerical recipes in C: the art of scientific computing. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
3. Дремин И.М., Иванов О.В., Нечитайло В.А. Вейвлеты и их применение // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. С. 465.
4. Addison P.S. The illustrated wavelet transform handbook: applications in science, engineering, medicine and finance. Philadelphia: IOP Publishing, 2002.
5. Mallat S.G. A wavelet tour of signal processing. New York: Academic Press, 1998.
6. Grossman A., Morlet J. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape // SIAM J. Math. Anal. 1984. Vol. 15. P. 723.
7. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and applications. Philadelphia: S.I.A.M., 1993.
8. Meyer Y. Wavelets and operators. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
9. Daubechies I. Ten lectures on wavelets. Philadelphia: S.I.A.M., 1992.
10. Torrence C., Compo G.P. A practical guide to wavelet analysis // Bull. Amer. Meteor. Soc. 1998. Vol. 79. P. 61.
11. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. 1996. Т. 166, № 11. С. 1145.
12. Wavelets in physics / Ed. van den Berg J.C. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
13. Vetterli M., Kovacevic J. Wavelets and subband coding. NJ: Prentice Hall, 1995.
14. Wavelets in geophysics / Eds Foufoula-Georgiou E., Kumar P. New York: Academic Press, 1994.
15. Столниц Э., ДеРоуз Т., Салезин Д. Вейвлеты в компьютерной графике. М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2002.
16. Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения. М.: Физматлит, 2003.
17. Sitnikova E., Hramov A.E., Koronovskii A.A., Luijtelaar E.L. Sleep spindles and spike-wave discharges in EEG: Their generic features, similarities and distinctions disclosed with Fourier transform and continuous wavelet analysis // Journal of Neuroscience Methods. 2009. Vol. 180. P. 304

18. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Ponomarenko V.I., Prokhorov M.D.* Detection of synchronization from univariate data using wavelet transform // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 75. P. 056207.
19. *Pavlov A.N., Makarov V.A., Mosekilde E., Sosnovtseva O.V.* Application of wavelet-based tools to study the dynamics of biological processes // *Briefings in Bioinformatics.* 2006. Vol. 7. P. 375.
20. *Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Yip K.-P., Holstein–Rathlou N.-H., Marsh D.J.* Synchronization among mechanisms of renal autoregulation is reduced in hypertensive rats // *Am. J. Physiol. Renal Physiol.* 2007. Vol. 293. P. F1545.
21. *Павлов А.Н., Анищенко В.С.* Мультифрактальный анализ сложных сигналов // *Успехи физических наук.* 2007. Т. 177, № 8. С. 859.
22. *Kumar P., Foufoula-Georgiou E.* Wavelet analysis for geophysical applications // *Reviews in Geophysics.* 1997. Vol. 35. P. 385.
23. *Huang N.E., Shen Z., Long S.R., Wu M.C., Shi H.H., Zheng Q., Yen N.-C., Tung C.C., Liu H.H.* The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis // *Proc. R. Soc. Lond. A.* 1998. Vol. 454. P. 903.  
[http://ru.wikipedia.org/wiki/Empirical\\_Mode\\_Decomposition](http://ru.wikipedia.org/wiki/Empirical_Mode_Decomposition)
24. *Huang N.E., Shen Z., Long S.R.* A new view of nonlinear water waves: the Hilbert spectrum // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1999. Vol. 31. P. 417.
25. *Hilbert–Huang transform and its applications / Eds Huang N.E., Shen S.P.* Singapore: World Scientific, 2005.
26. *Flandrin P., Goncalvés P.* Empirical mode decompositions as data-driven wavelet-like expansion // *Int. J. Wavelets Multiresolut. Inform. Process.* 2004. Vol. 2. P. 477.
27. *Neto E.P., Custaud M.A., Cejka C.J., Abry P., Frutoso J., Gharib C., Flandrin P.* Assessment of cardiovascular autonomic control by the empirical mode decomposition // *Method. Inform. Med.* 2004. Vol. 43. P. 60.
28. *Huang N.E., Wu Z.* A study of the characteristics of white noise using the empirical mode decomposition method // *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* 2004. Vol. 460. P. 1597.
29. *Gabor D.* Theory of communications // *J. Inst. Electr. Eng. London.* 1946. Vol. 93. P. 429.
30. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 2005.
31. *Ville J.* Theorie et applications de la notion de signal analytique // *Cables et Transm.* 1948. Vol. 2A, № 1. P. 61.
32. *Wigner E.P.* On the quantum correction for thermodynamic equilibrium // *Phys. Rev.* 1932. Vol. 40. P. 749.
33. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Time scale synchronization of chaotic oscillators // *Physica D.* 2005. Vol. 206. № 3–4, С. 252.
34. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* An approach to chaotic synchronization // *Chaos.* 2004. Vol. 14. № 3, P. 603
35. *Короновский А.А., Пономаренко В.И., Прохоров, М.Д., Храмов, А.Е.* Диагностика синхронизации автоколебательных систем при изменении частоты внешнего воздействия с использованием вейвлетного анализа // *Радиотехника и электроника.* 2007. Т. 52. № 5.

36. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V., Rempen I.S.* Chaotic synchronization of coupled electron-wave systems with backward waves // *Chaos*. 2005. Vol. 15, № 1. P. 013705.
37. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Введение в непрерывный вейвлетный анализ для специалистов в области нелинейной динамики. Часть 1. Основные положения, численная реализация и модельные сигналы // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2001. Т. 9, № 4,5. С. 3.
38. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* Введение в непрерывный вейвлетный анализ для специалистов в области нелинейной динамики. Часть 2. Пути в хаос с точки зрения вейвлетного анализа // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2002. Т. 10, № 1–2. С. 3.
39. *Павлов А.Н.* Вейвлет-анализ и примеры его применения // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2009. Т. 17, № 5. С. 99.
40. *Павлов А.Н., Филатова А.Е.* Метод эмпирических мод и вейвлет-фильтрация: применение в задачах геофизики // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2011. Т. 19, № 1. С. 3.
41. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Midzyanovskaya I.S., Sitnikova E. and Rijn C.M.* On-Off Intermittency in Time Series of Spontaneous Paroxysmal Activity in Rats with Genetic Absence Epilepsy // *Chaos*. 2006. Vol. 16. P. 043111.
42. *van Luijtelaar G., Hramov A.E., Sitnikova E., Koronovskii A.A.* Spike-wave discharges in WAG/Rij rats are preceded by delta and theta precursor activity in cortex and thalamus // *Clin Neurophysiol* (2010), (in press) doi:10.1016/j.clinph.2010.10.038
43. *Ovchinnikov A, Lüttjohanna A., Hramov A., van Luijtelaar G.* An algorithm for real-time detection of spike-wave discharges in rodents // *J. Neurosci. Methods*. 2010. Vol. 194. P. 172.
44. *Sitnikova E.Yu., Hramov A.E., Koronovskii A.A., van Luijtelaar G.* Sleep spindles and spike-wave discharges in EEG: Their generic features, similarities and distinctions disclosed with Fourier transform and continuous wavelet analysis // *Journal of Neuroscience Methods*. 2009. Vol. 180. P. 304.
45. *Lee T.-W.* Independent component analysis: Theory and applications. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998.
46. *Yilmaz O.* Seismic Data Analysis. Vol. I, II. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists, 2001.
47. *Гурвич И.И., Боганик Г.Н.* Сейсмическая разведка. М.: Недра, 1980.
48. *Филатова А.Е., Артемьев А.Е., Короновский А.А., Павлов А.Н., Храмов А.Е.* Успехи и перспективы применения вейвлетных преобразований для анализа нестационарных нелинейных данных в современной геофизике // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2010. Т. 18, № 3. С. 3.
49. *Филатова А.Е., Овчинников А.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.* Применение вейвлетного преобразования для диагностики волн-помех звукового и поверхностного типов по цифровым данным наземной сейсморазведки // *Вестник ТГУ*. 2010. Т. 15, № 2. С. 524.

*Саратовский государственный  
университет им. Н.Г. Чернышевского*

*Поступила в редакцию 26.11.2010  
После доработки 09.03.2011*



## TIME-FREQUENCY ANALYSIS OF NONSTATIONARY PROCESSES: CONCEPTS OF WAVELETS AND EMPIRICAL MODES

*A.N. Pavlov, A.E. Filatova, A.E. Hramov*

A comparison of wavelets and empirical modes concepts is performed that represent the most perspective tools to study the structure of nonstationary multimode processes. Their advantages over the classical methods for time series analysis and restrictions of both approaches are discussed that needs to be known for correct interpretation of the obtained results. New possibilities in the study of signals structure at the presence of noise are illustrated for digital single-channel experimental data of prospecting seismology.

*Ключевые слова:* Wavelet-analysis, Hilbert-Huang transform, prospecting seismology, time series, time-frequency analysis, mode.



*Филатова Анастасия Евгеньевна* – родилась в Саратове (1983). Окончила факультет нелинейных процессов Саратовского государственного университета (2005). Кандидат физико-математических наук (2008). Старший научный сотрудник Лаборатории физики нелинейных явлений Отделения физики нелинейных систем Саратовского государственного университета. Область научных интересов – нелинейная динамика систем различной природы, методы анализа динамических систем, вейвлетный анализ. Автор ряда статей в рецензируемых отечественных и зарубежных журналах.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: anefila@gmail.com



*Храмов Александр Евгеньевич* – окончил физический факультет Саратовского госуниверситета (1996). Защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата (1999) и доктора (2006) физ.-мат. наук. Профессор, заместитель заведующего кафедрой электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов СГУ. Область научных интересов – радиофизика в той ее части, которая связана со взаимодействием свободных электронов с электромагнитными полями, нелинейная динамика распределенных активных сред, методы анализа и моделирования динамических систем. Опубликовал (в соавторстве) книгу «Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков» (Т. 1, М.: Физматлит, 2003; Т. 2, М.: Физматлит, 2004), монографию «Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения» (Москва: Наука, Физматлит, 2003), двухтомную коллективную монографию «Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники сверхвысоких частот» (М.: Физматлит, 2009), коллективную монографию «Моделирование нелинейной динамики глобальных процессов» (М.: Изд-во МГУ, 2010) и др.

410012 Саратов, ул. Астраханская, 83  
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: aeh@nonlin.sgu.ru