

УДК 517.9

НЕАВТОНОМНАЯ ИНДУЦИРОВАННАЯ ШУМОМ СИНХРОНИЗАЦИЯ

© 2009 г. А. А. Короновский, А. Е. Храмов, С. А. Шурыгина

ГОУ ВПО Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского
E-mail: alkor@nonlin.sgu.ru

Рассмотрено явление индуцированной шумом синхронизации в неавтономной динамической системе, описываемой несвязанными осцилляторами Ван-дер-Поля под внешним гармоническим воздействием с добавлением шума. Показано, что длительность установления синхронного режима обратно пропорционально зависит от величины интенсивности шума.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время уделяется большое внимание изучению явления синхронизации в хаотических системах различной природы. Рассмотрение синхронизации проводят в таких областях, как биофизика, социология, физиология, радиопизика, скрытая передача информации и многих других [1–3], – это важное и актуальное направление теоретических и экспериментальных исследований. В настоящее время выделяют различные типы синхронного хаотического поведения, каждый из которых имеет свои особенности и методы диагностики: обобщенная синхронизация [4], фазовая синхронизация [5], синхронизация с запаздыванием [6], перемежающаяся синхронизация с запаздыванием [7], полная синхронизация [8], синхронизация временных масштабов [9–11] и т.д. Сама синхронизация оказывается одним из важнейших фундаментальных нелинейных явлений.

Важно отметить, что все реальные объекты, в том числе и демонстрирующие синхронное поведение, в той или иной степени, подвержены влиянию шумов. Известно, что шумы оказывают деструктивное воздействие на синхронную динамику динамических систем. С другой стороны, существуют примеры, когда шумы могут оказывать и конструктивное воздействие. В частности, известно такое явление, как индуцированная шумом синхронизация [12, 13], которая впервые была описана в [14]. Данный тип синхронного поведения проявляется на стыке детерминированного и случайного поведения и демонстрирует, что воздействие шумов на несвязанные автоколебательные системы может способствовать установлению идентичного поведения систем, первоначально несогласованных по начальным условиям. Индуцированная шумом синхронизация – это режим, когда при воздействии случайного сигнала на два идентичных по управляющим параметрам, но несвязанных друг с другом осцилляторов, стартовых с различных начальных условий, воз-

никает синхронизация в поведении систем, т.е. по истечении определенного периода времени, названного переходным процессом (который в динамических системах может быть достаточно длительным [15, 16]), эти системы начинают вести себя идентично. Определить наличие индуцированной шумом синхронизации можно с помощью максимального условного ляпуновского показателя или осуществляя непосредственное сравнение состояний рассматриваемых систем [12].

Как отмечено выше, оба описанных явления достаточно хорошо изучены для различных динамических систем и описаны в работах многих авторов. В то же время вопрос о том, что происходит на стыке этих двух процессов, а именно, о возникновении индуцированной шумом синхронизации в неавтономных системах (в том случае, когда неавтономная система без шума демонстрирует асинхронный режим), ранее рассмотрен не был. Цель данной работы заключается в исследовании явления индуцированной шумом синхронизации в неавтономных динамических системах на примере несвязанных осцилляторов Ван-дер-Поля под внешним гармоническим воздействием в присутствии шума.

ИССЛЕДУЕМАЯ СИСТЕМА

Рассматриваемая система представляет собой два несвязанных между собой неавтономных осциллятора Ван-дер-Поля, находящихся под идентичным внешним гармоническим воздействием в присутствии шума:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 - (\lambda - x_1^2)\dot{x}_1 + \omega x_1 &= A \sin(\Omega t) + \xi(t), \\ \ddot{x}_2 - (\lambda - x_2^2)\dot{x}_2 + \omega x_2 &= A \sin(\Omega t) + \xi(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x_{1,2}$ – состояния первого и второго осцилляторов, соответственно, ω – собственная частота каждой из подсистем, Ω – частота внешнего гармонического воздействия, $\omega = 1.0$, $\Omega = 0.98$. В соотношении (1) $\xi(t)$ представляет собой δ -корре-

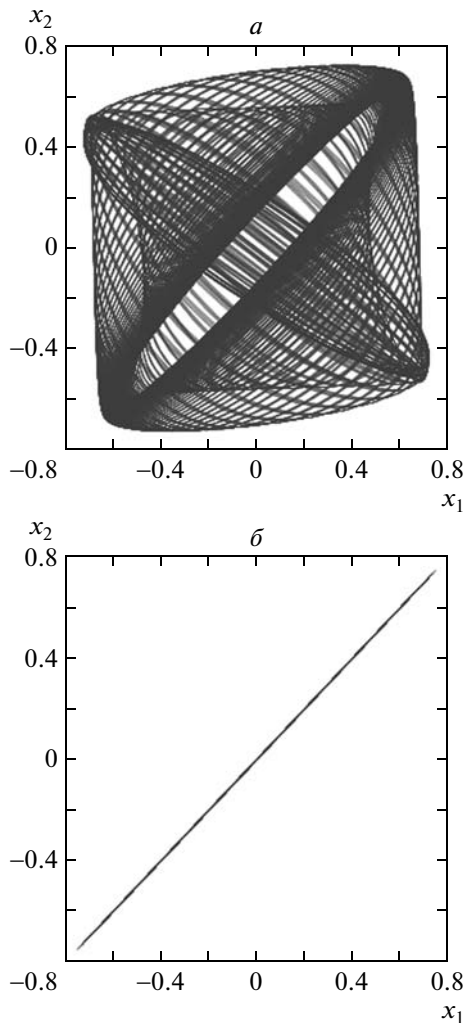


Рис. 1а – иллюстрация состояний первого (x_1) и второго (x_2) несвязанных неавтономных осцилляторов Ван-дер-Поля (1) в определенные моменты времени при нулевой интенсивности шума ($D = 0$); **б** – иллюстрация состояний первого (x_1) и второго (x_2) несвязанных неавтономных осцилляторов Ван-дер-Поля (1) в определенные моменты времени при ненулевой интенсивности шума ($D = 0.5$).

лированный белый шум ($\langle \xi(t) \rangle = 0$, $\langle \xi(t)\xi(\tau) \rangle = D\delta(t - \tau)$), где D – интенсивность шума. Значения остальных параметров системы (1) были выбраны следующими: $\lambda = 0.1$, амплитуда внешнего гармонического сигнала $A = 0.022$. Начальные условия для осцилляторов задавали неидентичными.

Известно, что при достаточно большой амплитуде внешнего сигнала неавтономные генераторы (1) в отсутствие шума ($D = 0$) будут демонстрировать синхронное поведение [5]. В случае синхронизации, очевидно, что воздействие одного и того же шума ($D \neq 0$) на два идентичных осциллятора, демонстрирующих синхронную динамику, не будет приводить к качественному изменению си-

туации, и состояния обоих осцилляторов (1) по-прежнему будут совпадать друг с другом в каждый момент времени.

В том случае когда амплитуда внешнего воздействия A выбрана таким образом, что осцилляторы находятся вне области синхронизации, ситуация качественно другая. При таких условиях рассматриваемые осцилляторы (1) не демонстрируют синхронную динамику, а старший условный ляпуновский показатель равен нулю. Добавление идентичного шума изменяет характер поведения рассматриваемых систем. В частности, известно, что условный нулевой ляпуновский показатель зависит от интенсивности шума. В [17] показано, что старший условный ляпуновский показатель Λ для осциллятора (1) становится отрицательным при значениях амплитуды внешнего воздействия, лежащих ниже границы возникновения синхронного режима A_c , обнаруженной в случае отсутствия шума $D = 0$ (при указанных значениях управляющих параметров $A_c = 0.0239$). Поскольку обращение величины Λ в нуль есть критерий индуцированной шумом синхронизации, можно ожидать, что и здесь будет наблюдаться данное явление; поэтому, фиксируя значение амплитуды внешнего воздействия A на приемлемом уровне (ниже границы A_c), можно при изменении интенсивности шума обнаружить наличие индуцированной шумом синхронизации в исследуемой неавтономной динамической системе.

Результаты численного моделирования поведения двух неавтономных осцилляторов Ван-дер-Поля (1), которое осуществляли методом Эйлера с шагом интегрирования по времени $h = 0.0005$, будут описаны в следующем разделе. Моделирование случайного сигнала $\xi(t)$ осуществляли так, как это описано в [18].

РЕЖИМ НЕАВТОНОМНОЙ ИНДУЦИРОВАННОЙ ШУМОМ СИНХРОНИЗАЦИИ В ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Исследование возникновения режима индуцированной шумом синхронизации в неавтономной динамической системе проводили на примере системы (1). Было рассмотрено поведение двух несвязанных неавтономных осцилляторов Ван-дер-Поля под внешним гармоническим воздействием в присутствии шума различной интенсивности. Поскольку один из способов диагностики установления синхронного режима в динамических системах – это непосредственное сравнение состояний систем, временные реализации рассматриваемых осцилляторов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ были сопоставлены друг с другом (рис. 1). Начальные условия выбирали случайным образом, переход-

ный процесс длительностью $T = 10^5$ исключали из рассмотрения.

На рис. 1а показана плоскость (x_1, x_2) , иллюстрирующая состояния двух неавтономных несвязанных осцилляторов в идентичные моменты времени t при нулевой интенсивности шума ($D = 0$), когда осцилляторы $x_1(t)$ и $x_2(t)$ демонстрируют асинхронное поведение и соответственно $x_1(t) \neq x_2(t)$. Известно, что для констатации факта синхронизации с помощью такого графика необходимо, чтобы он представлял собой прямую линию [12]. Нетрудно заметить, что в данном случае не наблюдается линейная зависимость состояний одного из осцилляторов от другого.

При ненулевой интенсивности шума в системе (1) наблюдается качественно другая картина. Рис. 1б также иллюстрирует состояния двух исследуемых генераторов в идентичные моменты времени, но уже под влиянием шума (в данном случае $D = 0.5$). Видно, что полученное отображение представляет собой практически прямую линию, из чего можно сделать вывод, что неавтономные несвязанные осцилляторы Ван-дер-Поля при таких условиях, т.е. не только под влиянием внешнего гармонического сигнала, но и в присутствии шума ненулевой интенсивности, демонстрируют синхронный тип поведения, названный, по аналогии с [13], неавтономной индуцированной шумом синхронизацией. При этом важно отметить, что это явление наблюдается только в присутствии случайного внешнего воздействия, в то время как отдельное влияние периодического сигнала не приводит к идентичной динамике рассматриваемых осцилляторов. В то же время известно [19, 20], если на систему воздействует шум, а амплитуда внешнего гармонического сигнала $A = 0$, то также можно наблюдать синхронное поведение осцилляторов (1), однако время переходного процесса оказывается значительно больше аналогичного времени установления синхронного режима для ситуации, когда система находится под влиянием как гармонического, так и стохастического сигналов.

Очевидно, что время установления синхронных колебаний осцилляторов различно, в зависимости от интенсивности воздействующего на них шума. На рис. 2 точками показаны численно полученные зависимости средней длительности переходного процесса, приводящего к синхронной динамике, от величины интенсивности шума D в двух случаях: при нулевой амплитуде внешнего гармонического сигнала (\bullet) и при амплитуде внешнего сигнала, отличной от нуля $A = 0.022$ и меньшей критического значения A_c (\blacklozenge). Усреднение проводилось по $N = 100\,000$ реализациям. Из рисунка отчетливо видно, что, во-первых, с увеличением интенсивности шума происходит уменьшение интервала времени, на котором уста-

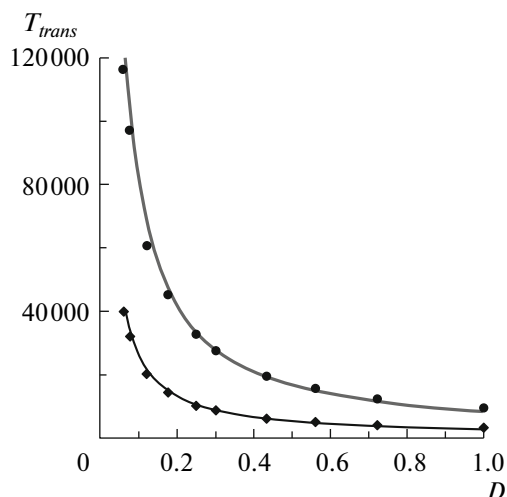


Рис. 2. Зависимость средней длительности времени установления синхронных колебаний (T_{trans}) осцилляторов Ван-дер-Поля (1) от интенсивности шума (D) при нулевой амплитуде внешнего сигнала (\bullet) и при $A < A_c$, $A = 0.022$ (\blacklozenge), аппроксимированные степенными функциями с показателями степени (-1) (зеленая и красная линии соответственно).

навливается синхронный режим, а во-вторых, проиллюстрировано, что при отсутствии внешнего гармонического воздействия, т.е. при $A = 0$, средняя длительность переходного процесса значительно больше, чем длительность T_{trans} при тех же D , но с ($0 < A < A_c$). Также на рисунке показано, как именно длительность установления синхронных колебаний зависит от величины интенсивности шума D . На плоскости $T_{trans}(D)$ видно, что полученные зависимости достаточно хорошо аппроксимируются графиками степенной функции с показателем степени (-1) (зеленая и красная линии для $A = 0$ и $A = 0.022$ соответственно). Таким образом, средняя длительность переходного процесса находится в обратнопропорциональной зависимости от интенсивности стохастического сигнала, действующего на исследуемую систему осцилляторов (1).

ВЫВОДЫ

Впервые исследовано явление неавтономной индуцированной шумом синхронизации на примере системы двух несвязанных осцилляторов Ван-дер-Поля, находящихся под внешним гармоническим воздействием при наличии шума. Возникновение этого явления возможно как при одновременном воздействии внешнего сигнала и шума, так и при отдельном влиянии на систему только стохастического сигнала. Рассмотрена длительность установления синхронного режима при различной интенсивности шума. Показано, что средняя длительность переходного процесса

зависит как от величины D (обратно пропорционально), так и от того, какое воздействие оказывается на исследуемую систему: гармоническое и стохастическое одновременно или только стохастическое. Можно ожидать, что полученные результаты обладают высокой степенью общности, и подобное поведение будет наблюдаться для широкого класса нелинейных систем.

Работа выполнена при РФФИ (проекты № 07-02-00044, 09-02-92421-КЭ_а) и ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009–2013 годы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пиковский А.С., Розенблум М.Г., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
2. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е. и др. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва–Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2003.
3. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
4. Hramov A.E., Koronovskii A.A. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 6. 067201.
5. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. № 3. 036205.
6. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. № 22. P. 4193.
7. Boccaletti S., Valladares D.L. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. № 5. P. 7497.
8. Pecora L.M., Carroll T.L. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64. № 8. P. 821.
9. Храмов А.Е., Короновский А.А., Левин Ю.И. // ЖЭТФ. 2005. V. 127. № 4. P. 886.
10. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K., Moskalenko O.I. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 5. 056204.
11. Hramov A.E., Koronovskii A.A. // Physica. D. 2005. V. 206. № 3–4. P. 252.
12. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I. // Phys. Lett. A. 2006. V. 354. № 5–6. P. 423.
13. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. № 5. С. 1048.
14. Fahy S., Hamann D.R. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. № 5. P. 761.
15. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Храмова А.Е. // Универсальные скейлинговые закономерности переходных процессов. Докл. РАН. 2002. V. 383. № 3. P. 322.
16. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е., Храмова А.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. № 10. P. 880.
17. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurovskaya M.K. // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. 036212.
18. Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.T. Numerical recipes. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997.
19. Goldobin D.S., Pikovsky A.S. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. № 4. 045201.
20. Goldobin D.S., Pikovsky A.S. // Physica. A. 2005. V. 351. P. 126.