

К ВОПРОСУ О СИНХРОНИЗАЦИИ КОЛЕБАНИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АКТИВНОЙ СИСТЕМЕ “ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК – ОБРАТНАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА”

© 2004 г. А. Е. Храмов

Поступила в редакцию 28.08.2002 г.

Исследованы синхронизация колебаний в активной распределенной системе, в которой электронный пучок взаимодействует с обратной электромагнитной волной, а также характеристики пространственно-временных колебаний в системе. Рассмотрены физические процессы, сопровождающие переход распределенной автоколебательной системы в режим синхронизации.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время исследование явления синхронизации автоколебательных систем различной природы внешним управляющим сигналом привлекает большой интерес, о чем свидетельствует значительное число публикаций по данной тематике (см., например, работы [1–5] и список литературы в них). Однако влияние внешнего сигнала на процессы, происходящие в автогенераторах, детально изучено только для систем с ярко выраженными резонансными свойствами, в первую очередь томсоновского типа. Такие автогенераторы относятся к системам, обладающим конечным числом степеней свободы, и сводятся к конечномерным моделям (описываются системами обыкновенных дифференциальных уравнений или отображениями). Обнаружение явления синхронизации в подобных системах восходит к работам Гюйгенса [6]. Фундаментальные исследования вопросов синхронизации конечномерных систем были проведены в классических работах А.А. Андропова, А.А. Витта, К.К. Теодорчика, Б. Ван-дер-Поля, Р.В. Хохолова и многих других. В работах [7, 8] проведено детальное исследование синхронизации внешним сигналом и взаимной синхронизации таких резонансных автогенераторов сверхвысокочастотной электроники, как отражательные клистроны. В последнее время особый интерес вызывает синхронизация хаотических колебаний в нелинейных конечномерных динамических системах, демонстрирующих динамический хаос [3, 5, 9, 10].

Неавтономные колебания распределенных автоколебательных систем изучены в значительно меньшей степени. Одной из классических распределенных автоколебательных систем сверхвысокочастотной (СВЧ) электроники является лампа обратной волны (ЛОВ), в которой наблюдается генерация высокочастотного излучения при взаимодействии электронного потока с синхронной

ему обратной электромагнитной волной. В ряде работ [11–16] проведены теоретические и экспериментальные исследования влияния внешнего гармонического сигнала на генерацию в лампе обратной волны. Следует отметить работу [11], в которой внешний сигнал вводился по потоку в секционированную замедляющую систему. Развитие этого подхода при синхронизации на частоте высшей гармоники привело к возникновению релятивистских доплеровских СВЧ-умножителей частоты. В работах [17, 18] получены характеристики синхронного и асинхронного режима работы ЛОВ в рамках стационарной теории на основе уравнения синхронизации, предложенного Р. Адлером [19].

В работах [20–26] рассмотрены некоторые особенности и закономерности синхронизации внешним гармоническим сигналом активной среды “винтовой электронный пучок – встречная электромагнитная волна” (мазер на циклотронном резонансе (МЦР) со встречной волной). Особое внимание в этих работах было уделено анализу физических процессов в неавтономном МЦР со встречной волной. В ряде работ [27–29] экспериментально и численно исследуется синхронизация и совместные колебания сверхмощных СВЧ-генераторов на виртуальном катоде.

Однако из перечисленных работ полной картины явления синхронизации в *распределенных автоколебательных системах* типа “электронный поток – электромагнитное поле” и, в частности, системы “электронный пучок, взаимодействующий с обратной электромагнитной волной”, извлечь не удается. Для детального исследования явления синхронизации подобной распределенной автоколебательной системы необходимо привлечение численного моделирования, базирующегося на нелинейной нестационарной теории ЛОВ.

В работе исследуется влияние внешнего гармонического сигнала на автоколебания в системе

“электронный пучок – обратная электромагнитная волна” в рамках простейшей нелинейной нестационарной теории ЛОВ, основанной на методе медленно меняющихся амплитуд [30, 31]. Используемая модель является простейшей однопараметрической моделью, описывающей процессы при взаимодействии прямолинейного электронного потока с обратной волной в линии передачи [32, 33]. Поэтому вызывает интерес детальное исследование процессов в неавтономной ЛОВ на основе подобной простой теоретической модели.

1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для исследования влияния внешнего гармонического сигнала на автоколебания в системе “электронный пучок – обратная электромагнитная волна” использовались традиционные уравнения нестационарной нелинейной теории ЛОВ [30, 31, 34], которые имеют вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -A^2 \operatorname{Re}\{F \exp(j\theta)\}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{A}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-j\theta) d\theta_0. \quad (2)$$

Уравнение (1) представляет собой уравнение движения электронов в поле синхронной электромагнитной волны, уравнение (2) – уравнение возбуждения обратной пространственной гармоники электромагнитной волны. Здесь θ – фаза электрона в поле волны, $\xi = x/L$ – продольная координата, нормированная на длину пространства взаимодействия L , $\tau = (t - xv_0)/(Lv_0 + Lv_g)$ – безразмерное время, v_0 – скорость электронного потока на входе в систему, v_g – групповая скорость электромагнитной волны на частоте синхронизма, F – медленно меняющаяся комплексная амплитуда поля волны, $A = 2\pi CN$ – безразмерный параметр, имеющий смысл безразмерной длины пространства взаимодействия (отметим, что увеличение параметра A может быть интерпретировано как рост тока электронного пучка), C – параметр усиления Пирса [35], N – электрическая длина лампы.

Уравнения (1) и (2) решаются при следующих начальных и граничных условиях:

$$\begin{aligned} F(\tau = 0, \xi) &= f^0(\xi), \quad \theta(\xi = 0) = \theta_0, \\ \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi}(\xi = 0) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Внешний гармонический управляющий сигнал вводится на коллекторном конце системы $\xi = A$ и описывается как $F(\xi = A) = F_0 \exp(j\Omega\tau)$, где F_0 – амплитуда внешнего сигнала, Ω – отстройка частоты внешнего воздействия от частоты “холодного” синхронизма $\hat{\omega}$.

Как было показано [31–33, 36], самовозбуждение автоколебаний в модели (1)–(3) возникает при $A \approx 1.98$. При $A > 1.98$ в системе устанавливается режим одночастотной стационарной генерации. При $A \approx 2.9$ возникает автомодуляция выходного сигнала – спектр генерации лампы становится двухчастотным. Далее спектр генерации усложняется, и при $A > 5.5$ наблюдается возникновение режима хаотической генерации ЛОВ.

2. АНАЛИЗ СИНХРОННОГО И АСИНХРОННОГО РЕЖИМА В РАМКАХ СТАЦИОНАРНОЙ ТЕОРИИ

Следуя работам [17, 18], рассмотрим ширину полосы фазовой синхронизации и характеристики автоколебаний при выходе из режима синхронизации в ЛОВ. Предполагая случай слабого внешнего сигнала E_0 , вводимого на коллекторном конце лампы, будем считать, что он влияет только на фазовые соотношения выходного сигнала $E_{\text{вых}}$. При этом изменение амплитуды выходного сигнала мало – $\Delta E_{\text{вых}} \ll E_{\text{вых}}$, поэтому будем пренебрегать им по сравнению с самой величиной $E_{\text{вых}}$. Тогда, если частота внешнего сигнала и собственная частота автоколебаний ЛОВ отличаются, возникает фазовый сдвиг ϕ между колебаниями поля на выходе в автономном и неавтономном режимах, обусловленный изменением условий взаимодействия поля бегущей волны с электронным пучком. Выразим возникающий фазовый сдвиг через мгновенную разность фаз α между полем $E_{\text{вых}} = E(0)$ неавтономной ЛОВ и управляющим сигналом E_0 на выходе системы в виде

$$\phi = -(|E_0(0)|/|E(0)|) \sin \alpha. \quad (4)$$

Выражение (4) справедливо как в полосе синхронизации, так и при выходе из нее. Мгновенная разность фаз α между полем синхронизируемой системы с частотой ω и внешним воздействием может быть записана как $\omega - \Omega = d\alpha/d\tau$. Тогда, вводя частоту ω_0 автономных колебаний, последнее выражение можно представить в виде

$$\omega - \omega_0 = d\alpha/d\tau + \Omega - \omega_0. \quad (5)$$

В режиме синхронизации разность фаз $\alpha = \text{const}$ и $d\alpha/d\tau = 0$.

Найдем изменение фазы ϕ сигнала на выходе ЛОВ при изменении частоты ее колебаний под воздействием внешнего поля. Для этого необходимо задать распределение поля $E(\xi)$ вдоль системы, которое, следуя работе [17], можно найти, воспользовавшись методом последовательных приближений. В соответствии с ним в первом прибли-

жении распределение поля вдоль пространства взаимодействия определяется [35] как

$$E(\xi) = E_0 \exp j\beta_0(\xi - A) \times [1 - A^3(\operatorname{Re}\Psi(\Phi_0) + j\operatorname{Im}\Psi(\Phi_0))], \quad (6)$$

где функция $\Psi(\Phi_0)$ имеет вид, характерный для квадратичной группировки [35]

$$\Psi(\Phi_0) = [2(\exp(-j\Phi_0) - 1) + j\Phi_0(\exp(-j\Phi_0) + 1)]/\Phi_0^3.$$

Величина $\Phi_0 = (\beta_e - \beta_0)\xi$ представляет собой относительный угол пролета электрона в пространстве взаимодействия, где $\beta_0 = \hat{\omega}/v_\phi$, $\beta_e = \hat{\omega}/v_0$.

Тогда фаза поля на выходе ЛОВ относительно фазы управляющего сигнала в соответствии с соотношением (6) может быть записана в виде

$$\psi = -\beta_0 A + \operatorname{arctg} \left(\frac{A^3 \operatorname{Im}\Psi(\Phi_0)}{1 + A^3 \operatorname{Re}\Psi(\Phi_0)} \right). \quad (7)$$

Найдем изменение фазы поля (а следовательно, и частоты генерации) при воздействии на систему внешнего сигнала. Раскладывая фазу ψ по углу пролета Φ_0 около точки, соответствующей частоте ω_0 автономных колебаний, и полагая, что изменение частоты мало¹, получаем

$$\psi = \psi_{\omega_0} + \left[\frac{\partial}{\partial \Phi_0} \operatorname{arctg} \left(\frac{A^3 \operatorname{Im}\Psi(\Phi_0)}{1 + A^3 \operatorname{Re}\Psi(\Phi_0)} \right) \right]_{\omega_0} \Delta\Phi_0, \quad (8)$$

где $|\Delta\Phi_0| \ll 1$. Перейдем от величины $\Delta\Phi_0$ к изменению частоты. Дифференцируя функцию $\Phi_0(\omega)$ и учитывая связь между групповой и фазовой скоростями волны, выражение для фазового сдвига между полем синхронизируемой ЛОВ и управляющим сигналом на выходе системы можно записать в следующем виде [17]:

$$\varphi = \frac{\omega_0 - \omega A}{\omega_0} \frac{A}{C} \left(1 + \frac{v_\phi}{v_g} \right) \times \left[\frac{\partial}{\partial \Phi_0} \operatorname{arctg} \left(\frac{A^3 \operatorname{Im}\Psi(\Phi_0)}{1 + A^3 \operatorname{Re}\Psi(\Phi_0)} \right) \right]_{\omega_0}. \quad (9)$$

Используя соотношения (4), (5) и (9), получаем дифференциальное уравнение для разности фаз α между выходным полем неавтономной ЛОВ и внешним сигналом

$$d\alpha/d\tau + \omega_0 \kappa \sin \alpha - (\Omega - \omega_0) = 0, \quad (10)$$

¹ Последнее означает, что ограничиваемся первым членом ряда в разложении фазы поля (7).

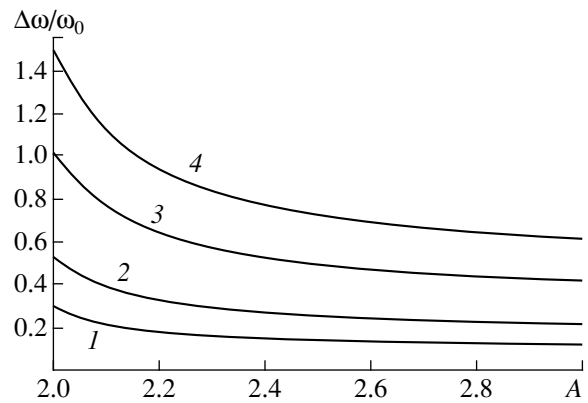


Рис. 1. Зависимость ширины полосы синхронизации $\Delta\omega/\omega_0$ от управляющего параметра A , построенные при $E_0/E_{\text{вых}} = 0.1$ (1), 0.15 (2), 0.3 (3) и 0.45 (4).

где коэффициент κ имеет вид

$$\kappa = \frac{C}{AE_{\text{вых}}} \times \left(1 + \frac{v_\phi}{v_g} \right)^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial \Phi_0} \operatorname{arctg} \left(\frac{A^3 \operatorname{Im}\Psi(\Phi_0)}{1 + A^3 \operatorname{Re}\Psi(\Phi_0)} \right) \right]_{\omega_0}. \quad (11)$$

Уравнение (10) описывает поведение фазы выходного поля ЛОВ при воздействии на нее высокочастотного поля и впервые было получено в работе [18]. Режим синхронизации соответствует случаю постоянной разности фаз между выходным и управляющим сигналом $d\alpha/d\tau = 0$. Максимальная величина частотной отстройки $(\omega_0 - \Omega_s)$, при которой еще имеет место режим синхронизации, определяется условием $\sin \alpha = \pm 1$ (Ω_s – частота, соответствующая границе области синхронизации). Тогда ширина полосы синхронизации $\Delta\omega = 2|\omega_0 - \Omega_s|$ в соответствии с уравнением (10) определяется выражением

$$\Delta\omega/\omega_0 = 2\kappa. \quad (12)$$

Из соотношений (11) и (12) следует, что ширина полосы синхронизации определяется в первую очередь амплитудой управляющего сигнала E_0 и длиной системы A . Величина $\Delta\omega/\omega_0$ пропорциональна отношению амплитуд управляющего сигнала и выходного сигнала ЛОВ.

Зависимость ширины полосы синхронизации $\Delta\omega/\omega_0$ от управляющего параметра A для различных величин $E_0/E_{\text{вых}}$ представлена на рис. 1. Видно, что с увеличением длины системы a наблюдается уменьшение ширины области синхронизации $\Delta\omega/\omega_0$. При больших длинах пространства взаимодействия A зависимость ширины полосы синхронизации при различных амплитудах внешнего сигнала можно аппроксимировать степенной функцией вида $\Delta\omega/\omega_0 \sim 1/A$.

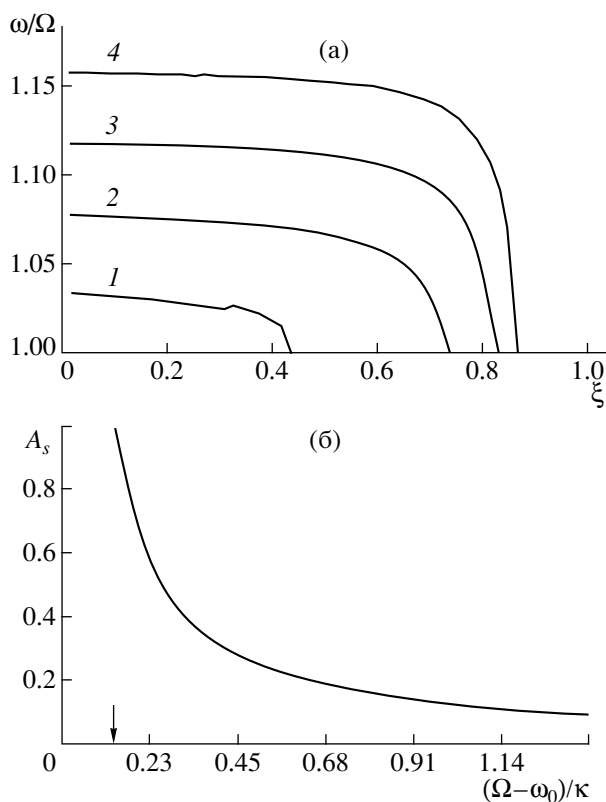


Рис. 2. Частота колебаний как функция координаты пространства взаимодействия ξ для различных величин расстройки (а): $|\Omega - \omega_0|/\kappa = 0.23$ (1), 0.45 (2), 0.68 (3), 0.91 (4); зависимость длины синхронизации A_s от величины $|\Omega - \omega_0|/\kappa$ (б).

Анализ уравнения (10) показывает, что при $\kappa \geq |\omega_0 - \Omega|$ величина α при $\tau \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к постоянному значению, что соответствует режиму синхронизации автоколебаний в активной среде. Наоборот, при $\kappa < |\omega_0 - \Omega|$ не существует постоянного, не зависящего от времени сдвига фаз α между сигналом, генерируемым неавтономной ЛОВ, и управляющим сигналом. В системе происходят биения с периодом T_a , причем, как следует из уравнения (10), период автомодуляции стремится к бесконечности при приближении к границе области синхронизации $|\omega_0 - \Omega| \rightarrow \kappa$. С ростом амплитуды внешнего воздействия E_0 наблюдается увеличение периода автомодуляции при одинаковой величине расстройки $|\omega_0 - \Omega|$. При увеличении расстройки период автомодуляции уменьшается и стремится к постоянной величине для различных амплитуд внешнего воздействия. Одновременно при увеличении разности частот $|\omega_0 - \Omega|$ форма модуляции выходного сигнала становится близкой к синусоидальной.

Рассмотрим, как уравнение (10), впервые полученные для ЛОВ [17, 18], можно использовать для описания характерных особенностей прост-

ранственной динамики неавтономной ЛОВ. Определяющей характеристикой неавтономных колебаний ЛОВ является коэффициент κ (11), который, учитывая соотношения для распределения амплитуды и фазы поля (6) и (7), можно рассматривать как функцию продольной координаты $\kappa = \kappa(\xi)$.

Будем рассматривать фазу α между полем $E(\xi)$ неавтономной ЛОВ и внешним сигналом $E_0(\xi)$ как функцию координаты и времени $\alpha = \alpha(\tau, \xi)$. Тогда рассмотрим решение уравнения (10) в каждой точке пространства взаимодействия с учетом того, что коэффициент $\kappa = \kappa(\xi)$. Из определения (11) следует, что функция κ является убывающей с ростом ξ , и при больших длинах пространства взаимодействия $\kappa(\xi) \sim 1/\xi$.

Режим синхронизации, как было показано выше, наблюдается при $\kappa \geq |\omega_0 - \Omega|$. Тогда при малых длинах пространства взаимодействия и достаточно малой расстройке всегда будет иметь место режим синхронизации, соответствующий постоянному значению фазы $\alpha(\tau, \xi) = \text{const}$. Однако с ростом координаты и, соответственно, одновременным уменьшением величины $\kappa(\xi)$ возможна ситуация, когда величина $\kappa(\xi)$ в какой-то точке пространства взаимодействия $\xi = \xi^*$ принимает значение, меньшее $|\Omega - \omega_0|$. В этом случае режим синхронизации разрушается.

Последнее означает, что пространство взаимодействия лампы в асинхронном режиме работы делится на две характерные области: 1) область длины A_s (которую будем называть длиной синхронизации; $A_s = A - \xi^*$), где имеет место режим синхронизации колебаний, и 2) область длины $A - A_s$, в которой наблюдается разрушение режима синхронизации. Таким образом, в неавтономной системе в асинхронном режиме имеют место колебания с меняющейся частотой и формой колебаний вдоль длины пространства взаимодействия. На рис. 2а представлены полученные из решения уравнения (10) зависимости характерной частоты $\omega(\xi)/\omega_0$ автоколебаний в неавтономной системе в асинхронном режиме от пространственной координаты ξ для различных значений расстройки $|\Omega - \omega_0|/\kappa$. Видно, что длина синхронизации A_s , которой соответствует $\omega(\xi)/\omega_0 = 1$, увеличивается с уменьшением величины расстройки. При $\xi < A_s$ частота $\omega(\xi)$ быстро увеличивается и далее практически перестает меняться с изменением координаты. На рис. 2б показана зависимость длины синхронизации A_s от величины расстройки $|\Omega - \omega_0|/\kappa$; граница области синхронизации Ω_s (отмечена на рис. 2б стрелкой) соответствует тому, что длина синхронизации становится равной длине системы $A_s \equiv A$.

Таким образом, из проведенного с помощью уравнения синхронизации (10) анализа синхронного и асинхронного неавтономных режимов работы ЛОВ следует, что ширина полосы синхро-

низации определяется амплитудой внешнего поля и существенно зависит от безразмерной длины лампы A (тока электронного пучка). В асинхронном режиме ЛОВ пространство взаимодействия делится на две характерные области – область синхронных с внешним сигналом колебаний высокочастотного поля и область асинхронной динамики, – причем при подходе к границе области синхронизации длина области синхронизации A_s стремится к длине лампы A . В режиме синхронизации во всем пространстве взаимодействия колебания происходят на частоте внешнего воздействия.

3. НЕЛИНЕЙНЫЙ НЕСТАЦИОНАРНЫЙ АНАЛИЗ СИНХРОНИЗАЦИИ

Изучим теперь синхронизацию автоколебаний в лампе обратной волны путем численного интегрирования нелинейных нестационарных уравнений (1)–(3) ЛОВ. Решение системы (1)–(3) осуществлялось с помощью разностной схемы второго порядка точности, аналогичной описанной в работе [34], с шагами по времени и координате $\Delta\tau = 0.004$ и $\Delta\xi = 0.008$ соответственно.

На рис. 3 представлена карта режимов колебаний в системе на плоскости управляющих параметров “частота Ω/ω_0 – амплитуда F_0 внешнего сигнала”, построенная при длине системы $A = 2.2$. На ней отмечены области характерных режимов динамики исследуемой неавтономной системы. При близости частоты Ω внешнего воздействия к частоте генерации ω_0 автономной системы лампа обратной волны демонстрирует режим синхронизации, в котором частота выходного сигнала ω определяется частотой внешнего воздействия, а амплитуда выходного сигнала $|F(\xi = 0, \tau)|$ после окончания переходного процесса устанавливается постоянной (режим стационарной генерации). Когда значения управляющих параметров соответствуют пересечению границы области синхронизации система переходит в режим модуляции выходного сигнала. В этом случае амплитуда сигнала $|F(\xi = 0, \tau)|$ начинает периодически изменяться во времени.

При исследовании зависимости базовой частоты ω выходного поля $F = |F(\tau)|\exp(j\omega\tau)$ неавтономной системы от параметров внешнего управляющего сигнала было обнаружено, что область захвата частоты ω существенно шире области стационарной генерации, которая отмечена на карте режимов как область синхронизации. При частотах внешнего воздействия, больших частоты автономной генерации ($\Omega/\omega_0 > 1.0$), область захвата частоты при малых амплитудах внешнего воздействия F_0 совпадает с границей области автомодуляции (и, соответственно, области синхронизации). Отметим, что кривая 2 и граница области синхронизации в области меньших частот ($\Omega/\omega_0 < 1.0$) не совпадают при любой сколь угодно малой амплитуде внешнего воздействия F_0 .

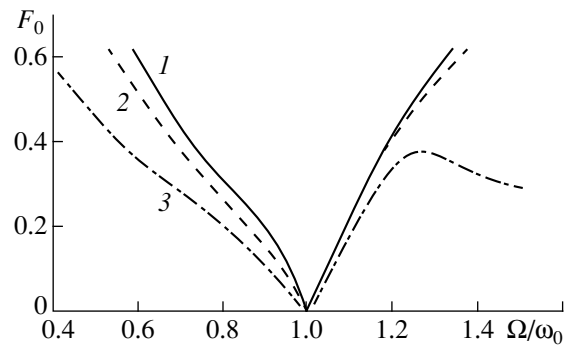


Рис. 3. Разбиение плоскости управляющих параметров частота Ω – амплитуда F_0 внешнего сигнала на характерные режимы неавтономных колебаний в лампе обратной волны: 1 – режим синхронизации; 2 – область квазисинхронизации; 3 – изменение характера автомодуляции.

Режим колебаний неавтономной системы, соответствующий захвату частоты ω высокочастотной генерации, назовем режимом квазисинхронизации. В нем генерация высокочастотного излучения наблюдается на частоте $\omega \approx \Omega$, а амплитуда выходного поля $|F|$ может медленно меняться с характерным временным масштабом. При выходе из области квазисинхронизации базовая частота генерации при увеличении отстройки частоты внешнего воздействия Ω от границы области квазисинхронизации Ω_s стремится к частоте автономной генерации.

На рис. 4 и 5 представлены зависимости ширины полосы квазисинхронизации от амплитуды внешнего сигнала F_0 при различных значениях длины лампы (рис. 4) и от безразмерной длины системы A при различных амплитудах F_0 внешнего воздействия (рис. 5). Рассмотрим их более подробно.

Из рис. 4 следует, что ширина полосы квазисинхронизации (сплошная линия) при малых длинах системы растет по закону, близкому к линейному, с увеличением амплитуды внешнего сигнала. Это подтверждает результаты, полученные в предыдущем разделе: полоса синхронизации растет при малых амплитудах внешнего поля линейно с увеличением E_0 (см. соотношения (11) и (12)).

Зависимость ширины полосы синхронизации (рис. 4, штриховая линия) от величины F_0 при увеличении амплитуды внешнего сигнала отклоняется от линейной. При этом ширина полосы квазисинхронизации при малой безразмерной длине лампы значение A существенно больше, чем ширина полосы синхронизации. С увеличением величины A разница между шириной полосы синхронизации и шириной полосы квазисинхронизации уменьшается. При приближении длины системы к значению $A = 2.9$, когда в автономной системе возникает автомодуляция выходного сигнала, область синхронизации, в которой наблюдается стационарная

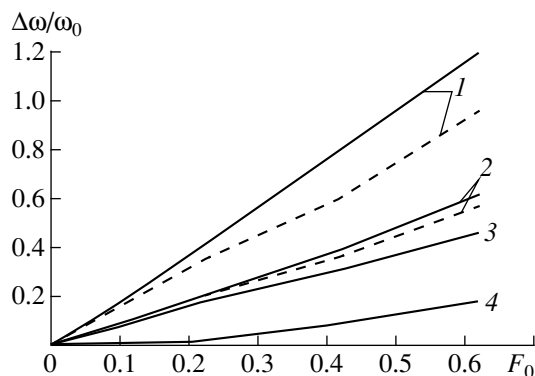


Рис. 4. Зависимость ширины полосы синхронизации (штриховая линия) и квазисинхронизации (сплошная линия) от амплитуды внешнего сигнала $F_0/F_{\text{вых}}$ при $A = 2.1$ (1), 2.4 (2), 2.8 (3), 3.5 (4) ($F_{\text{вых}}$ – амплитуда выходного сигнала в автономном режиме).

генерация на частоте внешнего сигнала, исчезает. Однако при этом в неавтономной системе сохраняется режим квазисинхронизации, в котором частота выходного сигнала $\omega = \Omega$, а амплитуда выходного сигнала $|F|$ зависит от времени (см. рис. 4, кривые 3 и 4).

На рис. 5 показана зависимость ширины полосы синхронизации $\Delta\omega/\omega_0$ от параметра A . Сравнивая рис. 5, полученный в результате численного моделирования, с результатами стационарного анализа синхронизации ЛОВ (см. рис. 2а) можно сделать вывод, что проведенный стационарный анализ синхронизации при малых длинах системы и малой амплитуде внешнего сигнала хорошо подтверждается результатами решения полной нелинейной нестационарной системы уравнений ЛОВ. Ширина полосы синхронизации $\Delta\omega/\omega_0$ с ростом параметра A уменьшается и при $A > 2.2 \dots 2.6$ (в зависимости от амплитуды F_0) практически перестает меняться с изменением A .

Линия 3 на карте режимов (см. рис. 3) соответствует изменению характера автомодуляции. При переходе через границу области синхронизации (кривая 1) возникает режим автомодуляции амплитуды выходного сигнала $|F(\tau)|$, причем форма автомодуляции достаточно сложна и далека от гармонической. Амплитуда автомодуляции при малой амплитуде входного сигнала F_0 возбуждается жестко, т.е. на границе кнола синхронизации амплитуда модуляционных колебаний выходного сигнала имеет конечное значение. При больших величинах управляющего сигнала амплитуда автомодуляции возбуждается мягко, быстро достигая максимального значения. Далее при отстройке от границы кнола синхронизации амплитуда автомодуляции медленно спадает. При переходе через кривую 3 форма автомодуляции становится близкой к синусоидальной, что приводит к упрощению спектра выходного сигнала неавтономной ЛОВ в асин-

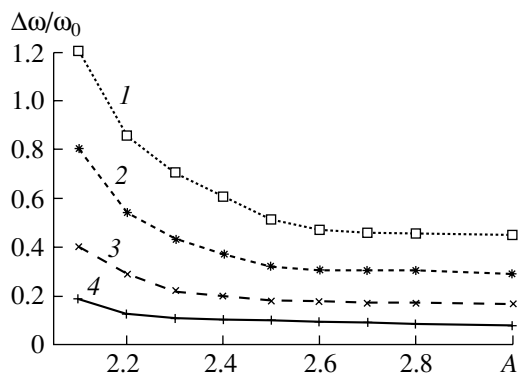


Рис. 5. Зависимости ширины полосы синхронизации $\Delta\omega/\omega_0$ от длины системы A при амплитудах управляющего сигнала $F_0/F_{\text{вых}}$ (результат численного расчета с помощью нелинейной нестационарной модели (1)–(3)); $F_0/F_{\text{вых}} = 0.45$ (1), 0.3 (2), 0.15 (3) и 0.1 (4).

хронном режиме. Частота автомодуляции при переходе через границу кнола синхронизации при малых F_0 возбуждается мягко, а при больших F_0 – жестко.

В заключение раздела отметим, что все результаты, полученные здесь в рамках одноволновой нелинейной нестационарной теории (1)–(3), справедливы только при небольших амплитудах внешнего поля, вводимого на коллекторном конце системы, и малой расстройке по частоте внешнего гармонического сигнала относительно автономной генерации (именно такой случай и рассматривается в работе). В противном случае для анализа неавтономной динамики исследуемой системы необходимо воспользоваться более сложными моделями, например, основанными на непосредственном интегрировании уравнений Максвелла–Власова методом частиц (см., например, [37, 38]).

4. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В НЕАВТОНОМНОМ ГЕНЕРАТОРЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим физические процессы, сопровождающие перестройку режимов колебаний в неавтономной активной системе “электронный пучок – обратная электромагнитная волна”.

Исследуем процессы в системе, сопровождающие захват частоты генерации в приборе внешним сигналом с амплитудой F_0 и частотой Ω . Частота ВЧ генерации определяется как поправка ω_0 к частоте “холодного” синхронизма $\hat{\omega}$. Частота ω_0 определяется фазой $\varphi_F(\xi, \tau)$ поля $F(\xi, \tau) = |F(\xi, \tau)| \times \exp\{j\varphi_F(\xi, \tau)\}$. В режиме одночастотной ВЧ-ге-

нерации поправка к частоте может быть представлена в виде

$$\omega_0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \Phi_F(0, \tau) / \tau. \quad (13)$$

Если считать фазу $\Phi_F(\xi, \tau)$ периодической функцией с периодом 2π , т.е. рассматривать функцию

$$\bar{\Phi}_F(\xi, \tau) = \Phi_F(\xi, \tau) \bmod 2\pi, \quad (14)$$

то $\bar{\Phi}_F$ ведет себя периодически с периодом $1/\omega_0$ (рис. 6а, параметр $A = 2.2$).

В режимах неавтономных колебаний частота ω_0 , определяемая соотношением (13), характеризует временной масштаб высокочастотной генерации ЛОВ.

Квазисинхронизация колебаний, т.е. генерация высокочастотного излучения на частоте $\omega_0 = \Omega$, соответствует колебаниям фазы $\bar{\Phi}_F$ с частотой Ω . При этом амплитуда выходного поля $|F|$, как было показано выше, может демонстрировать режимы периодической автомодуляции.

Рассмотрим подробнее поведение амплитуды и фазы поля $F(\xi, \tau)$ в ЛОВ в неавтономном режиме. На рис. 6б–г показаны пространственно-временные распределения амплитуды и фазы поля F , построенные при одинаковой амплитуде F_0 и различных частотах Ω внешнего воздействия.

Рис. 6 подтверждает проведенный в разделе 2 анализ пространственно-временной динамики в неавтономной активной среде “электронный поток–обратная электромагнитная волна”. Как показывает рассмотрение рис. 6б, в асинхронном режиме (режиме, отличном от режима квазисинхронизации) пространство взаимодействия можно условно разделить на две области. В первой, примающей к коллекторному концу системы $\xi = A$, колебания фазы $\bar{\Phi}_F$ происходят с частотой внешнего воздействия Ω . Далее в достаточно узкой области пространства взаимодействия происходит резкое изменение величины фазы поля $\bar{\Phi}_F$, которая практически скачком изменяется на величину π . В области вблизи выхода системы $\xi = 0$ колебания фазы наблюдаются на частоте ω , отличной от

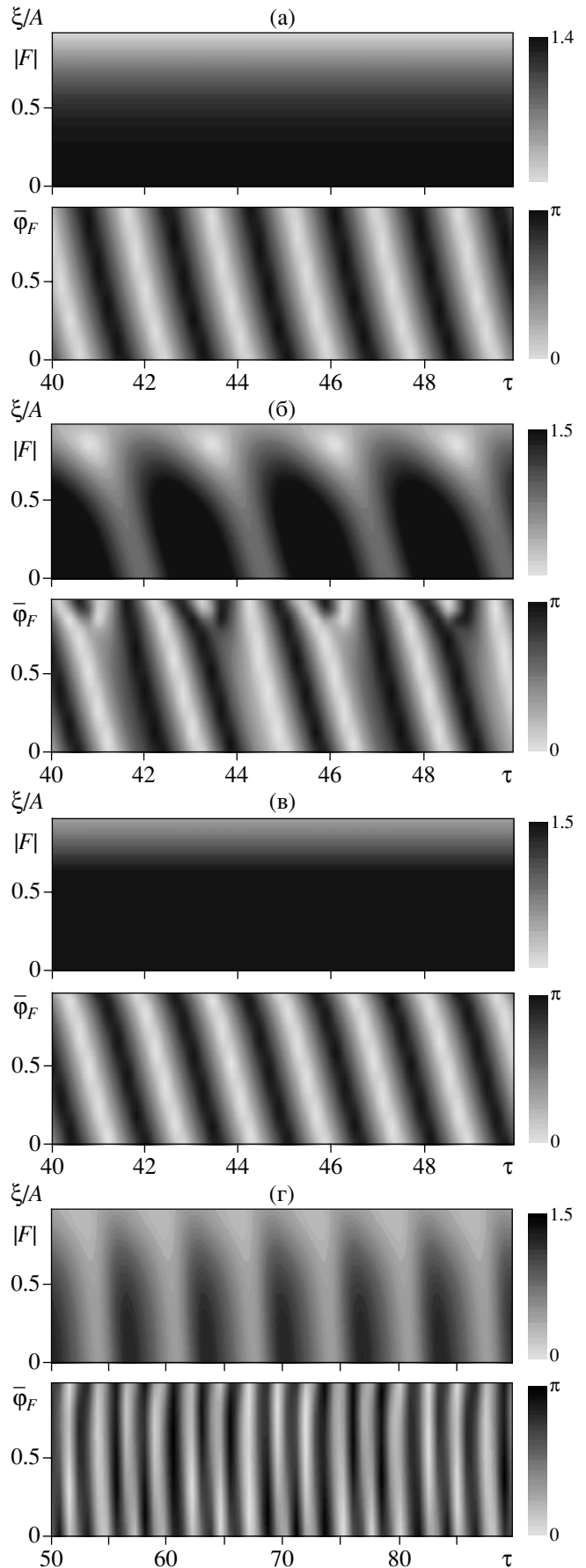


Рис. 6. Проекция на плоскость (τ, ξ) поверхностей пространственно-временных распределений амплитуды $|F|$ и фазы Φ_F поля для режима автономных одночастотных колебаний ЛОВ (а) и неавтономных режимов колебаний (б–г), построенных при одинаковой амплитуде $F_0/F_{\text{вых}} = 0.3$ и различных частотах Ω внешнего воздействия: б) $\Omega/\omega_0 = 1.71$ (режим периодической автомодуляции, отличный от режима квазисинхронизации); в) $\Omega/\omega_0 = 1.17$ (режим стационарной генерации, область синхронизации); г) $\Omega/\omega_0 = 0.70$ (режим квазисинхронизации, имеет место модуляция выходного сигнала).

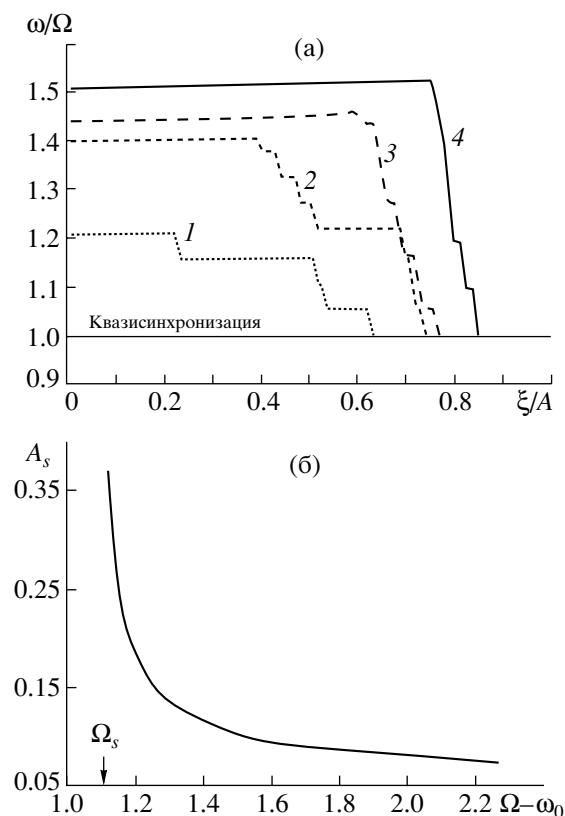


Рис. 7. Зависимости характерной частоты автоколебаний в различных сечениях пространства взаимодействия для различных частот внешнего воздействия $(\Omega - \omega_0) = 1.13$ (1), 1.15 (2), 1.18 (3) и 1.28 (4) (а) и зависимость длины синхронизации A_s от величины расстройки (б) ($A = 2.2$, $F_0/F_{\text{вых}} = 0.3$).

Ω . При этом частота колебаний ω стремится к частоте автономной генерации ω_0 при все большей отстройке частоты внешнего воздействия Ω от границы области квазисинхронизации.

Таким образом, в пространстве взаимодействия неавтономной ЛОВ формируется две характерные области пространственно-временных колебаний: 1) область синхронных с управляющим сигналом временных колебаний и 2) область, в которой колебания происходят на частоте, отличной от частоты управляющего сигнала. Эти две характерные области разделены узкой областью, в которой наблюдаются резкие скачкообразные изменения фазы поля $\bar{\varphi}_F$.

В области синхронизации и квазисинхронизации колебания во всем пространстве взаимодействия происходят на частоте внешнего воздействия Ω . На проекции распределения $\bar{\varphi}_F(\xi, \tau)$ (рис. 6в, г) наблюдается картина, идентичная случаю автономных колебаний (см. рис. 6а), но на частоте $\omega_0 = \Omega$.

Отметим, что аналитическая теория фазовой синхронизации ЛОВ, базирующаяся на стацио-

нарной линейной теории, не описывает явление “расщепления” клюва синхронизации на области стационарной генерации на частоте внешнего сигнала и автомодуляции с захватом базовой частоты внешним сигналом (квазисинхронизации). Вместе с тем она правильно предсказывает “возникновение” в асинхронном режиме в пространстве взаимодействия двух областей с различными временными масштабами динамики в них.

Введем в каждой точке пространства взаимодействия частоту $\omega(\xi)$, определяемую в соответствии с формулой (13), в которую вместо фазы поля на выходе системы $\xi = 0$ будем подставлять величину $\varphi_F(\xi)$ в произвольной точке пространства взаимодействия ξ . Соответствующие расчеты зависимости $\omega = \omega(\xi)$ представлены на рис. 7а.

В режиме квазисинхронизации для частоты колебаний во всем пространстве взаимодействия выполняется равенство $\omega(\xi) = \Omega$ (при этом амплитуда $|F|$ выходного сигнала медленно (по сравнению с частотой Ω) изменяется во времени).

В режимах, отличных от режима квазисинхронизации, пространственно-временная динамика в пространстве взаимодействия усложняется. В области, примыкающей к коллекторному концу системы $\xi = A$, колебания происходят на частоте внешнего воздействия, далее частота неавтономных колебаний быстро отстраивается от частоты Ω внешнего поля. Причем с ростом расстройки $|\Omega - \omega_0|$ длина синхронизации A_s уменьшается.

Зависимость длины синхронизации A_s от величины расстройки частот автономных колебаний распределенной автоколебательной системы и внешнего сигнала показана на рис. 7б. Сравнивая его с рис. 2б, на котором показана теоретическая зависимость величины A_s от расстройки частот, можно сделать вывод, что найденная из стационарного анализа зависимость хорошо подтверждается численным моделированием. При стремлении частоты внешнего сигнала $\Omega \rightarrow \Omega_s$ (Ω_s – частота, соответствующая границе клюва синхронизации) длина синхронизации A_s стремится к полной длине пространства взаимодействия. При больших расстройках $|\Omega - \omega_0|$ длина синхронизации мала и перестает меняться с изменением расстройки.

Сравнивая зависимости $\omega(\xi)$, полученные в результате численного моделирования нестационарной системы (1)–(3) (рис. 7а), с соответствующими зависимостями, полученными на основе стационарной линейной теории (см. рис. 2а), можно сделать вывод, что хотя частота автоколебаний ведет себя качественно подобным образом, тем не менее вид зависимостей отличается друг от друга. Основное отличие заключается в резком, очень быстром изменении частоты колебаний при достижении координаты $\xi = A - A_s$. Далее при больших отстройках частота стабилизируется и уже не изменяется вдоль пространства взаимо-

действия. При малой отстройке частоты внешнего воздействия от границы клюва синхронизации наблюдается несколько таких быстрых изменений частоты на длине пространства взаимодействия.

Такое отличие численного моделирования и аналитической теории связано с принципиально нелинейными эффектами при взаимодействии электронного потока с обратной волной, которые не учитывает линейная теория. Области пространства взаимодействия, в которых наблюдаются резкие изменения частоты ω неавтономных автоколебаний, определяются перегруппировкой электронов в пучке. Это соответствует достижению амплитудой первой гармоники сгруппированного тока

$$I(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-j\theta) d\theta_0$$

максимального значения на длине $\xi = A - A_s$ и далее уменьшению ее значения на длине A_s к входу лампы $\xi = A$, где вводится внешний сигнал. При этом одновременно происходит перестройка внутренней структуры электронного потока в неавтономной системе. Так, перегруппировка пучка приводит к скачкам фазы тока $I(\xi)$ и $F(\xi)$ в области $\xi \sim A - A_s$. В результате при выходе из области синхронизации влияние внешнего сигнала сказывается в нарушении фазовых соотношений, соответствующих режиму стационарной генерации, между комплексными амплитудами поля F и тока I . В системе формируется дополнительная распределенная обратная связь в системе: сгруппированный в сильном поле электронный пучок приходит к коллекторному концу системы $\xi = A$ со скоростью $v \approx v_0$ уже перегруппировавшись; возбуждаемое сгруппированным током поле смещается со скоростью v_g к входному концу $\xi = 0$ системы; сгруппированный в слабом поле пучок возбуждает теперь сильное поле, в котором электронный пучок и перегруппировывается. В результате вся картина повторяется с периодом

$$T_A \sim 2(A - A_s)(1/v_0 + 1/v_g).$$

Таким образом, возникающие при выходе из области синхронизации режимы модуляции выходного сигнала определяются нелинейностью в электронном пучке, связанной с инерционностью электронов и приводящей к перегруппировке электронов пучка. Изменение периода автомодуляции при отстройке частоты внешнего воздействия от границы клюва синхронизации Ω_s , определяется изменением длины синхронизации A_s и увеличивается с ростом частотной расстройки $|\Omega - \omega_0|$. Последнее подтверждается результатами численного расчета: период автомодуляции T_A растет при отстройке частоты Ω внешнего сигнала от частоты ω_0 автономной генерации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние внешнего гармонического сигнала на автоколебания в лампе обратной волны. Рассмотрены характеристики синхронного режима и показано, что в неавтономной системе наблюдаются как режимы синхронизации (соответствующие стационарной генерации на частоте внешнего воздействия), так и квазисинхронизации (генерации с базовой частотой, определяемой управляющим сигналом и медленным изменением амплитуды выходного сигнала). Режимы квазисинхронизации соответствуют возникновению в пространстве взаимодействия режимов пространственно-временных колебаний на частоте внешнего воздействия во всем пространстве взаимодействия. Выход из области квазисинхронизации сопровождается формированием двух характерных областей пространства взаимодействия, в одной из которых с длиной A_s (длиной синхронизации) имеют место колебания на частоте внешнего сигнала, а в другой (длиной $A - A_s$) – наблюдается разрушение синхронизации и имеют место колебания в пространстве взаимодействия на частоте, отличной от частоты управляющего сигнала.

Отметим, что представляется важным изучение неавтономных режимов работы лампы обратной волны с учетом релятивистских эффектов, что весьма важно и актуально в связи с большим интересом в современной релятивистской электронике к различным модификациям СВЧ-генераторов с обратной волной.

Автор благодарен Д.И. Трубецкову за интерес к данной работе, плодотворные обсуждения и критические замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 02-02-16351), научной программы “Университеты России – фундаментальные исследования”, а также фонда “Династия” и Международного центра фундаментальной физики (г. Москва).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences.* Cambridge University Press, 2001.
2. *Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осинов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова, М.И. Рабиновича. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.
3. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. № 2. P. 980.
4. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. № 11. P. 1804.
5. *Pecora L.M., Carroll T.L., Jonson G.A., Mar D.J.* // Chaos. 1997. V. 7. № 4. P. 520.
6. *Hugenii C.* *Gorloquium Oscilatorium Parisiis*, France, 1673.

7. Хохлов Р.В. // РЭ. 1956. Т. 1. № 1. С. 88.
8. Брагинский В.Б., Гвоздовер С.Д., Гориков А.С., Трофименко И.Т. // РЭ. 1957. Т. 2. № 8. С. 1048.
9. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989.
10. Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. // РЭ. 2002. Т. 47. № 2. С. 133.
11. Канавец В.И. // Вест. МГУ. Сер. III. 1961. № 2. С. 32.
12. Wong M.J., Sims G.D., Stephenson I.M. // J. Electronics Control. 1961. V. 11. № 6. С. 684.
13. Кац А.М. // Электрон. техника. Сер. Электроника СВЧ. 1966. Вып. 5. С. 37.
14. Рапопорт Г.П. // РЭ. 1964. Т. 9. № 1. С. 118.
15. Рапопорт Г.П., Клушин А.А. // РЭ. 1964. Т. 9. № 8. С. 1520.
16. Солнцев В.А. // Электрон. техника. Сер. Электроника СВЧ. 1966. Вып. 9. С. 30.
17. Железовский Б.Е., Кальянов Э.В. Многочастотные режимы в приборах СВЧ. М.: Связь, 1978.
18. Железовский Б.Е., Кальянов Э.В. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Электроника. 1965. Вып. 4. С. 44.
19. Adler R. // Proc. IRE. 1946. V. 34. № 6. P. 351.
20. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. № 18. С. 34.
21. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10. № 4. С. 47.
22. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв. АН. Сер. физ. 2002. Т. 66. № 12. С. 1761.
23. Короновский А.А., Ремпен И.С., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв. АН. Сер. физ. Т. 2002. Т. 66. № 12. С. 1754.
24. Короновский А.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. № 9. С. 578.
25. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. // РЭ. 2003. Т. 48. № 1. С. 116.
26. Храмов А.Е. // Изв. АН. Сер. физ. 2003. Т. 67. № 12. С. 1674.
27. Григорьев В.П., Жерлицын А.Г., Коваль Т.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. С. 2164.
28. Woo W., Benford J., Fittingoff D. et al. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65. № 2. P. 861.
29. Храмов А.Е. // РЭ. 1999. Т. 44. № 2. С. 211.
30. Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975. С. 135.
31. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2. № 5. С. 3.
32. Рыскин Н.М., Титов В.Н., Трубецков Д.И. // Докл. АН. 1998. Т. 358. С. 620.
33. Рыскин Н.М., Титов В.Н. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6. № 1. С. 75.
34. Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1037.
35. Шевчик В.Н., Трубецков Д.И. Аналитические методы расчета в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970.
36. Безручко Б.П., Кузнецов С.П., Трубецков Д.И. // Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький, 1980. С. 29.
37. Пегель И.В. // Изв. вузов. Физика. Т. 34. 1996. № 12. С. 62.
38. Anderson T.M., Mondelli A.A., Levush V. et al. // Proc. IEEE. 1999. V. 87. № 5. P. 804.