

## О СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ “ВИНТОВОЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПОТОК – ВСТРЕЧНАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА”

© 2003 г. Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

Поступила в редакцию 12.04.2002 г.

Впервые исследовано влияние внешнего гармонического сигнала на хаотическую генерацию в распределенной активной среде винтовой электронный пучок, взаимодействующий со встречной волной в волноводе лазер на циклотронном электроде (с бегущей встречной волной). Изучены характеристики неавтономных пространственно–временных колебаний. Рассмотрены физические процессы, сопровождающие переход распределенной автоколебательной системы, демонстрирующей сложную пространственно–временную динамику, в режим синхронизации.

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время все большее внимание привлекают исследования синхронизации нелинейных систем, демонстрирующих детерминированный хаос (см., например, [1–3]). Большое число публикаций (см. список) литературы в обзорах [1–3]) посвящено рассмотрению синхронизации хаоса в дискретных (отображениях) и потоковых конечномерных динамических системах. Согласно этим работам, можно говорить о различных типах синхронизации хаотических систем. Наиболее строгое определение синхронизации заключается в требовании, чтобы разность векторов состояния исследуемой системы и состояния внешнего воздействия на систему (например, другой хаотической системы, связанной с исследуемой) стремилось к нулю в пределе  $t \rightarrow \infty$ . Это так называемая *идентичная синхронизация*, которую редко применяют на практике. Чаще используется понятие *обобщенной синхронизации* [1], при которой состояние системы асимптотически должно стремиться к некоторой (возможно, достаточно сложной) функции. Под понятие обобщенной синхронизации попадает и классическое определение синхронизации автоколебательных систем, например генератора Ван-дер-Поля [4].

При анализе синхронизации хаотических систем удобно пользоваться понятием *фазовой синхронизации* хаотических колебаний, впервые введенной Розенблумом [5]. В этом случае необходимо для анализа синхронизации исследуемой системы ввести фазу хаотических колебаний  $\phi(t)$ . Строго фаза хаотического сигнала вводится с помощью преобразования Гильберта [5, 6], однако для сложного хаотического сигнала получить хорошие результаты в данном случае трудно. Поэтому чаще используется феноменологически вводимая фаза  $\phi(t)$ , определяемая на основе анализа базового характерного масштаба колебаний

хаотической системы. Например, когда хаотический аттрактор имеет в фазовом пространстве ленточный или спиральный вид, то можно ввести характерное время возврата фазовой траектории на аттракторе в выбранную плоскость. При возврате траектории можно говорить об изменении фазы хаотического сигнала на величину  $2\pi$ . Между двумя пересечениями фазовой траектории выбранной плоскости можно считать, что фаза меняется линейно. Различные способы введения фазы  $\phi(t)$  сигнала для конечномерных систем описываются в работах [7, 8]. Если определена фаза  $\phi(t)$ , то можно ввести характерную частоту  $\bar{\omega}$  хаотического сигнала, определяемую как

$$\bar{\omega} = \lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t)/t. \quad (1)$$

При воздействии на хаотическую систему внешнего гармонического сигнала с частотой  $\Omega$  о фазовой синхронизации можно говорить при  $\bar{\omega} = \Omega$ . В этом случае характерная базовая частота хаотических автоколебаний системы равна частоте внешнего воздействия, т.е. для хаотических автоколебаний, как и для периодических, речь идет о захвате частоты управляющим сигналом. Здесь важно то, что при фазовой синхронизации зависимость амплитуды сигнала от времени может быть достаточно сложной и демонстрировать хаотическое поведение, однако характерный временной масштаб колебаний будет определяться управляющим сигналом.

Отметим, что все полученные результаты по синхронизации хаотических автоколебаний касались исследования динамики конечномерных систем; работ, в которых бы исследовалась синхронизация хаотических режимов колебаний в распределенных активных средах, авторам не известно. Однако именно изучение распределенных систем вызывает особый интерес в плане как фундаментального исследования управления сложной ди-

намики и хаосом в динамических системах различной природы, так и практического применения полученных результатов по управлению их хаотической динамикой.

Особенно важно решение задачи синхронизации хаотических автоколебаний в системах релятивистской вакуумной сверхвысокочастотной электроники. С одной стороны, это определяется созданием сверхмощных СВЧ-генераторов с перестраиваемыми характеристиками (частота, ширина полосы, уровень мощности) выходного излучения. С другой стороны, исследование влияния внешних сигналов важно при разработке СВЧ-генераторов, использующихся в качестве модулей фазированных антенных решеток, управляемых внешними сигналами.

В представленной работе исследуется влияние внешнего гармонического сигнала на хаотическую генерацию в системе винтовой электронный пучок–встречная электромагнитная волна (мазер на циклотронном резонансе (МЦР) со встречной волной). Характерной особенностью МЦР на встречной волне является возможность эффективной перестройки частоты генерации за счет изменения продольной скорости электронов  $v_{\parallel}$  или статического магнитного поля  $B_0$ . В реальных устройствах для этих целей необходимо одновременное изменение геометрии волноведущей структуры и величины магнитного поля вдоль длины пространства взаимодействия [9], что, естественно, усложнит теорию. Поэтому сформулированная ниже математическая модель является в этом смысле идеализированной.

В разделе 1 формулируется математическая модель, в рамках которой исследуется неавтономный режим работы МЦР-генератора на встречной волне. В разделе 2 кратко обсуждаются режимы неавтономных колебаний в системе, в разделе 3 – характеристики режима синхронизации. Раздел 4 посвящен обсуждению физических процессов в исследуемой системе.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Взаимодействие цилиндрического слаборелятивистского винтового пучка со встречной волной описывается следующей самосогласованной системой уравнений движения электронов слаборелятивистского винтового пучка [10] и возбуждения встречной волны электронным потоком [10–12]

$$\frac{d\beta}{d\xi} - j\mu(1 - |\beta|^2)\beta = F, \quad (2)$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -I, \quad I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \beta d\theta_0, \quad (3)$$

где  $\beta = r \exp(j\theta)$  – комплексный радиус траекторий электронов ансамбля, первоначально равномер-

нораспределенных по фазе относительно высокочастотного (ВЧ) поля,  $F = F(\xi, \tau)$  – медленно меняющаяся комплексная безразмерная амплитуда поля в сечении пучка,  $I = I(\xi, \tau)$  – первая гармоника сгруппированного тока,  $\xi = \beta_0(\hat{\omega}) \varepsilon z$  – безразмерная продольная координата,  $\tau = \hat{\omega} \varepsilon (t - z/v_{\parallel})(1 + v_{\parallel}/v_g)^{-1}$  – безразмерное время в движущейся с продольной скоростью пучка  $v_{\parallel}$  системе координат,  $\hat{\omega}$  – частота, по которой производится усреднение. Частота  $\hat{\omega}$  удовлетворяет условию синхронизма

$$\hat{\omega} + \beta_0(\hat{\omega})v_{\parallel} - \omega_c = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\beta_0(\hat{\omega})$  – постоянная распространения встречной волны с частотой  $\hat{\omega}$  в системе без электронного пучка,  $v_g$  – групповая скорость волны на частоте  $\hat{\omega}$ . Введены также параметр неизохронности, характеризующий меру инерционности системы, –

$$\mu = (v_{\parallel}/c)/2\varepsilon,$$

параметр взаимодействия –

$$\varepsilon = \left( \frac{I_0 K \left( 1 + \frac{v_{\perp 0}^2}{v_{\parallel}^2} \right)}{4V_0} \right)^{0.5} \ll 1,$$

циклотронная частота при  $\xi = 0$ ,

$$\omega_c = \frac{eB_0}{m_0 c} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{v_{\parallel}^2 + v_{\perp 0}^2}{c^2} \right);$$

$K$  – сопротивление связи,  $v_{\perp 0}$  – начальная поперечная скорость электронов,  $I_0$  и  $V_0$  – постоянные составляющие тока и напряжения пучка.

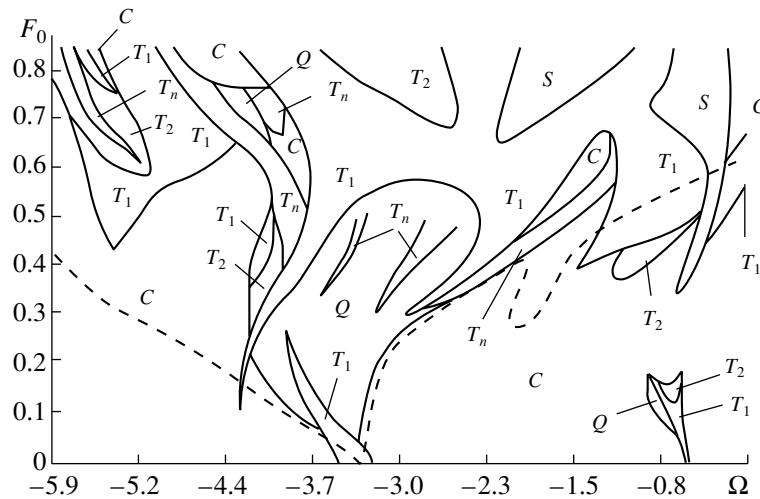
Уравнения (2) и (3) решаются при следующих начальных и граничных условиях:

$$F(\xi, \tau = 0) = f^0(\xi), \quad \beta(\xi = 0) = \exp(j\theta_0), \quad (5)$$

$$\theta_0 \in [0, 2\pi].$$

Внешний гармонический управляющий сигнал  $F(\xi = A, \tau) = F_0 e^{j\Omega\tau}$  – вводится на коллекторном конце системы  $\xi = A$ . Здесь  $A$  – длина системы,  $F_0$  – амплитуда внешнего сигнала,  $\Omega$  – отстройка частоты внешнего воздействия от частоты “холодного” синхронизма  $\hat{\omega}$  (см. условие (4)).

Модель, описываемая уравнениями (2)–(5), справедлива при выполнении следующих условий: поле в поперечном сечении электронного пучка должно быть однородно, продольная скорость  $v_{\parallel} \approx \text{const}$  (т.е. пренебрегается взаимодействием электронов-осцилляторов с ВЧ-составляющими магнитного поля), нестационарный процесс предполагается узкополосным, вследствие чего в рабочей полосе частот необходимо учиты-



**Рис. 1.** Плоскость управляющих параметров частота  $\Omega$ –амплитуда  $F_0$ , разделенная на характерные режимы неавтономных колебаний в МЦР со встречной волной. Штриховой линией отмечена область квазисинхронизации.

вать взаимодействие винтового пучка только со встречной волной.

В работах [13, 14] исследована динамика рассматриваемой системы в автономном режиме и показано наличие в ней различных режимов пространственно–временных колебаний. При заданном параметре неизохронности  $\mu > 2$  с увеличением длины системы  $A$  наблюдается последовательная смена режимов: стационарной генерации, периодической и далее хаотической автомодуляции.

В данной работе влияние внешнего управляющего сигнала на хаотическую генерацию МЦР со встречной волной рассматривается при длине системы  $A = 3.0$  и параметре неизохронности  $\mu = 8.0$ . При этом частота высокочастотной генерации в автономном режиме  $\omega_{0A} = -1.03\pi$ . Отрицательные значения частоты определяются тем, что рассматриваемая в нашей нормировке частота  $\omega_0$  представляет собой поправку к частоте синхронизма  $\hat{\omega}$ .

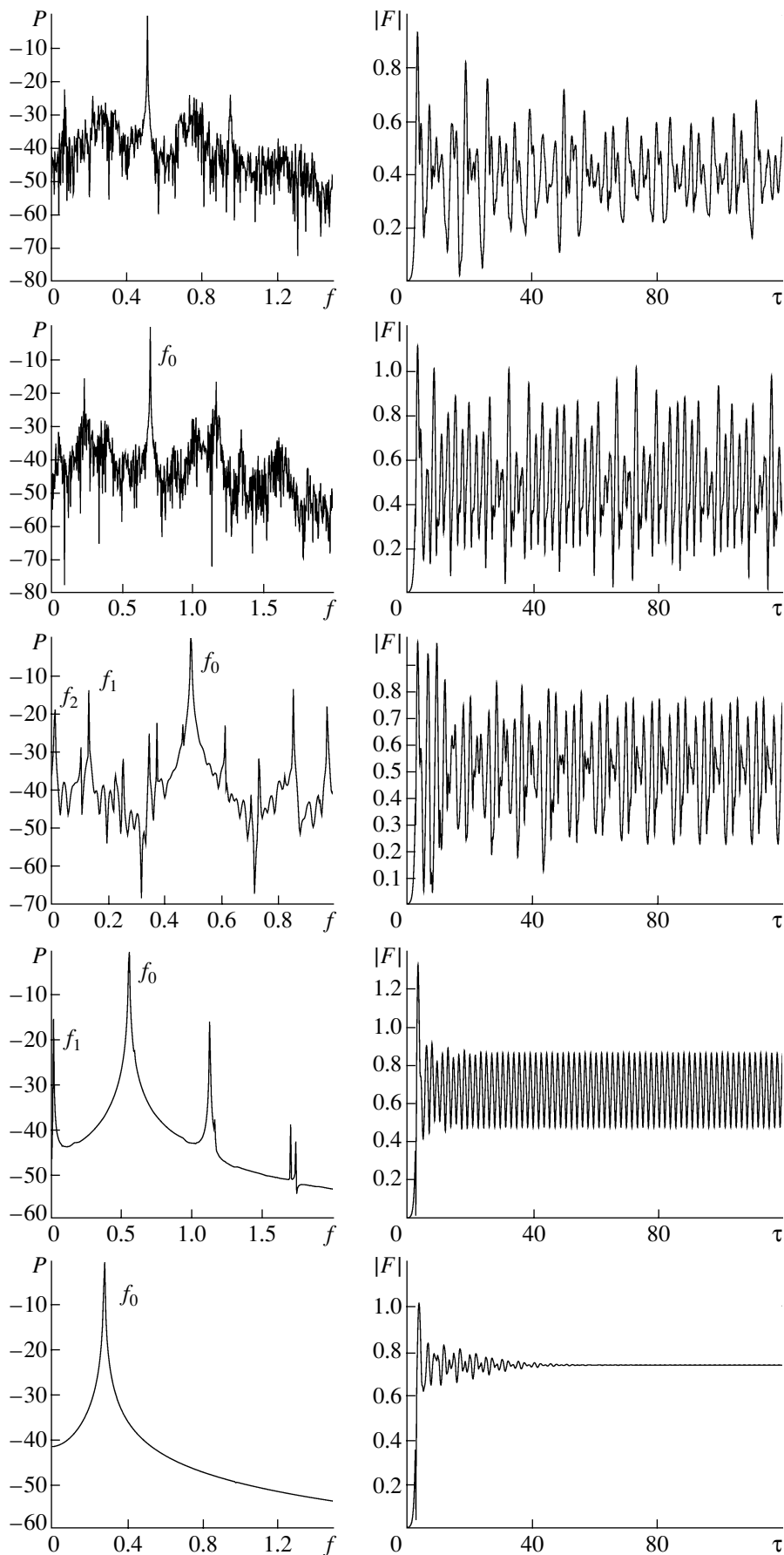
## 2. ДИНАМИКА НЕАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ

На рис. 1 представлена карта режимов на плоскости управляющих параметров амплитуда  $F_0$  – частота  $\Omega$  управляющего сигнала неавтономного генератора на винтовом пучке. На рис. 2 приведены спектры мощности  $P(f)$  выходного поля (левая колонка) и зависимости от времени медленно меняющейся амплитуды поля  $|F(\xi = 0, \tau)|$  (правая колонка). Следует обратить внимание, что режим стационарной генерации МЦР соответствует спектру мощности с одной базовой частотой  $f_0 = \omega_0/2\pi$  (см. рис. 2). Фактически зависимость  $|F|$  представляет собой огибающую ВЧ-сигнала, спектр которого приводится рядом. Кратко рассмотрим возникающие в неавтономной системе режимы генерации, анализируя рис. 1 и 2.

На рис. 2а представлены характеристики автономной хаотической генерации колебаний в МЦР со встречной волной при значениях параметра неизохронности  $\mu = 8.0$  и длине системы  $A = 3.0$ . В спектре генерации на фоне развитого шумового пьедестала на уровне 30...40 дБ наблюдается ярко выраженная базовая спектральная компонента  $f_0 = -0.51$ .

Различные режимы неавтономной генерации на карте режимов (см. рис. 1) обозначены разными символами:  $C$  – хаотическая автомодуляция выходного сигнала  $F(\xi = 0, \tau)$ ;  $Q$  – квазипериодическая автомодуляция, т.е. автомодуляция с двумя несоизмеримыми спектральными компонентами;  $T_1$  – режимы периодической автомодуляции выходного сигнала,  $T_2$  – режимы удвоения периода автомодуляции и  $T_n$  – режимы сложнопериодической автомодуляции;  $S$  – режимы стационарной генерации.

При небольших амплитудах внешнего воздействия  $F_0$  и значительных расстройках частоты внешнего воздействия от частоты автономных колебаний  $|\Omega - \omega_{0A}|$  имеют место хаотические колебания амплитуды выходного сигнала (см. рис. 1; область  $C$ ). Характеристики колебаний в режиме хаотической автомодуляции выходного сигнала  $|F(\tau)|$  представлены на рис. 2б, построенном при значениях параметров внешнего сигнала  $F_0 = 0.22$ ,  $\Omega = -4.48$ . Из рисунка видно, что характеристики хаотических колебаний выходного поля в данном случае подобны характеристикам в режиме автономных колебаний. Характерная амплитуда автомодуляции выходного сигнала, которую можно оценить по ряду временной реализации  $|F(\tau)|$  (рис. 2б (справа)) в режиме неавтономных автоколебаний сильно зависит от параметров управляющего сигнала.



При  $\Omega \sim \omega_{0A}$  и  $F_0 < 0.5$  наблюдается квазипериодическая автомодуляция выходного сигнала с частотами  $f_1$  и  $f_2$  (см. рис. 1 (область Q) и рис. 2в, который построен при параметрах  $F_0 = 0.22$ ,  $\Omega = -3.48$ ). В спектре выходного сигнала содержатся три базовые несоизмеримые частотные компоненты  $f_0, f_1$  и  $f_2$  (рис. 2в).

При больших амплитудах внешнего воздействия  $F_0 > 0.4$  перестройка режимов при изменении параметров управляющего сигнала достаточно сложна: существует большое количество переходов порядок–хаос и хаос–порядок. При  $\Omega \sim \omega_{0A}$  наблюдается область периодической автомодуляции выходного сигнала (см. рис. 1, область  $T_1$ ). Характеристики колебаний в данном случае представлены на рис. 2г ( $F_0 = 0.62$ ,  $\Omega = -3.48$ ). Спектр выходного сигнала содержит две базовые частоты  $f_0$  (частота ВЧ-генерации) и  $f_1$  (частота автомодуляции) (рис. 2г), т.е. колебания на выходе системы квазипериодические, их образом в фазовом пространстве является тор.

Из рис. 1 видно, что на фоне этого режима, при увеличении амплитуды внешнего воздействия наблюдаются режимы сложнопериодической автомодуляции (режимы  $T_2$  и  $T_n$ ) и режимы стационарной генерации (область S). Характеристики колебаний в последнем случае представлены на рис. 2д, откуда видно, что амплитуда выходного сигнала  $|F(\tau)|$  после длительного переходного процесса устанавливается постоянной  $|F(\tau)| = \text{const}$ . В спектре мощности выходного сигнала содержится только одна спектральная компонента, соответствующая частоте  $f_0$  высокочастотной генерации.

### 3. РЕЖИМ СИНХРОНИЗАЦИИ

Рассмотрим режим синхронизации в исследуемой активной распределенной колебательной системе. Воспользуемся понятием фазовой синхронизации хаоса (см. Введение), под которой в нашем случае будет понимать захват высокочастотной частоты генерации  $\omega_0$  внешним управляющим сигналом. Частота ВЧ-генерации определяется как поправка  $\hat{\omega}_0$  к частоте “холодного” синхронизма  $\omega_0$ . Частота  $\omega_0$  определяется фазой  $\varphi_F(\xi, \tau)$  поля  $F(\xi, \tau) = |F(\xi, \tau)| \exp\{j\varphi_F(\xi, \tau)\}$ . В режиме одночастотной ВЧ-генерации поправка к частоте выходного сигнала может быть представлена в виде

$$\omega_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \varphi_F(\xi = 0, \tau)/t. \quad (6)$$

Если считать фазу  $\varphi_F(\xi, \tau)$  периодической функцией с периодом  $2\pi$ , т.е. рассматривать функцию

$$\bar{\varphi}_F(\xi, \tau) = \varphi_F(\xi, \tau) \bmod 2\pi,$$

Рис. 2. Характеристики колебаний в различных режимах генерации.

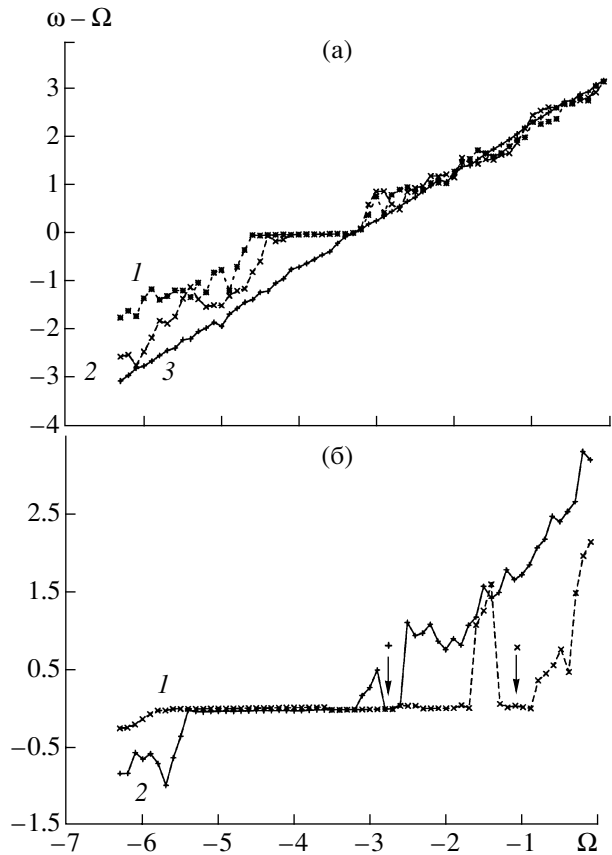


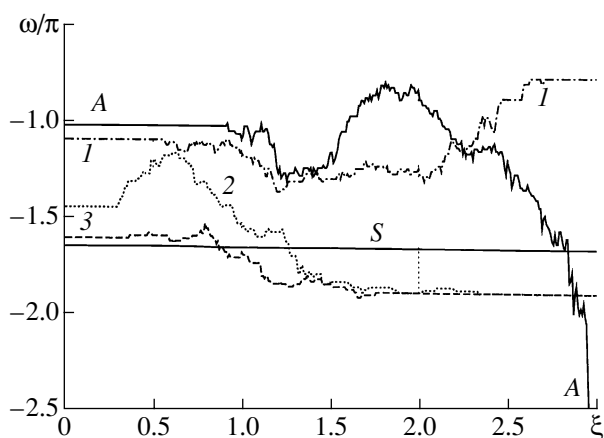
Рис. 3. Зависимости разности частот  $(\Omega - \omega)$  высокочастотных колебаний на выходе системы от частоты  $\Omega$  при различных амплитудах управляющего сигнала  $F_0$ : а -  $F_0 = 0.22$  (1), 0.12 (2) и 0.02 (3); б -  $F_0 = 0.42$  (1) и 0.32 (2).

то  $\bar{\varphi}_F$  ведет себя периодически с периодом  $1/\omega_0$ . В режиме сложной динамики фазы  $\bar{\varphi}_F(\tau)$  частота  $\omega_0$  (которую находим из соотношения (6)) определяет основной характерный временной масштаб ВЧ-генерации в винтовом пучке.

Режим фазовой синхронизации (далее – квазисинхронизации) характеризуется условием  $\omega_0 = \Omega$ . При этом амплитуда выходного высокочастотного поля  $|F(\tau)|$  может вести себя во времени достаточно сложно, демонстрируя как режимы периодической, так и хаотической автомодуляции.

На рис. 1 штриховой линией показана область квазисинхронизации МЦР со встречной волной внешним управляющим сигналом. В этой области наблюдается автомодуляция амплитуды выходного сигнала, что хорошо видно из карты режимов. Однако, частота ВЧ-генерации  $\omega_0$  (см. рис. 2б, который соответствует режиму квазисинхронизации, частота  $f_0 = \omega_0/2\pi$  отмечена на рисунке) в системе определяется частотой  $\Omega$  управляющего сигнала так, что  $\omega_0 = \Omega$ .

На рис. 3 представлены зависимости разности частот  $(\Omega - \omega)$  высокочастотных колебаний на



**Рис. 4.** Зависимости характерной частоты автоколебаний в различных сечениях пространства взаимодействия для различных характерных режимов системы. Кривая *A* соответствует автономным пространственно-временным колебаниям; кривая *S* – режиму квазисинхронизации ( $\Omega = -5.3$ ,  $F_0 = 0.42$ , при данных значениях управляющих параметров в системе наблюдается режим периодической автомодуляции выходного сигнала); кривые *1–3* соответствуют режимам хаотической автомодуляции, отличным от режима квазисинхронизации (*1* –  $\Omega = -2.5$ ,  $F_0 = 0.22$ ; *2* –  $\Omega = -5.3$ ,  $F_0 = 0.22$ ; *3* –  $\Omega = -5.3$ ,  $F_0 = 0.32$ ).

выходе системы от частоты  $\Omega$  при различных амплитудах управляющего сигнала  $F_0$ . В области квазисинхронизации разность  $\Omega - \omega = \text{const}$ , а при выходе из нее частота генерации при отстройке от границы области синхронизации стремится к частоте автономной генерации (см. рис. 3а).

Ширина области квазисинхронизации увеличивается с ростом амплитуды внешнего воздействия, причем при отрицательных расстройках ( $\Omega - \omega < 0$ ) ширина “клюва” квазисинхронизации практически линейно зависит от частоты  $\Omega$ . Правая граница области квазисинхронизации имеет более сложную форму.

При больших значениях амплитуды внешнего сигнала  $0.25 < F_0 < 0.45$  появляется еще один клюв квазисинхронизации при частотах внешнего воздействия  $\Omega \in (-2.0, -1.5)$  (см. рис. 3б, кривые *1* и *2*). Как видно, при изменении частоты  $\Omega$  имеют место две области различной ширины, в которых есть захват частоты генерации МЦР внешним сигналом. Стрелкой на зависимостях показаны области, соответствующие второй области синхронизации. С ростом амплитуды внешнего воздействия ширина второго клюва синхронизации увеличивается, и он сливается с основным клювом.

Отметим, что аналогичная картина наблюдалась [15] при анализе синхронизации двух связанных генераторов на виртуальном катоде, работающих с сильнонелинейным режимом. Было показано [15], что при изменении тока пучка каждого из

генераторов (что соответствует перестройке частоты автономной генерации каждого из модулей) наблюдалась область синхронизации сложной формы, имеющая также две подобласти, соответствующие различным частотам автономных колебаний генераторов.

#### 4. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

Рассмотрим физические процессы в винтовом электронном пучке, взаимодействующем со встречной волной, для чего проанализируем пространственно-временную динамику распространяющихся вдоль пространства взаимодействия волн.

В каждой точке пространства взаимодействия можно ввести частоту  $\omega(\xi)$ , определяемую в соответствии с формулой (6), в которую вместо фазы поля на выходе системы  $\xi = 0$  необходимо подставить величину  $\Phi_F$  в произвольной точке пространства взаимодействия  $\xi$ .

На рис. 4 представлены результаты расчета частоты автоколебаний в системе в зависимости от координаты  $\xi$  для различных режимов генерации. Кривая *A* – результаты расчета зависимости  $\omega(\xi)$  для режима автономных колебаний в генераторе. Из рисунка видно, что все пространство взаимодействия может быть условно разделено на две области. В первой, примыкающей к коллекторному концу системы  $\xi \sim A$ , имеют место колебания, частота которых постоянно меняется с уменьшением координаты  $\xi$ . При  $\xi_c \approx 1.0$  наблюдаются стабилизация частоты автоколебаний в системе. Следовательно, область пространства взаимодействия  $\xi \in (0, \xi_c)$  можно рассматривать как вторую область, в которой колебания происходят на одной частоте, равной частоте генерации системы  $\omega_0$ . В этом случае условно можно говорить о некотором переходном процессе вдоль длины пространства взаимодействия системы по направлению к выходному концу лампы  $\xi = A$ , который завершается установлением колебаний с частотой  $\omega(\xi) = \omega_0$ .

Рассмотрим теперь, как изменяется соответствующая картина при воздействии на систему в точке с координатой  $\xi = A$  управляющего сигнала. В режиме, отличном от режима квазисинхронизации, пространственно-временная динамика усложняется (см. рис. 4, кривые *1–3*). В пространстве взаимодействия можно выделить три характерные области. В первой, примыкающей к области введения управляющего сигнала  $\xi = A$ , возникает режим, в котором колебания происходят на частоте внешнего воздействия. Длину этой области можно рассматривать как некоторую длину синхронизации  $A_s$ . Длина синхронизации при большой фазовой нелинейности системы ( $\sim \mu(1 - |\beta|^2)\beta$ ) сильно зависит от параметров внешнего сигнала, и в первую очередь от частоты  $\Omega$ . Для примера

можно сравнить кривые 2 и 3, построенные при одинаковой частоте  $\Omega$  и различных амплитудах  $F_{03} > F_{02}$ . Видно, что длины синхронизации в обоих случаях примерно одинаковы. Однако для зависимости  $I$  на рис. 4, построенной при другой расстройке  $\Omega - \omega_{0A}$ , длина синхронизации значительно меньше.

Далее при продвижении к выходному концу системы режим синхронизации разрушается, частота автоколебаний начинает сильно зависеть от координаты пространства взаимодействия. Это режим, аналогичный режиму колебаний автономной системы вблизи коллекторного конца. При дальнейшем продвижении вдоль пространства взаимодействия в некоторой точке пространства  $\xi = \xi_c$ , как и в автономном случае, устанавливается режим стабилизации частоты автоколебаний на уровне  $\omega_0$ . Однако теперь частота генерации  $\omega_0$  и координата  $\xi_c$  сильно зависят от параметров внешнего управляющего сигнала.

В режиме квазисинхронизации во всем пространстве взаимодействия устанавливаются автоколебания с одной частотой, равной частоте внешнего сигнала  $\Omega$  (см. рис. 4, кривая S).

Рассмотрим, с чем связано такое поведение характерной частоты автоколебаний вдоль длины системы. На рис. 5 представлены проекции поверхностей пространственно-временных распределений амплитуды  $|F(\xi, \tau)|$  и фазы  $\bar{\varphi}_F(\xi, \tau)$  поля в системе для режима автономной хаотической генерации (рис. 5а), режима отсутствия синхронизации (рис. 5б) и режима квазисинхронизации (рис. 5в).

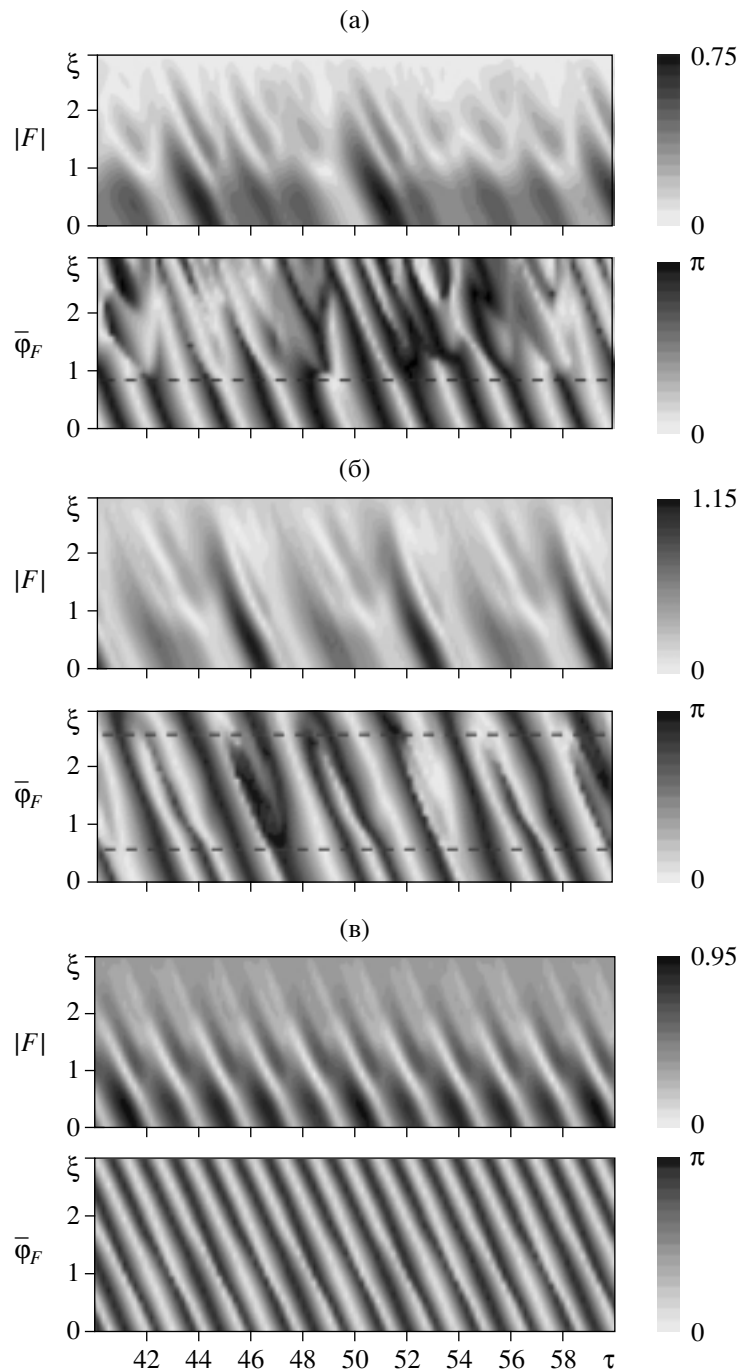
Из рис. 5а, построенного для автономных колебаний генератора, четко видно, что на длине пространства взаимодействия  $\xi \in (\xi_c, A)$  имеет место сложная динамика амплитуды  $|F|$ , характеризующаяся возникновением многогорбых распределений  $|F(\xi)|$ . Как следует из работ [11, 16, 17], посвященных анализу режимов автомодуляции в приборах с длительным взаимодействием, такая ситуация может быть связана с многократной фазовой перегруппировкой электронов-осцилляторов винтового пучка в сильном электрическом поле, т.е. с амплитудной нелинейностью системы. Фазовая перегруппировка пучка приводит к резким скачкам фазы тока  $I(\xi)$  и поля  $F(\xi)$ . Это, в свою очередь, обуславливает сложную, сильно нерегулярную динамику фазы на начальном участке  $\xi > \xi_c$  (см. рис. 5а) распространения волны поля. Характерная частота колебаний поля (см. рис. 4, кривая А), определенная в соответствии с соотношением (6), в этом случае сильно зависит от координаты  $\xi$ . На участке вблизи выходного конца системы  $\xi < \xi_c$ , где амплитуда поля достигает большого значения, а сгруппированный ток пучка мал, перегруппировка электронов-осцилляторов отсутствует и характерная частота высо-

кочастотных колебаний стабилизируется. Координата  $\xi_c$  определяется длиной пространства взаимодействия, на которой первая гармоника сгруппированного тока достигает максимального значения (формируется первая вдоль пространства взаимодействия электронная структура (фазовый сгусток электронов-осцилляторов)).

Рассмотрим теперь влияние на пространственно-временную динамику системы внешнего сигнала (см. рис. 5б, соответствующий режиму, отличному от режима квазисинхронизации). Из рисунка видно, что в неавтономном режиме внешний сигнал приводит к появлению области  $\xi \in (A - A_s, A)$ , в которой имеют место высокочастотные колебания на частоте внешнего воздействия  $\Omega$  (рис. 5б). Далее в большой области пространства взаимодействия  $\xi \in (\xi_c, A - A_s)$  наблюдается разрушение режима синхронизации, сопровождаемое резкими скачками и нерегулярной динамикой фазы поля, и, как следствие, изменением внутренней структуры электронного пучка (фазовой перегруппировкой электронов-осцилляторов винтового пучка). Разрушение режима синхронизации на длине синхронизации  $A_s$  определяется нарушением фазовых соотношений  $\Delta\varphi$  между волной тока и поля, где набег фазы поля  $\Delta\varphi = |\Omega - \omega_0|A_s/v_g$  определяется воздействием управляющего сигнала с частотой  $\Omega$ . В результате в системе возникает сложная структура пространственно-временных распределений поля  $F$  и тока  $I$ , связанная, как и выше, с неоднократной фазовой перегруппировкой электронного пучка под действием поля большой амплитуды. Далее в области  $\xi < \xi_c$  характерная частота высокочастотных колебаний стабилизируется. Координата  $\xi_c$  теперь другая, нежели в случае автономных колебаний, так как на процесс фазовой группировки электронного пучка, а, следовательно, и на достижение первой гармоникой сгруппированного тока максимального значения, влияют величины частоты и амплитуды внешнего сигнала.

Режим квазисинхронизации (см. рис. 5в) характеризуется регулярной динамикой фазы поля  $\bar{\varphi}_F$  во всем пространстве взаимодействия на частоте внешнего воздействия  $\Omega$ . Граница области квазисинхронизации определяется условием, что длина синхронизации  $A_s$  становится равной длине пространства взаимодействия  $A$ . Исследуемая система при параметрах  $\mu = 8.0$ ,  $A = 3.0$  находится в сильно-нелинейном режиме, поэтому частота, соответствующая границе области квазисинхронизации  $\Omega_s$ , является сложной неоднозначной (см. раздел 3 и обсуждение формирования двух областей квазисинхронизации) функцией частоты  $\Omega$  и амплитуды  $F_0$  внешнего сигнала.

Отметим, что возникновение автомодуляции выходного сигнала связано с возникновением до-



**Рис. 5.** Проекция на плоскость  $(\xi, \tau)$  поверхностей пространственно-временных распределений амплитуды  $|F|$  и фазы  $\Phi_F$  поля для трех режимов колебаний: а – автономная генерация в системе; б – режим, отличный от режима квазисинхронизации при  $\Omega = -2.5$ ,  $F_0 = 0.22$  (ср. с кривой *l* на рис. 4); в – квазисинхронизация,  $\Omega = -5.3$ ,  $F_0 = 0.42$  (ср. с кривой *S* на рис. 4).

полнительной распределенной обратной связью в системе [12, 18]. Сгруппированный в сильном поле винтовой электронный пучок приходит к коллекторному концу системы  $\xi = A$  со скоростью  $v_{\parallel}$  уже перегруппировавшись, возбуждаемое им поле смещается со скоростью  $v_g$  к входному концу

$\xi = 0$  системы, сгруппированный в слабом поле пучок возбуждает теперь сильное поле, в котором винтовой электронный пучок и перегруппировывается. В результате вся картина повторяется с периодом  $T \sim 2A(1/v_{\parallel} + 1/v_g)$ , а время  $T/2$  можно рассматривать как характерное время запаздыва-



ния в возникающей цепи дополнительной обратной связи. В результате выходной сигнал оказывается промодулированным с характерным временным масштабом  $\sim T$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован влияние внешнего гармонического сигнала на хаотические автоколебания в простой модели МЦР со встречной волной. Показано, что в определенном диапазоне управляющих параметров имеет место режим фазовой синхронизации (или квазисинхронизации) автоколебаний в распределенной активной среде внешним сигналом. В режиме квазисинхронизации наблюдается генерация с базовой частотой, определяемой управляющим сигналом, и с медленным изменением амплитуды выходного сигнала (при этом автомодуляции выходного сигнала может быть как периодической, так и хаотической). При значительных отстройках частоты внешнего воздействия от частоты автономной генерации и больших амплитудах внешнего воздействия имеет место сложная последовательность переходов порядок-хаос и хаос-порядок в зависимости от частоты и амплитуды управляющего сигнала.

С точки зрения физических процессов в электронном пучке, воздействие внешнего управляющего сигнала сводится к влиянию на внутреннюю распределенную обратную связь, имеющую место в генераторе на винтовом пучке. Режим квазисинхронизации соответствуют возникновению в пространстве взаимодействия режимов пространственно-временных колебаний на частоте внешнего воздействия во всем пространстве взаимодействия. Выход из области квазисинхронизации при большом параметре неизохронности  $\mu = 8.0$  сопровождается формированием трех характерных областей с различной частотой временных колебаний в них. Механизм возникновения автомодуляции выходного сигнала определяется формированием дополнительной распределенной обратной связи и носит амплитудный характер.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 00-15-96673 и № 01-02-17392).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rulkov N.F., Sushchik M.M., Tsimring L.S., Abarbanel H.D.I.* // Phys. Rev. E. 1995. V. 51. № 2. P. 980.
2. *Pecora L.M., Carroll T.L., Jonson G.A., Mar D.J.* // Chaos. 1997. V. 7. № 4. P. 520.
3. *Афре́ймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д.* Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под ред. Гапонова-Грехова А.В., Рабиновича М.И. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.
4. *Рабинович М.И., Трубецков Д.И.* Введение в теорию колебаний и волн. М., Ижевск: РХД, 2000.
5. *Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., Kurths J.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. № 11. P. 1804.
6. *Panter P.* Modulation, Noise and Spectral Analysis. New York: McGraw-Hill, 1965.
7. *Parlitz U., Junge L., Lauterborn W.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. № 8. P. 2115.
8. *Zhiganag Zheng, Gang Hu* // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. № 6. P. 7882.
9. *Chu K.R., Chen H.Y., Hung C.L. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. No 21. P. 4760.
10. *Юлатов В.К.* // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. 1965. № 12. С. 15.
11. *Кузнецов С.П., Трубецков Д.И.* // Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1975. С. 135.
12. *Дмитриев А.Ю., Коневец А.Е., Пищик Л.А. и др.* // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Материалы 7-й зим. школы-семинара инженеров. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1986. С. 61.
13. *Дмитриев А.Ю., Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* // Изв. вузов. Сер. радиофизика. 1991. Т. 34. № 9. С. 595.
14. *Трубецков Д.И., Четвериков А.П.* // Изв. вузов. Сер. прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2. № 5. С. 3.
15. *Храмов А.Е.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 2. С. 211.
16. *Гинзбург Н.С., Кузнецов С.П., Федосеева Т.Н.* // Изв. вузов. Сер. радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1037.
17. *Дмитриева Т.В., Рыскин Н.М., Титов В.Н., Шигаев А.М.* // Изв. вузов. Сер. прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 6. С. 66.
18. *Кузнецов С.П.* // Изв. вузов. Сер. радиофизика. 1982. Т. 25. С. 1410.