

**VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА**  
**“ХАОТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ И ОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУР”**  
**ХАОС-2007**

# МАТЕРИАЛЫ ШКОЛЫ

**Организаторы:**

Саратовский государственный университет  
им. Н.Г. Чернышевского, факультет нелинейных процессов,  
Саратовский филиал Института радиотехники  
и электроники РАН,  
Научно-образовательный центр нелинейной динамики  
и биофизики Саратовского госуниверситета.

**При поддержке:**

Российского фонда фундаментальных исследований

9 – 14 октября 2007

С А Р А Т О В

УДК 517.9, 530.1

Материалы VIII международной школы “Хаотические автоколебания и образование структур”,  
9–14 октября 2007 г. Саратов.

**Редакционная коллегия:**

Д.И. Трубецков, А.А. Короновский, Ю.И. Левин,  
А.Е. Храмов, Ю.П. Шараевский

Подготовка оригинал-макета:

А.Е. Филатова, О.И. Москаленко, М.К. Куровская

**ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ**

- Трубецков Д.И. , чл.-корр РАН, профессор, Саратовский госуниверситет, Саратов (председатель);
- Анищенко В.С. , д.ф.-м.н., профессор, Саратовский госуниверситет, Саратов, Россия;
- Блиох Ю.П., д.ф.-м.н., “Технион”, Хайфа, Израиль;
- Боккалетти С., профессор, Институт сложных систем, Флоренция, Италия;
- Гуляев Ю.В., академик РАН, директор ИРЭ РАН, Москва, Россия;
- Гурбатов С.Н., д.ф.-м.н., профессор, Нижегородский госуниверситет, Нижний Новгород, Россия;
- Эбелинг В., профессор, Гумбольтский университет, Берлин, Германия;
- Дмитриев А.С., д.ф.-м.н., проф., Институт радиотехники и электроники РАН, Москва, Россия;
- Кузнецов С.П., д.ф.-м.н., профессор, СФ ИРЭ РАН, Саратов, Россия;
- Ланда П.С., д.ф.-м.н., профессор, Московский госуниверситет, Москва, Россия;
- Некоркин В.И., д.ф.-м.н., профессор, ИПФ РАН, Нижний Новгород, Россия;
- Литвак А.Г., академик, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия;
- Очкин В.Н., д.ф.-м.н., профессор, ФИАН, Москва, Россия;
- Руденко О.В., чл.-корр. РАН, профессор, Московский госуниверситет, Москва, Россия;
- Сергеев А.М., чл.-корр. РАН, профессор, Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия;
- Сухоруков А.П., д.ф.-м.н., профессор, Московский госуниверситет, Москва, Россия;
- Пак Г.-С., профессор, Сеульский национальный университет, Корея;
- Шалфеев В.Д., д.ф.-м.н., профессор, Нижегородский госуниверситет, Нижний Новгород, Россия;
- Филимонов Ю.А., директор СФ ИРЭ РАН, к.ф.-м.н., доцент, Саратов, Россия;
- Григорьев Ю.А., учёный секретарь СФ ИРЭ РАН, д.ф.-м.н., профессор, Саратов, Россия.

**ПРОГРАММА VIII МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЫ  
“ХАОТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ И ОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУР”  
ХАОС-2007**

(Саратов, “Волжские Дали”, 9 – 14 октября 2007 года)

**9 октября 2007 г., вторник**

---

9.00 – 13.00	Регистрация в СГУ, 8-ой корпус, к.61	
13.00	Отъезд в пансионат “Волжские дали”	
14.00-15.00	Открытие школы	
<b>Лекции</b>		
16.00-16.40	<b>Ланда П.С.</b> (МГУ, Москва) Изменение эффективных параметров нелинейных систем под действием шума и вибраций.	17
16.50-17.30	<b>Некоркин В.И.</b> (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Нелинейная динамика колебательных нейронных сетей: фазовые кластеры, синхронизация и хаос.	17
17.45-18.25	<b>Шалфеев В.Д.,</b> Мотова М.И. (ННГУ, Нижний Новгород) О становлении курса “Теория колебаний в 1934-1937 гг. в Горьковском университете”	18
19.00	Ужин	

**10 октября 2007 г., среда**

---

8.00	Завтрак	
<b>Лекции</b>		
9.00-9.40	<b>Трубецков Д.И.</b> (СарГУ, Саратов) Леонардо Да Винчи – как нелинейное явление (лекция 1).	
9.50-10.30	<b>Сухоруков А.П.</b> (МГУ, Москва) Дискретная дифракция в периодических структурах: аналогия с колебаниями связанных масс.	
10.30-11.00	Перерыв	
11.00-11.40	<b>Кузнецов С.П.</b> (СО ИРЭ РАН, Саратов) Физика систем с гиперболическими аттракторами.	18
11.50-12.30	<b>Шалфеев В.Д.,</b> Мишагин К.Г. (ННГУ, Нижний Новгород) Фазирование в антенных решетках на основе эффектов коллективной динамики.	19
13.00	Обед	
<b>Стендовые доклады 14.00 – 15.30</b>		
1	<b>Маляев В.С.,</b> Вадивасова Т.Е. (СарГУ, Саратов) Исследование эффектов стохастического резонанса, стохастической синхронизации и индуцированного шумом хаоса в осцилляторе с конечными потерями.	19
2	<b>Grigorieva E.V.,</b> Kaschenko S.A. (Belarus State Economic University) Instabilities of spiking in class B laser with time-dependent delayed feedback.	20
3	<b>Атанов Н.В.</b> (МФТИ, Москва) Генератор хаоса с переменным спектром.	20
4	<b>Глазков Д.В.</b> (ЯрГУ, Ярославль) Качественный анализ сингулярно возмущенных моделей динамики полупроводникового лазера.	21

- 5        **Зубарев А.П.** (СГАУ, Самара) Математическое моделирование ценовой динамики адаптивно-рационального равновесного финансового рынка в непрерывном времени. 21
- 6        **Караваяев А.С.**, Прохоров М.Д., Пономаренко В.И., Мухина И.В., Дворников А.В. (СарГУ, Саратов) Реконструкция по экспериментальным временным рядам неавтономной модели с запаздыванием для системы медленной регуляции артериального давления. 22
- 7        **Диканев Т.В.**, Смирнов Д.А., Безручко Б.П., Безверхний В.А., Карпенко А.А., Мохов И.И. (СарГУ, Саратов) Оценка взаимных изменений концентрации парниковых газов в атмосфере и температурного режима по палеореконструкциям для антарктической станции Восток. 23
- 8        **Дмитриев А.С.**, **Клецов А.В.**, Кузьмин Л.В. (ИРЭ РАН, Москва) Разработка и создание высокочастотного генератора хаотических колебаний с петлей фазовой автоподстройки частоты. 23
- 9        **Князева И.С.**, Мухамеджанова С.А. (ГАО РАН) Марковский прогноз DST индекса. 24
- 10       **Круглун О.А.**, Макаренко Н.Г. (Институт математики МОН РК, Алматы, Казахстан) Мультифрактальный анализ магнитограмм полного диска Солнца. 24
- 11       **Мухамеджанова С.А.**, Макаренко Н.Г. (Институт Математики МОН РК, Алматы, Казахстан) Марковский прогноз процессов с долговременной памятью. 25
- 12       **Никишов А.Ю.**, Панас А.И. (ИРЭ РАН, Москва) Сверхширокополосный кольцевой СВЧ генератор хаоса на сосредоточенных элементах. 25
- 13       **Венцлавович Т.Э.**, Казакевич В.С. (СФ ФИАН, Самара) R-S анализ временных рядов излучения импульсного электроионизационного СО-лазера. 26
- 14       **Неймарк Ю.И.**, Котельников И.В., Теклина Л.Г. (ННГУ, Нижний Новгород) Новый подход к численному исследованию конкретных многомерных динамических систем. 27
- 15       Анищенко В.С., **Ануфриева М.В.**, Вадивасова Т.Е. (СарГУ, Саратов) Моделирование активной среды с хаотической динамикой элементарной ячейки. 28
- 16       Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., **Астахов С.В.** (СарГУ, Саратов) Исследование пространственного перехода к хаосу в активной среде с однонаправленной связью. 28
- 17       **Белоглазкина М.В.** (СарГУ, Саратов) Численное исследование нестационарных процессов в цепочке связанных гирогенераторов со встречной волной. 29
- 18       **Битюцкая Л.А.**, Бормонтов Е.Н., Шебанов А.Н., Богатиков Е.В. (ВГУ, Воронеж) Локальная синхронизация тепловых колебаний атомов как механизм эффекта предплавления. 29
- 19       **Галимов Р.Н.**, Молевич Н.Е. (СГАУ, Самара) Бифуркации ударных волн в колебательно-возбужденном газе. 30

20	<b>Ефимов А.В.</b> , Шабунин А.В. (СарГУ, Саратов) Диффузия и внешнее перемешивание в решёточной модели Лотка-Вольтерра.	31
21	<b>Жири́н Р.</b> , Сосновцева О., Постнов Д. (СарГУ, Саратов) Кальциевая динамика в клетках гладкой мускулатуры.	31
22	<b>Жуков К.Г.</b> , Чечин Г.М. (ЮФУ, Ростов-на-Дону) Анализ устойчивости точных многочастотных колебательных режимов в цепочках связанных осцилляторов.	32
23	<b>Иванова А.С.</b> , Кузнецов С.П. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Системы глобально связанных отображений в присутствии пейсмекера под действием шума.	33
24	Казакевич В.С., Молевич Н.Е., <b>Кренц А.А.</b> , Крестин С.В., Венцлавович Т.Э. (СГАУ, Саратов) О возможной причине высокочастотной модуляции импульса излучения СО лазера.	34
25	Постнов Д.Э., <b>Павлова О.Н.</b> (СарГУ, Саратов) Механизмы формирования хаотического колебательно-го режима в модели авторегуляции почечного кровотока в ансамблях нефронов.	34
26	<b>Печерный В.А.</b> (НГУУ “КПИ”, Киев, Украина) Хаотические колебания в пьезокерамических системах с ограниченным возбуждением.	35
27	Макарян В.Г. , Молевич Н.Е., <b>Порфирьев Д.П.</b> (СГАУ, Самара) Стационарные и нестационарные решения нелинейного уравнения акустики колебательно-возбуждённого газа.	36
28	<b>Прохоров М.Д.</b> , Пономаренко В.И. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Реконструкция ансамбля связанных систем с запаздыванием по временным рядам	36
29	<b>Козленко С.С.</b> , Безверхний В.А., Карпенко А.А., Кинлисайд Н.С., Смирнов Д.А., Мохов И.И. (МФТИ, Москва) Нелинейный анализ взаимосвязи процессов в тропических широтах Атлантического и Тихого океанов.	37
30	<b>Попов И.И.</b> , Козлов В.А., Нигматуллина В.Т. (МарГУ, Йошкар-Ола) Переход от состояния недетерминированного хаоса к детерминированному как механизм формирования диэлектрического эха в слабых солевых растворах.	38
31	<b>Вагин Д.В.</b> , Поляков О.П. (МГУ, Москва) Хаотическая динамика однородно намагниченной малой частицы с учётом её формы.	39
32	<b>Джелаухова Г.С.</b> , Чечин Г.М. (ЮФУ, Ростов-на-Дону) Метод парной синхронизации и простая физическая интерпретация существования дискретных бризеров.	39

#### Устные доклады (время доклада – 15 минут)

Секция 1. Влияние шумов на процессы в нелинейных системах.

1	<b>Жалнин А.Ю.</b> , Кузнецов С.П. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) О воздействии шума на систему с гиперболическим хаосом: численное наблюдение “затенения” траекторий.	40
---	---	----

- 2            **Курушина С.Е.**, Максимов В.В. (СГАУ, Самара) Иерархия шумовых фазовых переходов в модели конкуренции в распределенных средах с флуктуирующей компонентой скорости прироста ресурса. 41
- 3            Короновский А.А., **Москаленко О.И.**, Храмов А.Е. (СарГУ, Саратов) О конструктивной роли шума при передаче информации. 41
- 4            **Половинкин А.В.**, Крюков А.К. (ННГУ, Нижний Новгород) Estimation the coupling properties and optimal switching signal in the system of stochastic excitable elements. 42
- Секция 2. Нелинейная динамика информационных технологий, окружающей среды и общества.
- 1            **Sysoev I.V.**, Smirnov D.A., Bezruchko V.P., Barnikol U., Tass P.A. (СГУ, Саратов) Construction of empirical model of a limb motion during Parkinsonian tremor. 43
- 2            **Вдовин Л.В.**, Некоркин В.И. (ИПФ РАН) Спайкберстовые колебания в модели нейрона с дискретным временем. 43
- 3            **Катруха Е.А.**, Гурия Г.Т. (МФТИ, Москва) Кинетические механизмы дестабилизации роста и деполимеризации микротрубочек. 44
- 4            Асланов А.М., **Герега А.Н.**, Лозовский Т.Л. (OSAR, Одесса, Украина) Хаос в модели центробежного воздушного фильтра. 45
- 5            **Kuzmin L.V.**, Morozov V.A., Starkov S.O. (IRE RAS, Moscow) Ultrawideband chaotic communications and statistical properties of multipath channels. 45
- 6            **Астафьева Н.М.** (ИКИ РАН, Москва ) Некоторые свойства климатического аттрактора по данным палеореконокструкций, инструментальным и спутникового мониторинга. 46
- 7            Григорьев Е.В., Дмитриев А.С., **Ефремова Е.В.**, Кузьмин Л.В. (ИРЭ РАН, Москва) Генерация хаоса в автоколебательной системе с полевым транзистором в качестве активного элемента. 46
- Секция 3. Распределенные системы и ансамбли связанных элементов со сложной динамикой.
- 1            **Grushevskaya N.V.** (BSU, Minsk, Belarus) Biological motivated neural oscillator networks. 47
- 2            **Kazantsev V.B.**, Pimashkin A.S., Simonov A.Yu. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Pattern recognition in a layered architecture of synaptically coupled spiking neurons. 48
- 3            **Глызин С.Д.** (ЯрГУ, Ярославль) Dynamic Properties of a Circle of Three Unidirectionally Connected Oscillators. 48
- 4            **Дмитричев А.С.**, Некоркин В.И. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Локализованные структуры нейронной активности в двумерной модели ФитцХью-Нагумо. 49
- 5            **Завершинский И.П.**, Кнестяпин В.Н., Коган Е.Я. (СГАУ, Самара) Ламинарно-турбулентный переход в неравновесном пограничном слое. 49

6	<b>Кныш Н.С.</b> , Сухарева Н.А. (МГУ, Москва) Конкурентное мультиплексирование ТСП потоков данных.	50
7	<b>Кузнецова Г.Д.</b> , Гнездицкий В.В., Габова А.В., Обухов Ю.В. (ИВНД и ИФ РАН, Москва) Анализ динамики синхронизированной электрической активности мозга у пациентов с абсансной эпилепсией.	51
8	<b>Матросов В.В.</b> (ННГУ, Нижний Новгород) Авто-модуляционные колебания фазовых систем.	51
9	Пономаренко В.П., <b>Сорокин Н.Н.</b> (ННГУ, Нижний Новгород) Сложные колебания в автогенераторной системе с частотно-фазовым управлением.	52
10	<b>Хаврошин О.С.</b> , Емельянов В.В., Рыскин Н.М. (СарГУ, Саратов) Применение методики управления хаосом для подавления автомодуляции в радиофизических системах с запаздыванием.	53
19.00	Ужин	

Дискуссия

---

### 11 октября 2007 г., четверг

---

8.00	Завтрак	
<b>Лекции</b>		
9.00-9.40	<b>Трубецков Д.И.</b> (СарГУ, Саратов) Леонардо Да Винчи – как нелинейное явление (лекция 2).	
9.50-10.30	<b>Дмитриев А.С.</b> (ИРЭ РАН, Москва) Хаос. Сети. Коммуникации.	53
10.30-11.00	Перерыв	
11.00-11.40	<b>Нетреба С.Н.</b> (ГУ "НПО"Тайфун Росгидромета, Москва) Механизмы усиления радиоакустического излучения при грозах.	54
11.50-12.30	<b>Averyanova L.S.</b> , Osipov G.V., Chan C.-K. (ННГУ, Нижний Новгород) Suppressing chaos in cardiac models using overdrive pacing.	55
13.00	Обед	

#### Устные доклады (время доклада – 15 минут)

Секция 2. Нелинейная динамика информационных технологий, окружающей среды и общества.

Секция 4. Синхронизация.

1	<b>Панас А.И.</b> (ИРЭ РАН, Фрязино) Генераторы хаоса кольцевой структуры. От ЛБВ до микросхемы.	55
2	<b>Селезнев Е.П.</b> , Смирнов Д.А., Чернокульский А.В., Мохов И.И. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Оценка взаимосвязи процесса Эль-Ниньо - Южного колебание с Индийским муссоном по данным наблюдений.	56
3	<b>Смирнов Д.А.</b> , Мохов И.И. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Влияние вариаций солнечной активности на глобальную приповерхностную температуру Земли.	57
4	Ераньков В.П., <b>Старков С.О.</b> (ИАТЭ, Обнинск) Эволюционная модель с эффектом памяти.	57
5	Иванов А.В., <b>Шешнев А.С.</b> , Яшков И.А. (СарГУ, Саратов) О вероятных аналогиях самоподобных эрозийных структур и кривой Коха.	58



6	Belykh V.N., <b>Pankratova E.V.</b> (VSAWT, Nizhny Novgorod) Global stability of synchronous firing of chaotic elements in ensembles with a time-varying coupling.	59
7	<b>Безручко Б.П.</b> , Смирнов Д.А., Караваев А.С., Барниколь У., Тасс П. (СарГУ, Саратов) Характеристики взаимодействия мозга и конечности при спонтанном паркинсоновском треморе.	59
8	<b>Дмитриев Б.С.</b> (СарГУ, Саратов) Синхронизация колебаний и управление хаосом клистронных автогенераторов.	60
9	<b>Захаров Д.Г.</b> , Некоркин В.И. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Synchronization of non-identical inferior olive cells.	61
10	<b>Korneev A.S.</b> , Belykh V.N., Osipov G.V., Kurths J. (ННГУ, Нижний Новгород) Controlled synchronization – desynchronization phenomena in ensembles of coupled oscillators.	61
Секция 5. Фундаментальные проблемы нелинейной динамики.		
12	<b>Balyakin A.A.</b> , Blokhina E.V. (СарГУ, Саратов) Some peculiarities of calculation of Lyapunov exponents spectrum for distributed systems.	62
13	<b>Krylov G.G.</b> (BSU, Minsk, Belarus) Self-organization scenario in a billiard system of non-elastically colliding particles.	62
14	<b>Куликов А.Н.</b> , Куликов Д.А. (ЯрГУ, Ярославль) Бифуркации автоволн уравнения Гинзбурга - Ландау в случае трех пространственных переменных.	63
15	Куликова Н.В., Хмелевская В.С., <b>Бондаренко В.В.</b> (ОГТУ, Обнинск) Анализ пространственно самоорганизованных структур методами компьютерных технологий.	63
16	<b>Бутенина Н.Н.</b> , Бирюков Р.С. (ННГУ, Нижний Новгород) Применение качественной теории двумерных УДС к исследованию трехмерных динамических систем.	64
17	<b>Бутковский О.Я.</b> , Логунов М.Ю. (ВлГУ, Владимир) Руслы и джокеры хаотических систем.	65
18	<b>Гордеева О.В.</b> , Лукьянов В.И. (ННГУ, Нижний Новгород) О некоторых системах с негрубой гомоклинической структурой коразмерности $n + 2$ .	65
19	<b>Горяшко В.А.</b> , Ильенко К.В., Опанасенко А.Н. (ИРЭ НАН, Харьков, Украина) Регулярное и хаотическое движение электронов в убитроне-усилителе: коэффициент предельного усиления.	66
20	<b>Гришин С.В.</b> , Шараевский Ю.П., Храмов А.Е. (СарГУ, Саратов) Генерация широкополосного хаотического сигнала в автоколебательной системе с нелинейной линией передачи на магнитостатических волнах.	67
21	<b>Гришин С.В.</b> , Давоян А.Р., Шараевский Ю.П. (СарГУ, Саратов) Возбуждение спин-волновых пакетов поверхностной магнитостатической волной в ферромагнитной пленке при параметрическом резонансе первого порядка.	67

22	<b>Жанабаев З.Ж.</b> (КазНУ, Алматы, Казахстан) Обобщенная метрическая характеристика динамического хаоса.	68
23	<b>Zubarev N.M., Zubareva O.V.</b> (ИЭФ УрО РАН, Екатеринбург) Exact solutions for shapes of two-dimensional charged drops in a corner.	69
19.00	Ужин	

**12 октября 2007 г., пятница**

8.00	Завтрак	
<b>Лекции</b>		
9.00-9.40	<b>Osipov G.V., Belykh V.N., Suykens J., Vandewalle J.</b> (ННГУ, Нижний Новгород) Cluster synchronization in oscillatory networks.	70
9.50-10.30	<b>Anishchenko V.S.</b> (SarSU, Saratov) Synchronization of Quasiperiodic Oscillations.	70
10.30-11.00	Перерыв	
11.00-11.40	<b>Komarov M.A., Ivanchenko M.V., Osipov G.V., Kurths J.</b> (ННГУ, Нижний Новгород) Connectivity induced multistability in ensembles of neuron-like oscillators.	70
11.50-12.30	<b>Лебедева Л.В.</b> (ФГУ ВПО ВГАВТ, Нижний Новгород) Изолированные области в фазовом пространстве стандартного отображения тора.	70
13.00	Обед	
<b>Стендовые доклады 14.00 – 15.30</b>		
1	<b>Chechin G.M., Ryabov D.S.</b> (НИИ физики Южного федерального университета) Stability of nonlinear normal modes in the Fermi-Pasta-Ulam chains.	71
2	<b>Сидак Е.В.,</b> Смирнов Д.А., Безручко Б.П., Архипов А.В., Соминский Г.Г. (СарГУ, Саратов) Взаимосвязь флуктуаций токов полевой эмиссии с различных участков поверхности пленочного наноуглеродного катода.	72
3	<b>Титов В.Н.,</b> Ставров И.В., Яковлев А.В., Рыскин Н.М. (СарГУ, Саратов) Изучение нелинейной динамики взаимодействия электронного потока с полями связанных резонаторов.	73
4	<b>Тупицын А.Н.,</b> Павлов А.Н., Морено А., Макаров В.А. (СарГУ, Саратов) Влияние длительности и частоты стимуляции на стабильность отклика ансамблей нейронов на этапе первичной обработки сенсорной информации.	73
5	<b>Харитонов И.В.,</b> Костиков В.Г. (МГГУ, Москва) Применение генераторов динамического хаоса для уменьшения низкочастотных помех источников электропитания.	74
6	<b>Антоновская О.Г.,</b> Горюнов В.И. (ННГУ, Нижний Новгород) К проблеме анализа устойчивости синхронного режима в синтезаторах частот с кусочно-постоянной формой управляющего сигнала.	74

- 
- 
- 7 **Бодров М.Б.**, Захаревич А.М., Беспятов А.Б., Гриднев В.И. (СарГУ, Саратов) Оценка направления связи между колебательными процессами с частотой 0.1 Гц в сердечно-сосудистой системе человека. 75
- 8 **Гуров Ю.В.**, Чечин Г.М. (ЮФУ, Ростов) Симметрично обусловленные типы синхронизации в цепочках связанных хаотических осцилляторов. 76
- 9 **Диканев Т.В.**, Пономаренко В.И., Прохоров М.Д. (СарГУ, Саратов) Оценка параметров систем с задержкой в периодическом режиме по переходному процессу. 77
- 10 **Захарова А.С.** (СарГУ, Саратов) Взаимосвязь порога синхронизации с коэффициентом эффективной диффузии мгновенной фазы хаотических автоколебаний. 77
- 11 **Klinshov V.V.**, Nekorkin V.I. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Phase auto-reset in the model of neural bursting. 78
- 12 Астахов В.В., **Коблянский С.А.**, Шабунин А.В. (СарГУ, Саратов) Управление мультистабильностью при помощи синхронизации. 78
- 13 Астахов В.В., **Коблянский С.А.**, Щербаков М.Г., Шабунин А.В. (СарГУ, Саратов) Синхронизация фазовых волн в цепочке генераторов с предельными циклами. 79
- 14 Кузнецов А.П., **Паксютов В.И.** (СарГУ, Саратов) Критическое поведение систем связанных осцилляторов Рёсслера. 80
- 15 **Рубан Е.И.**, Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Караваев А.С., Гриднев В.И., Киселев А.Р. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Новый метод оценки суммарного процента фазовой синхронизации ритмов сердечно-сосудистой системы. 80
- 16 Рыскин Н.М., **Усачева С.А.** (СарГУ, Саратов) Синхронизация автогенератора с запаздыванием внешним гармоническим сигналом. 81
- 17 **Хорев В.С.**, Смирнов Д.А., Безручко Б.П. (СарГУ, Саратов) Оценка времени запаздывания в однонаправленной связи по короткому временному ряду. 82
- 18 **Исаева О.Б.** (СФ ИРЭ РАН, Саратов) О физической системе, демонстрирующей множество Мандельброта. 83
- 19 **Малюгина М.А.**, Бегинин Е.Н., Шараевский Ю.П. (СарГУ, Саратов) Влияние связи на нелинейные эффекты самовоздействия в двумерном случае в слоистых структурах на ферромагнитных плёнках. 83
- 20 Кузнецов А.П., **Поздняков М.В.**, Савин А.В. (СарГУ, Саратов) Устройство областей мультистабильности и бассейнов притяжения аттракторов в несимметрично связанных логистических отображениях. 84
- 21 Кузнецов С.П., **Пономаренко В.И.** (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Генератор гиперболического хаоса с запаздыванием. 85

- 
- |    |   |    |
|----|---|----|
| 22 | Кузнецов С.П., <b>Сатаев И.Р.</b> (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Тройное соединение: механическая система с гиперболическим хаосом.  | 85 |
| 23 | <b>Седова Ю.В.</b> , Кузнецов А.П., Кузнецов С.П. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Универсальность и скейлинг при переходе к хаосу через удвоения периода в критической точке, выявляемой при анализе необратимых двумерных отображений с особенностью типа складки. | 86 |
| 24 | <b>Аникин В.М.</b> , Ноянова С.А. (СарГУ, Саратов) Формализация свойства обратимости отображения пекаря при хаотическом кодировании.  | 87 |
| 25 | <b>Аникин В.М.</b> , Аникина Ю.В. (СарГУ, Саратов) Хаотическая модель процесса инвестиций в национальной экономике.   | 87 |
| 26 | <b>Аникин В.М.</b> , Аркадакский С.С., Ремизов А.С. (СарГУ, Саратов) Полиномиальные собственные функции и собственные числа оператора Перрона-Фробениуса отображения Реньи.   | 88 |
| 27 | <b>Аникин В.М.</b> , Муштаков А.В. (СарГУ, Саратов) Расчет корреляционных функций, ассоциированных с хаотическими отображениями.  | 89 |
| 28 | <b>Аникин В.М.</b> , Ноянова С.А. (СарГУ, Саратов) Синтез многомерных хаотических отображений.  | 90 |
| 29 | <b>Куровская М.К.</b> (СарГУ, Саратов) Распределение длительностей ламинарных фаз при перемежаемости "игольного ушка".  | 90 |
| 30 | <b>Стародубов А.В.</b> (СарГУ, Саратов) Исследование обобщенной хаотической синхронизации в автогенераторах СВЧ диапазона на основе клистронных усилителей.   | 91 |
| 31 | <b>Филатова А.Е.</b> (СарГУ, Саратов) Исследование полной хаотической синхронизации в сети распределенных элементов электронной природы.  | 92 |
| 32 | <b>Попов П.В.</b> (СарГУ, Саратов) Индуцированная шумом неполная хаотическая синхронизация в распределенных системах, описываемых уравнениями Гинзбурга-Ландау.   | 92 |
| 33 | <b>Филатов Р.А.</b> (СарГУ, Саратов) Генерация хаотических радиоимпульсов в системе с виртуальным катодом.  | 93 |
| 34 | <b>Овчинников А.А.</b> (СарГУ, Саратов) Экспериментальное исследование поведения неавтономных радиотехнических систем, демонстрирующих перемежаемость типа I, под действием шума.   | 94 |
| 35 | Иванов А.В., <b>Ремпен И.С.</b> , Федорова С.В., Яшков И.А. (СарГУ, Саратов) Некоторые результаты анализа опыта изучения нелинейных эффектов в развитии оползневых процессов.   | 94 |
| 36 | <b>Егоров Е.Н.</b> , Калинин Ю.А., Короновский А.А., Кузнецов Н.Н., Филатов Р.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е. (СарГУ, Саратов) Источник широкополосного хаотического сигнала СВЧ диапазона на основе электронного потока с виртуальным катодом.           | 95 |
| 37 | Иванов А.В., Короновский А.А., Федорова С.В., <b>Шурыгина С.А.</b> , Яшков И.А. (СарГУ, Саратов) Нелинейные свойства оползневых объектов (на примере территории Саратова).  | 95 |

- 38 **Куркин С.А.**, Храмов А.Е. (СарГУ, Саратов) Формирование и динамика виртуального катода в слаборелятивистском электронном потоке во внешнем магнитном поле. 96
- 39 **Белоглазкина М.В.** (СарГУ, Саратов) Исследование возникновения автомодуляции в гирогенераторе со встречной волной и запаздывающей обратной связью. 96

#### Устные доклады (время доклада – 15 минут)

##### Секция 4. Синхронизация.

- 1 **Kryukov A.K.**, Kanakov O.I., Osipov G.V., Kurths J. (ННГУ, Нижний Новгород) Multistability of synchronous regimes in oscillatory ensembles. 97
- 2 **Кузнецов А.П.**, Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В. (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Фазовая динамика связанных неидентичных, неизохронных осцилляторов Ван-дер-Поля с произвольной связью. 97
- 3 **Кызгарина М.Т.**, Байболатов Е.Ж. (КазНУ, Алматы, Казахстан) Когерентный резонанс в динамическом хаосе.
- 4 **Павлов А.Н.**, Павлова О.Н., Сосновцева О.В. (СарГУ, Саратов) Взаимодействие ритмических процессов в функционировании структурных элементов почек. 98
- Перерыв
- 5 **Petrov V.S.**, Osipov G.V., Chan C.-K., Kurths J. (ННГУ, Нижний Новгород) Synchronization in ensembles of cardiac pacemakers. 98
- 6 **Сердобинцева Ю.А.**, Рязанова Л.С., Постнов Д.Э. (СарГУ, Саратов) Волны внутриклеточной концентрации кальция в условиях пространственной неоднородности свойств эндоплазматического ретикулула. 99
- 7 Кузнецов А.П., Паксютов В.И., **Роман Ю.П.** (СарГУ, Саратов) Широкополосная синхронизация в неидентичных по управляющему параметру системах связанных осцилляторов Ван дер Поля и Ван дер Поля - Дуффинга. 99
- 8 Кузнецов А.П., **Станкевич Н.В.**, Тюрюкина Л.В. (СарГУ, Саратов) Синхронизация в системе связанных идентичных осцилляторов Ван дер Поля-Дуффинга в присутствии внешнего воздействия. 100
- 9 **Щапин Д.С.** (ИПФ РАН, ННГУ) Управление фазой колебаний в нелинейной электронной схеме модели нейрона. 101
- 10 **Жалнин А.Ю.** (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Синхронизация хаоса на основе потоковой системы с гиперболическим аттрактором типа Смейла-Вильямса. 101

##### Секция 5. Фундаментальные проблемы нелинейной динамики.

- 1 **Касаткин Д.В.**, Некоркин В.И. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Динамика импульсов возбуждения в модели электрически связанных нейронов. 101
- 2 **Кащенко И.С.** (ЯрГУ, Ярославль) Локальная динамика уравнений с большим запаздыванием. 102

3	<b>Кащенко С.А.</b> (ЯрГУ, Ярославль) Особенности локальной динамики систем параболического типа и систем с запаздыванием.	103
4	<b>Аникин В.М.</b> , Аркадакский С.С., Ремизов А.С., Василенко Л.П. (СарГУ, Саратов) О базисе инвариантного подпространства оператора Перрона-Фробениуса для отображения Реньи.	103
5	<b>Кияшко С.В.</b> , Назаровский А.В. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Динамика локализованных структур в средах неоднородными в пространстве параметрами.	104
6	<b>Кочетов А.В.</b> , Миронов В.А., Шер Э.М. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) Особенности самовоздействия пучков электромагнитных волн на границе раздела сред.	104
7	<b>Логунов М.Ю.</b> , Бутковский О.Я. (ВлГУ, Владимир) Перемешивание и ляпуновские показатели хаотических систем.	105
8	<b>Метрикин В.С.</b> (ННГУ, Нижний Новгород) Стохастические автоколебания в системах с сухим трением наследственного типа.	105
19.00	Ужин	

---

**13 октября 2007 г., суббота**

---

8.00	Завтрак	
<b>Лекции</b>		
9.00-9.40	<b>Лоскутов А.Ю.</b> (МГУ, Москва) Природа хаоса.	107
9.50-10.30	<b>Novokshenov V.Yu.</b> (IM RAS, Ufa) Multifrequency autoresonance and Whitham averaging of integrable systems.	107
10.30-11.00	Перерыв	
11.00-11.40	<b>Дмитриев Б.С.</b> (СарГУ, Саратов) Новая жизнь многорезонаторных клистронов.	108
11.50-12.30	<b>Макаренко Н.Г.</b> (ГАО РАН, Санкт-Петербург) Топология и геометрия изображений.	108
13.00	Обед	
<b>Устные доклады (время доклада – 15 минут)</b>		
Секция 5. Фундаментальные проблемы нелинейной динамики.		
1	<b>Поляков О.П.</b> (МГУ, Москва) К вопросу о хиральной асимметрии в живой и неживой природе.	109
2	Корниенко В.Н., <b>Привезенцев А.П.</b> , Ревякин А.А. (ЧелГУ, Челябинск) Бифуркации автоколебательных режимов в потоке с виртуальным катодом.	109
3	Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., <b>Савин А.В.</b> , Савин Д.В. (СарГУ, Саратов) О возможности реализации “гамильтоновского” критического поведения в дискретной модели неавтономной автоколебательной системы.	110
4	Кузнецов А.П., Савин А.В., <b>Савин Д.В.</b> (СарГУ, Саратов) Особенности динамики почти консервативных дискретных систем с постоянной диссипацией.	111

5	<b>Талагаев Ю.В.</b> , Тараканов А.Ф. (БФ СарГУ, Балашово) Controlling Chaos: Optimal Modification of Chaotic Systems Limit Sets.	112
6	Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Пиковский А.С., <b>Тюрюкина Л.В.</b> (СФ ИРЭ РАН, Саратов) Хаотическая динамика в системах связанных неавтономных осцилляторов с резонансным и нерезонансным механизмом передачи возбуждения.	112
7	<b>Vinod Patidar</b> (Banasthali Vidyapith Deemed University, India) A comparative study of co-existing attractors in Gaussian map and q-Gaussian map.	113
8	Жуков К.Г., <b>Чечин Г.М.</b> (ЮФУ, Ростов-на-Дону) Теоретико-групповые методы для упрощения исследования устойчивости нелинейных динамических режимов в системах с дискретной симметрией.	113
9	<b>Шутый А.М.</b> , Семенцов Д.И. (УлГУ, Ульяновск) Хаотическая прецессионная динамика намагниченности в тонкопленочных магнитных структурах.	114
10	Жанабаев З.Ж., Наурызбаева А.Ж., Алимгазина Н.Ш., Бейсебаева А.С. (КазНУ, Алматы, Казахстан) Классификация радиоизлучения солнца методами динамического хаоса.	
11	Жанабаев З.Ж., Бейсебаева А.С., Наурызбаева А.Ж., Алимгазина Н.Ш. (КазНУ, Алматы, Казахстан) Фрактальные свойства шумоподобных сигналов.	115
19.00	Культурная программа	

---

**14 октября 2007 г., воскресенье**

---

8.00	Завтрак	
<b>Лекции</b>		
9.00-9.40	<b>Постнов Д.Э.</b> , Рязанова Л.С., Жирин Р.А. (СарГУ, Саратов) Синхронизация и индуцированные шумом когерентные режимы в малых ансамблях нейронов с ионной связью.	115
9.50-10.30	<b>Храмов А.Е.</b> (СарГУ, Саратов) Сложные нелинейные процессы в распределенных автоколебательных системах сверхвысокочастотной электроники и радиофизики.	116
10.30-11.00	Перерыв	
11.00-11.40	<b>Короновский А.А.</b> (СарГУ, Саратов) Обобщенная хаотическая синхронизация.	116
11.50-12.30	<b>Кащенко С.А.</b> (ЯрГУ, Ярославль) Асимптотика сложных пространственно-временных структур в системах с запаздыванием.	
13.00	Обед	

**Устные доклады (время доклада – 15 минут)**

Секция 5. Фундаментальные проблемы нелинейной динамики.

1	<b>Селезнев Е.П.</b> , Юрина Е.С., Захаревич А.М. (СарГУ, Саратов) Динамика трехмерного тора в дискретной модели нелинейного осциллятора при трехчастотном воздействии.	117
2	<b>Селезнев Е.П.</b> , Захаревич А.М. (СарГУ, Саратов) Переход хаос – гиперхаос в диссипативно связанных нелинейных осцилляторах с иррациональным соотношением частот воздействия.	117
3	<b>Сидак Е.В.</b> , Смирнов Д.А., Безручко Б.П. (СарГУ, Саратов) Статистические свойства оценки коэффициента фазовой синхронизации.	118
14.00	Заккрытие школы	
15.00	Разъезд участников школы Заключительная дискуссия Заккрытие школы-семинара	



## Changes in the effective parameters of averaged motion in nonlinear systems subject to noise

Landa P.S.

*Moscow State University, Moscow*

The problem of changes in the effective parameters of averaged motion in nonlinear systems subject to vibration was discussed in detail in [1]. Here we show that similar changes are possible in nonlinear systems subject to noise. This is illustrated mainly by two examples: Brownian ratchets and stochastic resonance. It should be emphasized that the idea indicated above is a very old one. As an example, we note that the Stokes force in the Langevin equation for a Brownian particle arises as a result of collisions of the Brownian particle with the molecules of the surrounding gas, and these collisions can of course be considered as noise. An interesting paradox related to turbulence, that may be considered as noise, was described by Prandtl [2]. By using the notion of turbulent viscosity Prandtl explained why a barge travelling with the stream of a river passes ahead of the stream to such an extent that it may be steered with a rudder. Another problem, where changes in the effective parameters of averaged motion in systems with noise, play a crucial role is a seeming paradox related to the possibility of realizing Maxwell's demon in a simple electrical circuit consisting of a diode and capacitor [3].

The approach with using noise-induced effective parameters allows us to solve strictly the problem of stochastic resonance both for an overdamped bistable oscillator and for a weakly damped one and give a clear physical interpretation of this phenomenon. We have shown that prevailing conceptions [4] that the stochastic resonance phenomenon takes place when the doubled mean first passage time through the potential barrier caused by noise is equal to the signal period is incorrect. The seeming resonance appears owing to non-monotonic change of the effective stiffness and additional damping factor with increasing noise intensity.

Finally, we have shown that the transport of Brownian particles is caused by the appearance of a noise-induced force acting on the particle, and calculated this force.

1. Blekhman I.I. *Vibrational Mechanics*. World Scientific, Singapore, 2000.
2. Prandtl L. *Führer durch die Strömungslehre*. 3rd edn. Vieweg, Braunschweig, 1949.
3. Stratonovich R.L. *Vestnik MGU*, No 4 (1960) 99.
4. Gammaitoni L. et al. *Rev. Mod. Phys.* **70** (1998) 223

## Нелинейная динамика колебательных нейронных сетей: фазовые кластеры, синхронизация и хаос

Некоркин В.И.

*ИПФ РАН, Нижний Новгород*

В лекции приводятся результаты исследования пространственно-временной динамики систем, описывающих кооперативные эффекты в нейронных ансамблях. Основное внимание будет уделено обсуждению эффектов коллективной синхронизации колебаний и образования фазовых кластеров. Будут изложены основные свойства нейронов и нейронных ансамблей, их характеристики и методы моделирования динамики. Значительное место в лекции займет изложение результатов моделирования оливо-мозжечковой системы, ответственной за формирование моторных паттернов в системе моторного контроля. Будет рассмотрена модель многопараметрического управления, базирующаяся на принципах работы оливо-мозжечковой системы. Ключевую роль в этой модели играют фазовые кластеры. Формирование таких кластеров базируется на новом эффекте авто-переустановки фазы, позволяющем осуществлять синхронизацию ансамблей автоколебательных систем, находящихся в режиме как регулярных, так и хаотических колебаний. При воздействии одиночным импульсом фаза колебаний переустанавливается к значению, определяемому амплитудой и длительностью импульса и не зависящему от исходной фазы. За счет фазовой переустановки одиночным импульсом можно синхронизовать ансамбль автоколебательных элементов без непосредственного взаимодействия между ними и тем самым формировать произвольные моторные паттерны. В лекции предполагается обсудить роль фазовых кластеров при динамическом описании эффектов краткосрочной памяти, а также дискретные модели нейронной активности.

## О становлении курса "Теория колебаний" в 1934-1937 гг. в Горьковском университете

Мотова М.И., Шалфеев В.Д.

*ННГУ, Нижний Новгород*

В 2007 г. исполняется 70 лет выхода в свет книги А.А. Андропова, С.Э. Хайкина "Теория колебаний". Имя еще одного соавтора книги А.А. Витта, погибшего в 1937 г., было восстановлено в числе авторов лишь во втором издании книги в 1959 г. Эта книга имеет интересную историю, она переиздавалась много раз у нас в стране и за рубежом, главной особенностью этой книги является ее долгожитие. По этой книге учились многие поколения физиков во всем мире. Эта книга вполне современна и в наши дни, поскольку в ней изложено то, что сейчас называют "классикой" современной теории колебаний. Книга готовилась к печати в первой половине 30-х годов прошлого века. В этот период А.А. Андронов читает курс теории колебаний на физмате Горьковского (Нижегородского) университета. На кафедре теории колебаний радиофизического факультета ННГУ хранятся записи лекций А.А. Андропова и практических занятий по этому курсу, сделанные в 1934/1935, 1935/1936, 1936/1937 учебных годах Н.И. Ашбелем, студентом и впоследствии преподавателем кафедры А.А. Андропова. Нами сделана попытка проанализировать эволюцию андроновского курса лекций за период 1934-1937 гг. и сопоставить его содержание с содержанием книги. Эти годы весьма интересны для анализа по двум причинам. А.А. Андронов в эти годы уже переехал из Москвы в Горький, тем не менее в андроновском курсе теории колебаний заметно влияние идей Л.И. Мандельштама (в курсе лекций по теории колебаний, прочитанным Л.И. Мандельштамом в 1930-1932 гг., непосредственное участие принимал А.А. Андронов), особенно в части курса, посвященной распределенным системам. С другой стороны в андроновском курсе широко представлены собственно вопросы нелинейной теории колебаний систем второго порядка, включая вопросы качественной теории дифференциальных уравнений, которых почти не было в курсе Л.И. Мандельштама и которые составили основное содержание книги "Теория колебаний". Кроме этого в андроновском курсе представлены достаточно широко вопросы, относящиеся к приложениям теории колебаний в радиотехнике, электротехнике, электродинамике и электронике и даже элементы теории авторегулирования. В тот период времени еще не сформировалась новая специальность - радиофизика (это произойдет позднее, в 1945 г.), однако в андроновском курсе теории колебаний 1934-1937 гг. отчетливо просматриваются разделы, связанные с колебательными задачами в электродинамике, электронике, радиотехнике, которые впоследствии вошли в отдельные курсы, составившие, наряду с теорией колебаний, основу новой специальности - радиофизики.

## Генераторы гиперболического хаоса

Кузнецов С.П.

*СО ИРЭ РАН, Саратов*

В математической теории, базирующейся на аксиоматическом подходе, вводится в рассмотрение класс однородно гиперболических хаотических аттракторов. Такие аттракторы составлены исключительно из траекторий седлового типа. Они обладают свойством грубости или структурной устойчивости, что выражается в нечувствительности структуры аттрактора по отношению к вариациям функций и параметров, фигурирующих в уравнениях. Это странные аттракторы с сильными хаотическими свойствами, допускающие далеко идущий математический анализ. К сожалению, однородно гиперболические аттракторы не характерны для подавляющего большинства известных физически реализуемых нелинейных систем со сложной динамикой. В учебниках и монографиях по нелинейной динамике гиперболические хаотические аттракторы представлены математическими конструкциями, такими, как аттрактор Плыкина и солениод Смейла - Вильямса [1-3].

В лекции излагается подход к построению физических систем с гиперболическими хаотическими аттракторами, основанный на использовании попеременно возбуждающихся парциальных осцилляторов [4]. Общий принцип состоит в манипуляции фазами колебаний при передаче возбуждения между осцилляторами с тем, чтобы трансформация фаз отвечала итерациям отображения с хаотической динамикой. Рассмотрены конкретные примеры, в которых реализуются аттракторы типа Смейла - Вильямса или динамика, характерная для гиперболических отображений на торе. Это системы на основе двух или четырех связанных неавтономных осцилляторов Ван-дер-Поля, автономные системы размерности 4, 5 и 6, система на основе двух связанных двухконтурных параметрических генераторов, накачка в которых включается по очереди.

Представлены результаты численного исследования названных систем, включая портреты аттракторов, показатели Ляпунова, оценки размерности, фурье-спектры. Для некоторых из перечисленных схем проведены компьютерные расчеты по проверке выполнения условий вложения растягивающихся и сжимающихся конусов векторов малых возмущений, доставляющих известные из математической литературы достаточные условия реализации однородно гиперболического аттрактора [5].

Обсуждаемые системы допускают реализацию на различной физической основе, в том числе в радиотехнике и электронике, механике, нелинейной оптике.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 06-02-16619 и 06-02-16773).

1. Синай Я.Г. Стохастичность динамических систем. В кн. Нелинейные волны. Наука, М., 1979, с. 192-212.
2. Shilnikov L. *Int. J. of Bifurcation and Chaos*, **7** (1997) 1353.
3. Каток А.Б., Хасселблат Б. Введение в современную теорию динамических систем. Факториал, М. 1999.
4. Kuznetsov S.P. *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 144101.
5. Кузнецов С.П., Сатаев И.Р. *Известия вузов - Прикладная нелинейная динамика* **14:5** (2006), 3.

## Phasing in antenna arrays based on collective dynamics phenomena

Mishagin K.G., Shalfeev V.D.

*Nizhniy Novgorod State University, Nizhniy Novgorod*

Collective dynamics of coupled nonlinear oscillators operating in synchronous regime can be used for beam steering in active phased arrays antennas [1]. The main idea of so-called nonlinear phasing technology or "beam scanning without phase shifters" is manipulation of natural frequencies and coupling parameters inside the locking range to control phase distributions in the array. The use of nonlinear oscillators coupled via resistors or common field is limited due to intrinsic small locking range and amplitude fluctuations, that is why in this report we focus on couplings between oscillators realized by phase-locked loops (PLLs) [2,3]. Application of PLLs has many benefits from the practical point of view (enhanced locking range, phase noise reduction, robustness and practical feasibility in different frequency bands, etc.) and gives us possibility to implement effective control of parameters. We present different schemes of arrays and different methods, which allow manipulating linear-gradient and random phase distributions in arrays of PLL-coupled oscillators. The problems, related to the time of synchronization and the influence of random detuning of the system parameters on the phasing accuracy, are discussed. It is shown that the characteristic time of establishment of a stationary linear-gradient phase distribution and the accuracy of phasing depend on the number of elements in the array and on the type of coupling substantially. Effects of inertance of PLL couplings such as: existence of pull-in and pull-out ranges of synchronous regime, regular and chaotic auto-modulation regimes and possible applications of them are studied. The principle of control based on the collective dynamics of PLL-coupled oscillators offers a promising solution to the problems of phasing and controlled beam scanning in antenna arrays operating in different frequency bands.

1. A. A. Dvornikov, G. M. Utkin, and A. M. Chukov, *Radiofiz.* **27**, 1384, 1984, *Radiophys. Quantum Electron.* **27**, 967, 1984.
2. Maccarini P.F., Buckwalter J., and York R.A. Coupled Phase-Locked Loop Arrays for Beam Steering // *IEEE MTT-S Digest.* 2003. P. 1689-1692.
3. Mishagin K. G. and Shalfeev V.D. Controlling Gradient Phase Distributions in a Model of Active Antenna Array with Locally Coupled Elements // *Technical Physics Letters.* 2006. V. 32. N. 23. P. 1014-1016.

## Исследование эффектов стохастического резонанса, стохастической синхронизации и индуцированного шумом хаоса в осцилляторе с конечными потерями

Маляев В.С., Вадивасова Т.Е.

*СарГУ, Саратов*

В данной работе рассматриваются эффекты стохастического резонанса, стохастической синхронизации и индуцированного шумом хаоса в нелинейном осцилляторе с конечными потерями. Ряд не так давно обнаруженных явлений, таких как стохастический резонанс, стохастическая синхронизация в бистабильных

и возбудимых осцилляторах[1], показывают конструктивную роль шума, который может привести к увеличению порядка в системе. В тоже время шум может не только привносить в систему некоторую степень неупорядоченности, но и индуцировать переход самой системы к хаотической динамике, проявляющейся в экспоненциальной неустойчивости траекторий[2, 3].

Показано, что стохастический резонанс и стохастическая синхронизация при конечных потерях подчиняются тем же закономерностям, что и в случае передемпфированного осциллятора, но наблюдаются при меньшем уровне шума. Для исследований используем стохастический осциллятор с конечным трением описываемый СДУ второго порядка:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} + s(t) + \xi(t),$$

где  $x(t)$  - безразмерная координата частицы,  $U(x)$  - потенциальная функция,  $\xi(t) = \sqrt{2D}n(t)$  - гауссовский белый шум интенсивности  $D$ ,  $s(t)$  - регулярная (обычно гармоническая) внешняя сила,  $\gamma$  - безразмерный коэффициент трения.

На основании численно полученных зависимостей частоты Крамерса от интенсивности шума вводятся эквивалентные характеристики потенциального профиля, позволяющие применить к исследуемой модели аналитические соотношения, полученные для передемпфированного осциллятора.

Также установлено, что вызванный шумом переход к хаотической динамике в осцилляторе с конечными потерями не может оказать влияния на эффекты стохастического резонанса и стохастической синхронизации, так как наблюдается в другой области значений параметров.

1. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гаер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах// Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
2. L. Schimansky-Geier and H. Herzel. Positive Lyapunov exponents in the Kramers oscillator// Journal of Statistical Physics. 1993. Vol.70. P.141-147.
3. Arnold L., Imkeller P. Stochastic bifurcation of the noisy Duffing oscillator. Report, Institut für Dynamische Systeme, Universität Bremen, 2000.

## Instabilities of spiking in class B laser with time-dependent delayed feedback

Grigorieva E.V., Kaschenko S.A.

*Belarus State Economic University*

Finite dimensional maps are analytically derived for class B laser systems with periodically moving external mirror. On the base of such maps, a hierarchy of spiking of various structures are demonstrated in the infinite dimensional delayed system. Bifurcations of periodic solutions induced by an vibrating feedback are described.

## Генератор хаоса с переменным спектром

Атанов Н.В.

*МФТИ, Москва*

Развитие сверхширокополосных средств беспроводной связи [1] расширяет как спектр их применений, так и арсенал технических средств и методов, используемых в конкретных приложениях. В настоящее время актуальной стала задача эффективного использования СШП спектра и гибкого контроля за его состоянием в процессе работы системы связи.

В работе описывается генератор хаоса с гибко изменяемой полосой, состоящий из низкочастотного транзисторного генератора хаоса (с полосой 30-100 МГц), усилителя, управляемого напряжением, и СВЧ ГУНа (рабочий диапазон 3.1-3.7 ГГц). [2]

Сигнал с выхода генератора через промежуточный усилитель подается на управляющий вход высокочастотного ГУНа. Уровень напряжения на этом входе задает частоту генерации ГУНа. Если на вход подавать низкочастотный переменный сигнал (модулирующий сигнал) на выходе ГУНа будет соответственно получаться широкополосный сигнал, ширина спектра и центральная частота которого зависит только от свойств ГУНа. Причем ширина спектра определяется амплитудой модулирующего сигнала, а

центральная частота его постоянной составляющей. В частности, если в качестве модулирующего использовать хаотический сигнал с соответствующими статистическими характеристиками, то ожидается, что результирующим сигналом будет хаотический сигнал с равномерным спектром мощности.

Амплитуда модулирующего хаотического сигнала изменяется при помощи промежуточного усилителя управляемого внешним напряжением, коэффициент усиления которого выбирается одним параметром – напряжением на управляющем входе ( $V_{reg}$ ). Управление центральной частотой генерации осуществляется блоком управления постоянной составляющей модулирующего сигнала. Оба регулирующих напряжения: на управляющем входе и постоянная составляющая, задаются ЦАП, управляемыми через стандартный интерфейс с компьютера.

Обсуждены эксперименты с макетом высокочастотного генератора с управляемым спектром мощности.

1. Ефремова Е.В., Атанов Н.В., Дмитриев Ю.А. "Генератор хаотических колебаний радиодиапазона на основе автоколебательной системы с 2,5 степенями свободы Известия ВУЗов. Прикладная нелинейная динамика, 2007, т. 15, №1, 2007

2. Дмитриев А.С., Широков М.Е. "Выбор генератора для прямохаотической системы связи Радиотехника и электроника, 2004, т. 49, №7, с. 840-849.

## **Качественный анализ сингулярно возмущенных моделей динамики полупроводникового лазера**

**Глазков Д.В.**

*ЯрГУ, Ярославль*

Основным объектом теоретических и экспериментальных исследований в области лазерной физики традиционно выступают всевозможные типы неустойчивостей, ограничивающих возможности практического применения лазерных устройств. В их числе особое внимание уделяется изучению нежелательных феноменов, связанных с воздействием на резонатор отраженного вторичного излучения. В таких областях, как хранение данных или оптические коммуникации отражения и связанные с ними сопутствующие эффекты неизбежны. Например, искажения сигнала при передаче данных нередко обусловлены неминуемыми отражениями от торцов волноводов. Поведение полупроводникового лазера во внешнем резонаторе оказывается очень чувствительным по отношению к излучению, отраженному от внешних поверхностей: в широком диапазоне значений коэффициента обратной связи наблюдается резкое уширение спектральной линии излучения. Это явление называется когерентным коллапсом и обычно связывается с детерминированной хаотической динамикой.

Методом большого параметра изучаются две модели полупроводникового лазера с запаздывающей обратной связью. Это известная модель Ланга-Кобаяши и ее модификация, учитывающая действие оптического фильтра. Наличие большого параметра приводит к сингулярно возмущенным задачам, которые не могут быть качественно исследованы регулярными методами. Главное преимущество используемой методики состоит в переходе от сингулярно возмущенной задачи к регулярным уравнениям, которые больших параметров уже не содержат.

На основе исследования построенных специальных эволюционных систем регулярных уравнений, так называемых квазинормальных форм, делаются выводы о возможных способах преодоления нежелательных эффектов, связанных с явлением когерентного коллапса в полупроводниковых лазерах.

## **Математическое моделирование ценовой динамики адаптивно-рационального равновесного финансового рынка в непрерывном времени**

**Зубарев А.П.**

*СГАУ, Самара*

В последние годы в серии работ предложен ряд микроскопических динамических моделей финансового рынка, основанных на так называемой концепции адаптивно-рационального равновесия рынка (см. [1-6] и там же ссылки). Суть этой концепции в том, что инвесторы (агенты) принимают определенные решения об ожидаемом значении величин эндогенных рыночных переменных, основанные на их собственном прогнозе, в то время как действительные значения этих переменных определяются условием равновесия рынка. В работах, отмеченных выше рассматривается рынок, состоящий из активов двух типов – рискового и безрискового. Поведение каждого агента во времени основано на периодическом изменении состава своего

портфеля, состоящего из этих двух активов, таким образом, чтобы ожидаемый в будущем прогноз стоимости этого портфеля (основанный на прогнозе цены и волатильности рискового актива) максимизировал функцию полезности агента. Динамика реальной рыночной цены рискового актива обусловлена коллективным поведением всех участников рынка и определяется равенством спроса и предложения. Отметим также, что в обозначенных выше работах динамика рынка описывалась в дискретном времени.

В настоящей работе мы обобщаем микроскопическую динамическую модель финансового рынка, базирующуюся на идее адаптивно-рационального равновесия на случай непрерывного времени. Мы представляем общую структуру модели и изучаем данную модель в простейшем случае однородного рынка, при котором поведение всех агентов является одинаковым. Исследование модели проводится для двух различных типов функции полезности инвесторов, которые определяются видом ее функциональной зависимости от стоимости портфеля - показательной и степенной. При этом прогноз агентов будущего изменения логарифма цен и дисперсии этого изменения, моделируется экспоненциально взвешенным средним их предыдущих значений. Исследование динамических уравнений модели ограничено нахождением стационарной точки и исследованием устойчивости динамической системы в ее окрестности. Мы находим, что различный выбор функции полезности приводит к качественно различным поведением модели в окрестности стационарной точки. При выборе функции полезности в степенной форме стационарная точка будет асимптотически устойчивой при любом выборе параметров модели. При выборе функции полезности в показательной форме стационарная точка будет асимптотически устойчивой лишь при выполнении определенного условия на параметры модели.

1. R.H.Day, W.Huang. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1990, v.14, 299-329
2. W.Brock, C.Hommes. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 1998, v.22, 1235-1274
3. Т.Лух. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 1998, v.33, 143-165
4. A.Gaunersdorfer. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 2000, v.24, 799-831
5. С.Chiarella, X.He. *Macroeconomic Dynamics*, 2003, v.7, 503-536.
6. M.Anufriev, G.Bottazzi, F.Pancotto. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2006, v.30, 1787-1835.

## **Реконструкция по экспериментальным временным рядам неавтономной модели с запаздыванием для системы медленной регуляции артериального давления**

**Караваев А.С., Прохоров М.Д., Пономаренко В.И., Мухина И.В., Дворников А.В.**

*СарГУ, СО ИРЭ РАН, Саратов, Нижегородская Государственная медицинская академия, Нижний Новгород*

В работе проведена реконструкция модельного уравнения системы барорефлекторной регуляции артериального давления (АД). Модель восстанавливается в виде неавтономной системы с запаздыванием по экспериментальным временным реализациям артериального давления крысы, зарегистрированным инвазивно, и записям дыхания. В ходе реконструкции использовалась методика, основанная на подходе, предложенном нами ранее [1] и ориентированом на восстановление модели в виде автономного автогенератора с запаздыванием по экспериментальным временным рядам АД.

Суть предложенной методики реконструкции модели неавтономной системы с запаздыванием заключается в следующем. На первом этапе предварительной обработки данных осуществляется выделение из временного ряда АД сигнала системы симпатической регуляции с помощью фильтрации исходного сигнала многополосным фильтром. Сигнал дыхания фильтруется полосовым фильтром для удаления высокочастотных составляющих, преимущественно отражающих воздействие шумов и низкочастотных составляющих, отражающих наличие в сигнале медленных трендов. Далее осуществляется реконструкция модельных дифференциальных уравнений, соответствующих различным способам добавления внешнего сигнала в неавтономную систему с запаздыванием.

Восстановленные по экспериментальным временным рядам АД и дыхания значения параметров инерционности и времени запаздывания хорошо согласуются с современными теоретическими представлениями о их величине [2]. Восстановлена также нелинейная функция и определен тип и величина связи между системами дыхания и барорефлекторной регуляции кровяного давления. Показано, что качество восстановления нелинейной функции оказывается выше, при введении внешнего респираторного воздействия в модельную кольцевую систему с запаздыванием перед инерционным элементом системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 07-02-00589 и фонда некоммерческих программ "Династия".

1. А.С. Караваев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров и др., *Технологии живых систем* (2007) № 3.
2. J.V. Ringwood, S.C. Malpas, *Am. J. Physiol. Regulatory Integrative Comp. Physiol.* **280** (2001) P. R1105-R1115.

## Оценка взаимных изменений концентрации парниковых газов в атмосфере и температурного режима по палеореконструкциям для антарктической станции Восток

Диканев Т.В., Смирнов Д.А., Безручко Б.П., Безверхний В.А., Карпенко А.А., Мохов И.И.  
*СарГУ, СО ИРЭ РАН, Саратов, Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва*

С использованием методов кросс-спектрального и кросс-вейвлетного анализа, а также оценки причинно-следственных связей по Грейнджеру, проведен анализ эволюции содержания в атмосфере радиационно-активных компонентов и климатических характеристик за 420000 лет с временным разрешением 500 лет по данным ледовых кернов с российской антарктической станции Восток. Эти данные включают в себя изменения температуры  $\Delta T$  (определяемые по содержанию дейтерия  $^*D$  в льду), содержания в атмосфере углекислого газа  $q(CO_2)$  и метана  $q(CH_4)$ .

Согласно результатам взаимного корреляционного анализа изменения содержания в атмосфере углекислого газа  $q(CO_2)$  и метана  $q(CH_4)$  в целом на временных масштабах от тысячелетий до сотен тысяч лет запаздывают относительно изменений  $^*D$  и температурного режима. Характерное время запаздывания вариаций  $q(CO_2)$  и  $q(CH_4)$  относительно вариаций  $\Delta T$  для всего анализируемого периода получено порядка 1000 и 500 лет, соответственно. В то же время для отдельных 100-тысячелетних интервалов величина времени запаздывания достигала 1500 для  $q(CO_2)$  и 1000 лет для  $q(CH_4)$ , а для самого раннего 100-тысячелетнего интервала получено отставание температурных изменений от вариаций содержания парниковых газов в атмосфере.

Результаты кросс-спектрального анализа свидетельствуют об общем запаздывании изменений содержания углекислого газа и метана относительно температурных вариаций на периодах от примерно 20 тысяч лет и более, за исключением периодов около 20 тысяч лет для метана.

Согласно результатам кросс-вейвлетного анализа для последних 420 тыс. лет по данным для антарктической станции Восток наряду с запаздыванием вариаций  $q(CO_2)$  и  $q(CH_4)$  относительно температурных вариаций, в том числе для характерных мод изменения орбиты Земли (циклов Миланковича), для отдельных интервалов времени и частотных диапазонов отмечены противоположные фазовые сдвиги. Менее однозначна взаимная динамика для  $\Delta T$  и  $q(CH_4)$ , чем для  $\Delta T$  и  $q(CO_2)$ . Выявлена особенность последнего 100-тысячелетнего периода, для которого не отмечено опережения изменениями содержания дейтерия и температурными изменениями соответствующих изменений содержания парниковых газов для основной 100-тысячелетней моды. Отмечен обратный эффект с более четким запаздыванием температурных изменений относительно изменений содержания в атмосфере метана, чем относительно изменений содержания в атмосфере углекислого газа. При этом вариации  $q(CH_4)$  опережали вариации  $q(CO_2)$  для 100-тысячелетней моды в течение последнего периода.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-05-00381, 05-05-64907) и программы Президиума РАН "Математические методы в нелинейной динамике".

## Разработка и создание высокочастотного генератора хаотических колебаний с петель фазовой автоподстройки частоты

Дмитриев А.С., Клецов А.В., Кузьмин Л.В.

*ИРЭ РАН, Москва*

Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) являются классическим устройствами, широко применяемыми в различных областях радиотехники. Еще в середине восьмидесятых годов 20 века в них обнаружены бифуркационные явления, приводящие к возникновению хаотических колебаний. В дальнейшем значительное число работ было посвящено исследованию сложной динамики систем ФАПЧ и их обобщений. Среди этих работ основное место занимают теоретические исследования и компьютерное моделирование. Экспериментальные же исследования являются скорее исключением, чем правилом.

Причиной этого являются очевидные экспериментальные трудности. Однако такие исследования представляются актуальными, как в силу своей потенциальной практической значимости, так и в силу того,

что математические модели, применяемые для описания динамики ФАПЧ, получены в результате целого ряда предположений, которые не обязательно выполняются для реальных устройств. В частности, большинство современных устройств ФАПЧ представляет собой не аналоговые, а гибридные цифро-аналоговые устройства. В этих устройствах используются цифровые делители и умножители частоты, а также фазовые компараторы вместо классического аналогового фазового детектора.

В данной работе исследуется сложная динамика устройства ФАПЧ с генератором управляемым напряжением (ГУН), генерирующим колебания в диапазоне сотен мегагерц. Сначала рассматривается структура устройства, анализируется возможность его описания с помощью математических моделей различного приближения. Описывается одна из математических моделей и в краткой форме обсуждаются результаты моделирования, демонстрирующие возможность реализации хаотических колебаний в ней. После этого описывается экспериментальное устройство, его особенности и возможности по исследованию сложной динамики.

Затем на основе ранее полученных теоретических результатов о существовании хаотических режимов в петле ФАПЧ, экспериментально показывается возможность возбуждения хаотических колебаний в петле ФАПЧ, построенной на основе RLC фильтра нижних частот. Проводится анализ режимов колебаний в теоретической модели, построенной с учётом особенностей работы фазового компаратора, используемого в макете. Этот анализ позволяет выбрать такие характеристики элементов ФАПЧ, благодаря которым в макете удастся получить режимы хаотических колебаний, существующие в широком диапазоне значений параметров.

## Марковский прогноз DST индекса

Князева И.С., Мухамеджанова С.А.

*ГАО РАН*

Рассматривается метод прогноза геомагнитных временных рядов на примере временного ряда геомагнитного Dst - индекса. В качестве предиктора используется модель случайной динамической системы. Она реализована набором сжимающих линейных отображений единичного интервала, снабженных вероятностями. Такие отображения имеют единственную инвариантную меру, которая и является основой нашего предиктора. Для того, чтобы получить эмпирическую оценку меры мы используем методы символической динамики. Выбор принятого порогового значения геомагнитного индекса, которое идентифицируется как магнитная буря, позволяет преобразовать ряд в бинарную последовательность. Частота распределения бинарных слов оказывается стационарной и при условии эргодичности рассматривается как оценка теоретической меры. Вычисленные для нее мультифрактальные спектры показывают, что мера обладает хорошо выраженными мультифрактальными свойствами. Поэтому, использование в качестве модели системы случайных сжимающих преобразований является вполне оправданным. Приведенные в работе результаты численных экспериментов по применению этой модели к прогнозу магнитных бурь, представляют интерес для мониторинговых систем среднесрочного прогноза экстремальных событий

## Мультифрактальный анализ магнитограмм полного диска Солнца

Круглун О.А., Макаренко Н.Г.

*Институт математики МОН РК, Алматы, Казахстан*

Работа посвящена исследованиям проблемы существования мультифрактальных характеристик в структуре магнитного поля Солнца на основе MDI-магнитограмм (Michelson Doppler Imager) с высоким разрешением. Численные варианты мультифрактального формализма детально разработаны главным образом для скалярных временных рядов. Их прямая трансляция на цифровые изображения, которыми являются магнитограммы, сопряжены с рядом технических трудностей, связанных с проблемой выбора меры и дискретным характером цифрового носителя. Существуют и теоретические ограничения для выбора подходящего варианта, относящиеся к предположениям о физической природе носителя сингулярной меры. Поскольку нельзя заранее исключить предположение, что "мелкозернистое" магнитное поле Солнца распределено на некоторой фрактальной структуре, разумно использовать не статистические, а локальные оценки сингулярностей меры. Для анализа магнитограмм используется вариант микроканонического формализма, основанный на обобщениях борелевых мер до емкостей Шоке. Главной целью работы является оценка мультифрактальных спектров магнитного поля по MDI-данным. Мы пытаемся ответить при этом на два вопроса: 1) существует ли статистическая масштабная инвариантность в распределении



напряженности радиальной компоненты магнитного поля, и 2) отличаются ли скейлинговые свойства Активных областей (АО) с сильными магнитными полями от аналогичных свойств окружающего "фона"? В результате анализа было обнаружено, что: 1) Формы мультифрактальных спектров устойчивы во времени для фона на интервалах около суток 2) Вид спектра для фрагментов, содержащих АО, демонстрирует спонтанную изменчивость 3) Нам не удалось получить надежных доводов в пользу существования вспышечного предиктора на основе оценок скейлинга. Изменение в статистике показателей сингулярности иногда предшествовали вспышке, иногда сопровождали ее, а в нескольких случаях наблюдались для АО, в которой вообще не было вспышек. Можно полагать, что эти изменения связаны с транзитной динамикой магнитного поля АО. 4) Окончательные выводы о реальности скейлингового предиктора вспышек могут быть сделаны лишь после анализа более представительной по времени и объему статистической выборки магнитограмм.

## Марковский прогноз процессов с долговременной памятью

Мухамеджанова С.А., Макаренко Н.Г.

*Институт Математики МОН РК, Алматы, Казахстан*

Предлагается метод марковского моделирования и прогноза нестационарных случайных процессов с долговременной памятью. Такие процессы характеризуются автокорреляционной функцией, которая разрушается по степенному закону. В этом случае память процесса, записанная как сумма коэффициентов автокорреляции по всем лагам, становится бесконечной. Свойство масштабной инвариантности (мультифрактальности) таких процессов позволяет моделировать их с помощью гиперболических систем итерированных функций (Iterated Function System, IFS), известных из теории фракталов. Такие системы представляют собой конечный набор сжимающих отображений, действующих на компактные множества в пространстве, наделенном метрикой Хаусдорфа. В полном метрическом пространстве существует единственная инвариантная точка (компакт), которая остается неподвижной при действии на нее оператора Хатчинсона - объединения сжатий, составляющих IFS. Она называется аттрактором IFS. Если наделить IFS вероятностями, то можно определить действие оператора Маркова на меру. Тогда такая IFS будет иметь единственную инвариантную меру в пространстве борелевых вероятностных мер с метрикой Монжа-Канторовича. Обратная задача IFS состоит в том, чтобы для заданного аттрактора и меры на нем найти такую IFS и соответствующие вероятности, которые наилучшим образом аппроксимировали бы их. Важной для решения обратной задачи является теорема о коллаже, которая дает оценку скорости сходимости итераций операторов Хатчинсона и Маркова. Именно эта задача решалась для поиска модели экстремальных событий (выбросов за порог) в экспериментальных рядах, характеризующих Космическую погоду - записях геомагнитных индексов и потока релятивистских электронов. Для построения меры из данных использовались приемы символической динамики. Далее, имея эмпирическую меру, обратная задача IFS с вероятностями решалась оригинальным методом, основанным на теореме о коллаже. Найденная IFS с вероятностями позволяет генерировать модельную меру (т.е. инвариантную меру модели в виде IFS), на основе которой и выполняется марковский прогноз экстремальных значений в исследуемых рядах. Оценки оправданности прогнозов показали пригодность предлагаемого метода для краткосрочного и среднесрочного предсказания поведения геомагнитных индексов и потока релятивистских электронов.

## Сверхширокополосный кольцевой СВЧ генератор хаоса на сосредоточенных элементах

Никишов А.Ю., Панас А.И.

*ИРЭ РАН, Москва*

Среди возможных приложений динамического хаоса на сегодняшний день наиболее перспективными являются системы передачи информации [1]. Начиная с 90-х годов, были предложены различные схемы передачи информации с использованием хаоса. Но с точки зрения практического применения, наибольший интерес вызывают прямохаотические системы связи, в которых хаотические колебания генерируются непосредственно в СВЧ диапазоне и выполняют функцию несущего сигнала. Для реализации таких систем необходимы источники СВЧ хаотических колебаний, которые не только формируют сигнал в необходимых диапазоне и полосе частот, но и обеспечивают равномерность его спектральной плотности мощности, являются простыми по конструкции, имеют приемлемые энергетические характеристики, технологичны в изготовлении и т.д. Указанными свойствами обладает, например, генератор кольцевой структуры на

усилительных микросборках, предложенный в [2]. Однако данное устройство на сегодняшний день изучено недостаточно, что и обуславливает актуальность проведенных в работе исследований. Кольцевой генератор позволяет получать сверхширокополосные хаотические колебания СВЧ диапазона (3-5 ГГц) с относительно равномерной спектральной плотностью мощности. Он выполнен по микрополосковой технологии. В качестве активных элементов используются три чип-усилителя, последовательно соединенные и замкнутые в кольцевую структуру.

В работе проведено исследование динамики и осуществлено схемотехническое моделирование микрополоскового кольцевого генератора в пакете Advanced Design System. Проанализированы основные колебательные режимы и сделан вывод о том, что возникновению хаотических колебаний в генераторе соответствует сценарий перехода к хаосу через разрушение двухчастотного автоколебательного режима. Обнаружено, что влияние размеров микрополосковых линий на колебательные режимы генератора минимально, а, следовательно, они могут быть существенно уменьшены или удалены из конструкции. Предложена и экспериментально апробирована конструкция генератора, содержащая только сосредоточенные элементы. Необходимость перехода от микрополоскового исполнения генератора к исполнению на сосредоточенных элементах обусловлена тем, что наличие микрополосковых элементов является препятствием при попытке реализации устройства в виде монолитной интегральной микросхемы.

На основе полученных в работе результатов, предложена схема кольцевого генератора хаотических колебаний СВЧ диапазона, выполненного полностью на элементах CMOS технологии 0.18 микрон.

1. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос. Новый носитель информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
2. Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Кяргинский Б.Е., Лактюшкин А.М., Панас А.И. Генератор широкополосных СВЧ хаотических сигналов, патент №51805, 2005

## **R-S анализ временных рядов излучения импульсного электроионизационного СО-лазера**

**Венцлавович Т.Э., Казакевич В.С.**

*СФ ФИАН, Самара*

Впервые проведен R-S анализ временных рядов импульсов излучения электроионизационного СО-лазера с резонаторами различных типов. Показано что параметр Херста зависит от состава рабочей смеси лазера. Использование данного метода должно позволить усовершенствовать математическую модель СО-лазера.

Традиционно исследования электроионизационных СО-лазеров (СО-ЭИЛ) проводятся либо экспериментально путем анализа энергетических и спектрально-временных характеристик излучения СО-ЭИЛ, либо путем численного расчета при использовании существующей модели. Критерием правильности теоретической модели и правильности выбора многочисленных констант скоростей соответствующих процессов, происходящих в активной среде СО-ЭИЛ, в этом случае считается совпадение расчетных и экспериментальных данных. Однако наличие в теоретической модели большого количества взаимозависимых параметров приводит к тому, что даже в случае совпадения при определенных условиях возбуждения экспериментально полученных и теоретически рассчитанных величин велика вероятность того, что в других условиях накачки такого совпадения может и не быть. В этом случае критерием правильности теории должно являться не локальное совпадение результатов теории и эксперимента, а совпадение тенденций их развития во времени. Такой подход, на наш взгляд, может быть реализован на основе R-S анализа временных рядов импульсов излучения СО-ЭИЛ на отдельных колебательно-вращательных переходах молекулы СО.

В данной работе анализировались временные характеристики излучения СО-ЭИЛ с селективным (дифракционная решетка) и неселективным резонаторами взятые из имеющейся в СФ ФИАН (Россия) базы данных. На первом этапе производилась оцифровка имеющихся осциллограмм, а на втором осуществлялся R-S анализ временных рядов импульсов излучения.

Определенный на основании экспериментальных данных показатель Херста ( $H=0.85 \div 0.95$ ) для СО-ЭИЛ с разными резонаторами) свидетельствует о том, что временной ряд импульса излучения СО-ЭИЛ является персистентным. Показано, что частотная по спектру зависимость показателя Херста может служить "паспортом" СО-ЭИЛ.

Поскольку величина  $H < 1$ , то это означает, что среди большого ряда процессов, происходящих в колебательно-возбужденной системе молекул окиси углерода, есть некая причина, вносящая элемент хаоса.

са, проявляющийся в особенностях временных характеристик излучения лазера. В этом случае критерием правильности теоретической модели лазера, может служить условие, чтобы величина показателя Харста временных рядов излучения импульсного СО-ЭИЛ, рассчитанная теоретически, соответствовала бы показателю, полученному на основании экспериментальных данных.

1. Басов Н. Г., Данилычев В. А., Ионин А. А., Казакевич В. С., Ковш И. Б., Полетаев Н. Л., «Исследования охлаждаемого электроионизационного СО-лазера. Ч.2. Генерация смеси СО с буферными газами», *Квантовая электроника*, т.6, 6(1979),1215
2. Арасланов Ш.Ф., Сафиуллин Р. К. «Численное моделирование электроионизационного проточного электроразрядного СО-лазеров», *Казанская государственная архитектурно-строительная академия, Квант. Электроника*, (2001) 31, 8, 697
3. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. Механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах. М. Наука. Гл. ред. физ.мат. лит., 1990.
4. Казакевич В.С., Морозов К.В., Петров А.Л., Попков Г.Н. «Особенности работы СО ЭИЛ с возбуждением от формирующей LC-линии», *Лазерная физика и технология. Российская академия наук Физический институт им. П.Н. Лебедева. Сборник трудов Самарского филиала*. М. 2005.
5. Казакевич В.С., Спектрально-временные характеристики излучения импульсного электроионизационного СО-лазера, Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, 1985

## Новый подход к численному исследованию конкретных многомерных динамических систем

Неймарк Ю.И., Котельников И.В., Теклина Л.Г.

*ННГУ, Нижний Новгород*

Исследование сколько-нибудь сложной многомерной динамической системы, описываемой обыкновенными дифференциальными уравнениями, до появления компьютеров было неразрешимой задачей, а сегодня стало возможным, но требует квалифицированной, длительной и трудоемкой работы. Подчас это время настолько велико, что исследование практически невыполнимо, прежде всего, в силу “проклятия размерности” как фазового пространства, так и пространства параметров.

В наших работах была высказана идея автоматизации огрубленного численного исследования динамической системы на основе использования методов распознавания образов и статистического моделирования. При этом образы – это фазовые траектории, установившиеся движения и их области притяжения, а статистический подход позволяет преодолеть проклятие размерности, поскольку при этом объем необходимых вычислений мало зависит от размерности. Ниже рассказывается, что удалось осуществить на этом пути.

Прежде всего, ясно, что, несмотря на теоретическую возможность бесконечного размера фазового пространства, численное исследование осуществимо только в конечной его области. Эта конечная область  $G$  должна быть указана исходя из реальной задачи. Далее в ней может быть выделена часть, которую фазовые траектории не покидают. Дальнейшее исследование проводится только в этой конечной подобласти  $D$  области  $G$ . Следующий этап состоит в алгоритмизации численного отыскания и описания установившихся движений: устойчивых равновесий и периодических движений и притягивающих в целом неустойчивых хаотических движений. Затем находят их области притяжения, точнее, их некоторые части, прилегающие к соответствующему установившемуся движению. При этом в отношении областей притяжения может быть указана статистическая достоверность полученных результатов. С ростом используемого времени численных расчетов достоверность результатов приближается к единице. Исследование не встречает затруднений, если исследуемая система достаточно грубая. В этом случае под грубостью имеется в виду грубость отыскиваемой упрощенной структуры фазового пространства динамической системы. В противном случае, как правило, необходимо вмешательство специалиста.

В качестве примера использования нового подхода к численному исследованию динамических систем приводится огрубленное описание структуры фазового пространства четырехмерной модели с 14 параметрами, описывающей динамику ответной реакции организма на вторжение инфекции. Огрубленные фазовые портреты включают устойчивые равновесия, периодические движения и специфический аттрактор, отвечающий смертельному исходу, а также их области притяжения. Эти данные позволяют выявить

основные типы исхода заболеваний (выздоровление, хроническое заболевание, рецидивирующее заболевание, бациллоносительство и смертельный исход) и варианты их течения (выздоровление через обострение, переход в бациллоносительство, смерть от истощения или от интоксикации и др.)

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №05-01-00391).

## Моделирование активной среды с хаотической динамикой элементарной ячейки

Анищенко В.С., Ануфриева М.В., Вадивасова Т.Е.

СарГУ, Саратов

Исследуемая модель представляет собой цепочку хаотических автогенераторов. В качестве элементарной ячейки выбран генератор с инерционной нелинейностью, система рассматривалась при граничных условиях Неймана:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= mx + y - xz - \frac{\gamma}{(l/N)^2}((x_{i-1} + x_{i+1} - 2x_i) - (y_{i-1} + y_{i+1} - 2y_i)) \\ \dot{y} &= -x \\ \dot{z} &= -gz + gI(x)x^2 \end{aligned} \quad (1)$$

В работе показано, что при условии  $\frac{\gamma}{(l/N)^2} \geq 0.5$  система (1) моделирует распределенную среду. Рассмотрены ограничения, накладываемые на параметры цепочки, при которых она адекватно отражает поведение непрерывной среды.

Так же показано, что при условии существования цикла удвоенного периода в отдельном генераторе в цепочке наблюдается мультистабильность. Кроме однородного автоколебательного режима имеет место множество регулярных пространственных структур с различной длиной волны.

Переход к хаотической временной динамике приводит к возникновению нерегулярных пространственных структур, статистические характеристики которых исследуются в работе.

## Исследование пространственного перехода к временному хаосу в активной среде с однонаправленной связью

Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е., Астахов С.В.

СарГУ, Саратов

Изучение поведения активных распределенных систем представляет собой важную и интересную проблему. Исследователями, как правило, рассматриваются модели распределенных систем в виде дискретных цепочек генераторов [1, 2, 3, 4] и отображений последования [5, 6]. Широко известны результаты по исследованию цепочек автоколебательных систем. Так в цепочке генераторов Анищенко-Астахова с однонаправленной связью наблюдается пространственный переход к хаосу через удвоения периодов в отдельных звеньях цепочки [1].

В данной работе предлагается новая модель непрерывной активной среды со связью вниз по потоку, в которой активным элементом является генератор с инерционной нелинейностью. В среде реализуются как регулярные, так и хаотические во времени режимы. Исследуются сценарии перехода к временному хаосу в элементе среды в зависимости от координаты данного элемента. Результаты исследований сопоставляются с результатами, полученными для цепочки генераторов Анищенко-Астахова. Анализируется вопрос соответствия дискретной модели и непрерывной среды. Исследуются пространственные бифуркации в среде для нескольких способов моделирования пространственного взаимодействия.

1. Анищенко В.С., Арансон И.С., Постнов Д.Э., Рабинович М.И. Пространственная синхронизация и бифуркации развития хаоса в цепочке связанных генераторов // ДАН СССР. 1986. Т. 286, №5. С. 1120–1124.
2. Арансон И.С., Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И., Старобинец И.М. Странные аттракторы и пространственное развитие турбулентности в потоковых системах // ЖЭТФ. 1986. Т. 90, вып. 5. С. 1707–1718.
3. Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И. Автоструктуры. Хаотическая динамика ансамблей // Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. — М.: Наука, 1987.

4. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. Москва. Наука. 1990.
5. Arkady S. Pikovsky. Discrete model of spatially mixing system. *Phys. Lett. A* **168** (1992) 276–279
6. O. Rudzick, A. Pikovsky. Unidirectionally coupled map lattice as a model for open flow system. *Phys. Rev. E* **54** (1996)

## **Численное исследование нестационарных процессов в цепочке связанных гирогенераторов со встречной волной**

**Белоглазкина М.В.**

*СарГУ, Саратов*

Мощные генераторы хаотических колебаний миллиметрового диапазона длин волн представляют определенный интерес для ряда приложений, в частности, радиолокации, технологических процессов, современных информационно-телекоммуникационных систем передачи и обработки информации с использованием динамического хаоса [1,2]. Одним из важных и перспективных приборов современной электроники больших мощностей является гирогенератор со встречной волной (гиро-ЛВВ), который активно исследуется в последнее время как источник мощного СВЧ излучения (до десятков кВт) в миллиметровом диапазоне длин волн [3]. Как показано в работах [4], с увеличением параметра неизохронности в gyro-LVBV имеет место удвоение периода автомодуляции и реализуется переход к развитому хаосу. Однако для получения режимов развитого хаоса требуется, чтобы ток электронного пучка значительно превышал стартовое значение (более чем в 10–20 раз в зависимости от параметра неизохронности электронов-осцилляторов), что не так просто обеспечить на практике. Одной из возможностей снижения порога переходу к развитому хаосу является использование цепочки из двух связанных гирогенераторов со встречной волной, когда сигнал с выхода одной из ламп подается на вход второй лампы. В представленной работе приводятся результаты численного исследования динамики цепочки двух связанных генераторов на винтовом электронном пучке со встречной электромагнитной волной (гиро-ЛВВ) и показано, что в подобной системе возможно наблюдение различных типов колебательных режимов, включая режимы стационарной и хаотической генерации.

1. А.С. Дмитриев, А.И. Панас. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.
2. V. Dronov, M.R. Hendrey, T.M. Antonsen, and E.Ott. // *Chaos*, 14(1):30, 2004.
3. K.L. Felch, B.G. Danly, H.R. Jory et all. // *Proc. IEEE* 1999. **87** (5) P.752.
4. Трубецков Д.И., Четвериков А.П. // *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 1994. **2** (5) С.3.

## **Локальная синхронизация тепловых колебаний атомов как механизм эффекта предплавления**

**Битюцкая Л.А., Бормонтов Е.Н., Шебанов А.Н., Богатиков Е.В.**

*ВГУ, Воронеж*

Разработана модель экспериментально наблюдаемых эффектов эмиссии тепла на этапе предплавления [1], рассматривающая процессы перераспределения энергии при синхронизации тепловых колебаний кристаллической решетки. Для изучения диссипативных процессов при синхронизации использована система связанных осцилляторов Рёсслера, а также молекулярно-динамическая модель с потенциалом Леннарда-Джонса. Для системы Рёсслера переменные  $x$ ,  $y$ ,  $z$  осциллятора рассматриваются как отклонение атома от положения равновесия, увеличение температуры решетки эквивалентно увеличению параметра хаотичности и усилению связи между осцилляторами, причем влияние данных параметров на процесс синхронизации имеет противоположный характер.

Проводилось численное моделирование системы Рёсслера размером от  $5 \times 5$  до  $500 \times 500$  осцилляторов и молекулярно-динамическое моделирование двумерной треугольной решетки аргона с размером от  $5 \times 5$  до  $100 \times 100$  с периодическими граничными условиями. При некоторых пороговых значениях параметра связи (температуре) в модельных системах образуются отдельные синхронизированные области с различным временем жизни – возникает эффект кластеризации. Доля долгоживущих синхронизированных кластеров

(с временем жизни 20-200 средних периодов колебаний) даже в условиях сильной хаотичности достигает 0.05-0.1.

Для изученных систем эффект синхронизации сопровождается переходом части потенциальной энергии взаимодействия нелинейных осцилляторов в кинетическую энергию. В рамках принятой модели на этапе предплавления изменяется теплоемкость кристалла за счет изменения числа степеней свободы колебания атомов. Также происходит выделение или поглощение тепла за счет изменения доли синхронизированных атомов при изменении температуры.

Предложено уравнение теплопроводности, учитывающее диссипативные процессы в результате синхронизации тепловых колебаний [2]. Численное решение полученного уравнения показывает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными. Уравнение содержит положительную обратную связь, поэтому при определенных значениях параметров на этапе предплавления может реализоваться режим с обострением, приводящий к формированию макроскопических неоднородностей температурного поля.

Таким образом, рассмотренная модель процесса предплавления кристаллических веществ позволяет объяснить экспериментально наблюдающиеся особенности эффекта предплавления: возможность возникновения как эндо-, так и экзотермических эффектов, а также макроскопическую флуктуационность эмиссии тепла.

1. Л.А. Bityutskaya, E.S. Mashkina, Phase Transitions, 71 (2000) 317. 2. Л.А.Битюцкая, С.Г.Жицкий, Е.В.Богатиков, А.Н.Шебанов, Конд. среды и межфазные границы, 8 (2006) 79.

## **Бифуркации ударных волн в колебательно-возбуждённом газе**

**Галимов Р.Н., Молевич Н.Е.**

*СГАУ, СФ ФИАН, Самара*

Акустика термодинамически неравновесных сред (таких как колебательно-возбуждённый газ, неизотермическая плазма, химически активные смеси и т. д.) существенно отличается от акустики равновесных сред. В подобных средах возможна инверсия коэффициентов второй (объёмной) вязкости и дисперсии. Среда с отрицательной вязкостью являются акустически активными. Кроме того, равновесный (низкочастотный) коэффициент гидродинамической нелинейности является сложной функцией степени неравновесности среды и может быть даже отрицательным. Эти новые акустические свойства необходимо учитывать при рассмотрении различных газодинамических явлений, протекающих в этих средах.

В настоящей работе рассмотрены профили ударных волн произвольной амплитуды в колебательно-возбуждённом газе с простой экспоненциальной моделью релаксации.

Исходной системой являются уравнения релаксационной газодинамики без применения теории возмущений. Построена бифуркационная диаграмма на плоскости параметров стационарная скорость ударной волны – степень неравновесности газа. Определены в аналитическом виде границы, делящие плоскость параметров на три области. В первой области ударные волны имеют типичную для релаксирующих сред структуру: давление (плотность) плавно возрастает за фронтом. Во второй области в ударных волнах давление (плотность) плавно убывает за фронтом. В третьей области ударные волны эволюционно неустойчивы.

Показано, что эволюция ударной волны в этой области приводит к распаду неустойчивой волны, с образованием периодической последовательности уединённых импульсов или волн с ненулевой асимптотикой. Обе структуры являются автоволнами, т. к. их скорость, амплитуда и форма зависят только от параметров акустически активной среды. Уединённый импульс возникает при степени неравновесности среды большей пороговой (когда среда становится акустически активной), но меньшей степени неравновесности, при которой происходит изменение знака низкочастотного коэффициента нелинейности. Волна с ненулевой асимптотикой возникает при больших степенях неравновесности. Её скорость определена условием равенства скорости ударной волны относительно движущегося газа за фронтом и местной низкочастотной скорости звука.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-01-96608-р\_поволжье\_a), Программы Министерства образования и науки “Развитие научного потенциала высшей школы в 2006-2008 гг.” и Фонда некоммерческих программ “Династия”.

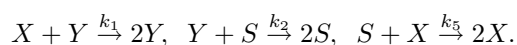
## Диффузия и внешнее перемешивание в решёточной модели Лотка – Вольтерра

Ефимов А.В., Шабунин А.В.

СарГУ, Саратов

Не смотря на то, что популяционные модели, описывающие взаимодействия “хищник – жертва”, исследуются уже довольно долго, интерес к системам типа Лотка – Вольтерра не угасает до сих пор [1,2]. Вышеупомянутые модели традиционно используются для описания динамики популяций, однако, их область применения этим не ограничивается. Динамика автокаталитических химических реакций, а также некоторые другие процессы описываются схожими дифференциальными уравнениями. Как показывает опыт предыдущих исследований, при непосредственном моделировании подобных процессов на микроуровне с учётом пространственных особенностей систем, исследователи сталкиваются с нетривиальными эффектами, изучение которых может иметь прикладное значение.

В данной работе с помощью метода Монте-Карло моделируется динамика решёточной системы Лотка – Вольтерра (система Lattice Lotka – Volterra в англоязычных изданиях). Модель LLV описывает процессы циклического превращения элементов трёх видов друг в друга на поверхности регулярной квадратной решётки размера  $L \times L$ :



Особенностью данной модели является то, что каждая частица-элемент ансамбля изменяет состояние только под воздействием своих соседей. В результате временная динамика системы определяется её пространственным состоянием и сильно зависит от различных воздействий, изменяющих пространственное распределение частиц на поверхности решётки.

Ранее эта модель и ей подобная исследовались в других работах, где было получено достаточно полное описание их поведения [1,2,3]. В настоящей работе исследуется влияние процессов диффузии и внешнего перемешивания на эволюцию системы. Согласно полученным результатам, добавление в систему даже слабого перемешивания приводит к бифуркационному рождению глобальных колебаний, которые в пределе  $L \rightarrow \infty$  можно считать регулярными. Выяснено, что внешнее перемешивание синхронизирует ритмы локальных стохастических осцилляторов, образующихся на поверхности решётки при формировании кластерных структур, чем и обуславливает появление колебаний на макроуровне [3].

Наличие диффузии в системе также оказывает значительное влияние на её динамику. Установлено, что увеличение коэффициента диффузии приводит к росту средней «амплитуды» колебаний, степени их регулярности, изменению частоты, а также к увеличению характерных пространственных масштабов системы.

1. Provata A., Nicolis G. and Baras F. *J. Chem. Phys.* **110** (1999) 8361
2. Tsekouras G.A. and Provata A. *Phys. Rev. E* **65** (2001) 016204
3. Ефимов А.В., Шабунин А.В. *Изв. Вузов «ПНД»* **14** №2 (2006) 47

## Кальциевая динамика в клетках гладкой мускулатуры.

Жирин Р., Сосновцева О., Постнов Д.

СарГУ, Саратов

Кальций используется клетками как посредник для управления многими клеточными процессами, включая мускульное сокращение, секрецию, метаболизм, нейронную активность даже клеточную смерть.

В данной работе мы изучаем динамику кальциевых волн в клетках гладкой мускулатуры, отвечающих за локальный диаметр кровеносных сосудов и, как следствие, за локальное кровеное давление. Исследуются два типа динамики - бегущие кальциевые волны, которые не приводят к изменению размеров клетки, но способные провоцировать второй тип колебаний - единовременное изменение концентрации кальция во всей клетке. Предложенная модель позволяет рассматривать ансамбли из нескольких, связанных между собой посредством щелевых контактов, клеток.

В работе изучаются эффекты распространения бегущих волн в активной нелинейной среде, переход к стоячим волнам и эффекты их синхронизации в случае ансамбля связанных между собой клеток.

Исследования проводятся на модели, основное отличие которой от классической модели двух емкостей заключается в наличии переменной, описывающей трансмембранный потенциал, единый для всей клетки.

Модель состоит из трех дифференциальных уравнений. Первые два отвечают за концентрацию кальция внутри клетке: в цитоплазме  $Z$  и в саркоплазматическом ретикулуме  $Y$ . Саркоплазматический ретикулум это некий накопитель кальция внутри клетки, представляющий собой цепь каналцев, простирающихся по всему объему клетки. Обмен кальция между цитоплазмой и саркоплазматическим ретикулум происходит посредством каналов, обменников и насосов. Третье уравнение описывает динамику трансмембранного потенциала.

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = v_0 + v_1\beta - v_2 + v_3 + k_f Y - kZ - \gamma I_{Ca,L} + D \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\frac{dY}{dt} = v_2 - v_3 - k_f Y, \quad (2)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{1}{C_m} \left[ \frac{1}{L} \int_0^L (I_{Cl} + I_{Ca,L} + I_{BK} + I_r) dx + I_c \right], \quad (3)$$

В уравнениях выше  $v_0, v_1, v_2, v_3$  - потоки кальция через различные каналы, насосы и обменники, как на мембране так и на поверхности саркоплазматического ретикулума. В уравнении трансмембранного потенциала  $I_{Cl}, I_{Ca,L}, I_{BK}$  и  $I_r$  - ионные токи через мембрану клетки, а  $I_c$  - ток щелевого контакта.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что высвобождение кальция из ретикулума способно породить лишь внутриклеточные кальциевые волны, а полноклеточные колебания способны возникать только за счёт потока кальция из межклеточного пространства через L-каналы, управляемые трансмембранным потенциалом. Этот результат интересен в прикладном плане (фармакологических исследованиях), конкретно эта модель может помочь в изучении и лечении заболеваний связанных с артериальным давлением.

## Анализ устойчивости точных многочастотных колебательных режимов в цепочках связанных осцилляторов

Жуков К.Г., Чечин Г.М.

ЮФУ, Ростов-на-Дону

Рассматриваются нелинейные моноатомные цепочки из  $N$  атомов с периодическими граничными условиями. Колебательное состояние цепочки описывается вектором  $\mathbf{X}(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)\}$ , компоненты которого суть смещения атомов из положений равновесия. В работах [1, 2] показана возможность существования в таких цепочках точных многочастотных симметрично обусловленных колебательных режимов, являющихся бушами мод, понятие о которых было введено в [3, 4]. Для бушей мод характерны определенные связи между компонентами вектора состояния  $\mathbf{X}(t)$ . При  $N$  кратном некоторому целому числу  $m$  возможны динамические режимы, при которых колебательное состояние цепочки состоит из повторяющихся фрагментов по  $m$  атомов. Например, для  $m = 4$  возможен динамический режим, определяемый вектором  $\mathbf{C}(t)$ , имеющим две независимые компоненты  $A(t)$  и  $B(t)$ :

$$\mathbf{X}(t) \equiv \mathbf{C}(t) = \{A(t), B(t), -B(t), -A(t) \mid A(t), B(t), -B(t), -A(t) \mid \dots\}.$$

При увеличении амплитуд колебаний буши мод могут потерять устойчивость [1, 2] (при этом нарушаются указанные связи между компонентами вектора  $\mathbf{X}(t) = \mathbf{C}(t)$ ). Для исследования устойчивости бушей мод обычно линеаризуют уравнения движения рассматриваемой системы в окрестности исследуемого режима и проводят анализ устойчивости нулевого решения полученной линеаризованной системы. В работе [5] нами разработан *общий теоретико-групповой метод* упрощения анализа устойчивости динамических режимов в нелинейных системах с дискретной симметрией. Этот метод позволяет, путем перехода к новым коллективным степеням свободы  $y_l(t)$ , расщепить линеаризованную систему на некоторое число независимых подсистем. Для моноатомных цепочек со взаимодействием ближайших соседей в результате расщепления системы, линеаризованной в окрестности буша с трансляционной симметрией  $m$ , получены  $N/m$   $m$ -мерных подсистем вида

$$\ddot{y}_l = -K_l \frac{\partial^2 U}{\partial x_l \partial x_{l-1}} \Big|_{\mathbf{X}(t)=\mathbf{C}(t)} y_{l-1} - \frac{\partial^2 U}{\partial x_l^2} \Big|_{\mathbf{X}(t)=\mathbf{C}(t)} y_l - P_l \frac{\partial^2 U}{\partial x_l \partial x_{l+1}} \Big|_{\mathbf{X}(t)=\mathbf{C}(t)} y_{l+1},$$



где  $l = 1, 2, \dots, m$  — циклический индекс,  $K_l = 1$  при  $l \neq 1$  и  $K_l = e^{\frac{i2\pi m}{N}j}$  при  $l = 1$ ,  $P_l = 1$  при  $l \neq m$  и  $P_l = e^{-\frac{i2\pi m}{N}j}$  при  $l = m$ , индекс  $j = 1, 2, \dots, N/m$  нумерует подсистемы,  $U$  — потенциальная энергия цепочки.

В докладе для цепочек Ферми-Пасты-Улама исследована устойчивость некоторых бушей мод и определены те коллективные степени свободы, по отношению к которым в первую очередь происходит потеря устойчивости.

1. G.M. Chechin, N.V. Novikova, and A.A. Abramenko, *Physica D* **166** (2002) 208.
2. G.M. Chechin, D.S. Ryabov, and K.G. Zhukov, *Physica D* **203** (2005) 121.
3. В.П. Сахненко, Г.М. Чечин, ДАН **330** (1993) 308; ДАН **338** (1994) 42.
4. G.M. Chechin and V.P. Sakhnenko, *Physica D* **117**, (1998) 43.
5. G.M. Chechin and K.G. Zhukov, *Phys. Rev. E* **73** (2006) 036216.

## Системы глобально связанных отображений в присутствии пейсмекера под действием шума

Иванова А.С., Кузнецов С.П.

СО ИРЭ РАН, Саратов

Системы с глобальной связью, представляющие собой набор из большого числа элементов, каждый из которых связан со всеми остальными [1], представляют большой интерес при изучении реальных систем в различных областях науки и техники. Одно из характерных свойств таких систем - наличие кластеризации, то есть самопроизвольного распределения элементов по кластерам, мгновенные состояния элементов внутри которых совпадают в любой момент времени.

В естественных возбудимых средах и их моделях часто приходится сталкиваться с ситуацией, когда имеется выделенный элемент или область среды, которая своей динамикой задает ритм для прочих элементов системы. В этом случае говорят о присутствии водителя ритма или пейсмекера [2]. В системах с глобальной связью присутствие водителя ритма - выделенного элемента, осуществляющего воздействие на остальные элементы сети, погруженные в создаваемое ими общее поле, может вести к интересным модификациям ее свойств. Пейсмекер в данной модели представлен логистическим отображением, связанным однонаправлено с набором возбуждаемых элементов, которые образуют сеть с глобальной связью.

Данная работа посвящена исследованию систем с двумя типами глобальной связи [2], диссипативной и инерционной, в присутствии пейсмекера под действием шума. Рассмотрено два типа шума: идентичный, когда к каждому элементу добавлен шум одинаковой интенсивности и амплитуды, и неидентичный когда к каждому элементу добавлен шум различной интенсивности.

В случае идентичного шума его влияние, в основном, существенно на областях перехода от одного состояния в другое, с увеличением амплитуды шума происходит размывание четких границ перехода от одной фазы к другой.

В случае неидентичного шума феномена кластеризации не происходит, можно говорить только о "кластерах" как о группе элементов, мгновенные состояния которых совпадают в любой момент времени с определенной точностью. В работе наибольшее внимание уделено случаю, что точность определения кластеров совпадает с амплитудой неидентичного шума.

Также рассмотрены и проиллюстрированы свойства универсальности и скейлинга в системах глобально связанных отображений в присутствии пейсмекера под действием шума.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ и DFG (04-02-04011 ННАО) и аналитической федеральной программы "Развитие высшей школы на 2006-2008 годы" и CRDF BRHE REC-006 Annex BF5H06 Y3-P-06-03*

1. K. Kaneko, *Physica D*, 1990, Vol.41, №2, p.137
2. A. S. Ivanova, S. P. Kuznetsov and A. H. Osbaldestin. *Discrete Dynamics in Nature and Society* Vol. 2006, Article ID 74723, p.1

## **О возможной причине высокочастотной модуляции импульса излучения СО лазера**

**Казакевич В.С., Молевич Н.Е., Кренц А.А., Крестин С.В., Венцлавович Т.Э.**

*СТАУ, СФ ФИАН, Самара*

Известно, что импульс излучения электроионизационного СО лазера имеет сложную временную структуру. В частности наблюдаются высокочастотные осцилляции в конце импульса, которые не могут быть объяснены релаксационными колебаниями или влиянием акустических волн. Например, в условиях ряда экспериментов лазерные импульсы имели длительность меньшую 0,1 мс и были нерегулярно промодулированы с периодом порядка 0,005 мс. Акустика на таких временах не успевает проявиться. Кроме того, частота модуляции соответствовала бы длинам звуковых волн много меньшим диаметра трубки и в среднем по сечению резонатора плотность бы не менялась. Процессы каскадной генерации здесь тоже не являются определяющими, так как высокочастотные осцилляции наблюдались в резонаторах с селекцией частоты.

В настоящей работе рассмотрена другая возможная причина модуляции добротности резонатора, связанная с монотонным ростом температуры и соответствующим уменьшением плотности среды во время импульса генерации. Рост плотности среды приводит к росту показателя преломления, поэтому к изменению оптической длины среды. Изменение оптической длины резонатора, в свою очередь, приводит к периодической модуляции добротности. Частота модуляции определена аналитически.

Согласно результатам проведенного численного расчета модуляция добротности, обусловленная нестационарностью плотности среды, действительно приводит к высокочастотным искажениям профиля импульса, качественно похожим на экспериментально наблюдаемые искажения, особенно в конце импульса. Величина глубины модуляции зависит от конкретных лазерных параметров, при больших глубинах модуляции возможно возникновение хаотических пиковых режимов, наблюдаемых в ряде экспериментов. Было проведено исследование структуры получаемого импульса в зависимости от параметров лазерной среды и показано, что рассмотренная модуляция возможна и в других лазерных системах при условии близости найденной частоты модуляции к частоте релаксационных колебаний.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 07-01-96608-р\_Поволжье\_а) и Программы Министерства образования и науки “Развитие научного потенциала высшей школы в 2006-2008 гг”.

## **Механизмы формирования хаотического колебательного режима в модели авторегуляции почечного кровотока в ансамблях нефронов**

**Постнов Д.Э., Павлова О.Н.**

*СарГУ, Саратов*

Почечная авторегуляция кровотока при гипертонии качественно отличается от динамики, наблюдаемой при нормальном артериальном давлении. Результаты экспериментов показали, что структурные элементы почки (нефроны) демонстрируют регулярные колебания давления жидкости в проксимальных канальцах в случае нормы и хаотические - при гипертонии [1]. Однако до сих пор остается открытым вопрос о том, какие именно механизмы приводят к возникновению хаоса? Высказываются две гипотезы, первая из них состоит в том, что хаотическая динамика определяется внутренними связями ансамблей нефронов (в рамках так называемого нефронного дерева). Согласно данной гипотезе, исследование изменений режима авторегуляции следует искать в коллективной динамике структурных элементов почки. Другая гипотеза основана на том, что переход от регулярных колебаний к хаотическим происходит из-за изменений в характеристиках обратной связи. Важность ответа на вопрос о природе хаотических колебаний при гипертонии связан с разработкой лекарственных препаратов – необходимо выявить те изменения в динамике групп нефронов, воздействие на которые могло бы обеспечить желаемый терапевтический эффект.

Попытки разобраться в сложной динамике нефронов предпринимались на основе методов математического моделирования. В частности, в поддержку второй гипотезы в работе [2] была предложена физиологически обоснованная модель одиночного нефрона (система 6 обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка), которая демонстрировала переход к хаосу при изменении управляющего параметра. Ее можно схематично представить в виде двух подсистем: первые 3 уравнения описывают свойства артериол и динамику давления жидкости в канальцах, а следующие 3 уравнения - задержку в реакции системы, возникающую из-за наличия цепи обратной связи. В рамках данной модели сложно анализи-

ровать, чем обусловлено возникновение режима хаотической динамики при повышении артериального давления - свойствами артериол или наличием временной задержки?

В целях ответа на этот вопрос нами был осуществлен переход от рассмотрения взаимной связи к случаю однонаправленной связи подсистем. Мы исключили влияние процессов в петле Генли на свойства артериол и убедились в том, что это не приводит к качественным изменениям режима функционирования. Однако, с точки зрения механизмов, которые описывает проведенная модификация модели, произошло принципиальное изменение: оказывается, что процессы в цепи обратной связи не оказывают принципиального влияния на возникновение хаотических колебаний. Результаты математического моделирования хорошо согласуются с анализом экспериментальных данных (результатами вейвлет-анализа сигналов давления в канальцах нефронов). Таким образом, предположение о роли динамики артериол в возникновении хаотической динамики нефронов при повышенном артериальном давлении подтверждается и в теории и в экспериментах.

1. Holstein-Rathlou N.-H., Leyssac P.P. *Acta Physiol. Scand.* 126 (1986) 333
2. Barfred M., Mosekilde E., Holstein-Rathlou N.-H., *Chaos* 6 (1996) 280

## Хаотические колебания в пьезокерамических системах с ограниченным возбуждением

Печерный В.А.

НТУУ “КПИ”, Киев, Украина

Задача о поведении электроупругих тел в большинстве работ рассматривается в так называемой идеальной постановке. При такой постановке вопрос о влиянии пьезокерамического тела на устройство возбуждения колебаний, например генератор напряжения, не изучается. Однако, изменение электрического поля в задающем генераторе при диссипации энергии может приводить к нерегулярным динамическим режимам, которые обусловлены “чувствительностью” совокупной системы. Это случай ограниченного или неидеального возбуждения, при котором мощность задающего устройства сравнима с излучаемой или потребляемой пьезокерамическим телом энергией при деформациях.

Представленное исследование динамических режимов взаимодействия проводилось на колебательной системе образованной стержневым пьезокерамическим излучателем и электроламповым генератором ограниченной мощности. Такой выбор модельной системы обусловлен тем “ренесансом”, который сегодня переживают аналоговые устройства, обеспечивающие более высокие метрологические характеристики.

Использование новой математической модели [1, 2], которая учитывает неидеальность возбуждения, позволяет выявить хаотические режимы функционирования системы, что невозможно сделать при рассмотрении задачи с идеальным возбуждением.

В работах [1, 2] установлено, что принципиальное условие возникновения детерминированного хаоса в системе заключается во взаимодействии подсистем (генератора и излучателя), а не в их автономных свойствах. Для модельной системы было обнаружено и детально исследовано несколько типов хаотических аттракторов, в том числе и гиперхаотические. Установлены и описаны некоторые сценарии перехода к хаосу, а именно каскад бифуркаций удвоения периода и перемежаемость. Кроме того, обнаружено переход “хаос-гиперхаос”.

Представленное исследование основывается на указанных работах и является их продолжением. Используя изложенную в [1, 2] методику проведения исследования удалось расширить полученные ранее результаты. При изучении динамики системы особое внимание уделялось возникновению и развитию детерминированного хаоса. С этой целью построены карты динамических режимов для некоторых областей значений управляющих параметров. Таким образом удалось установить области периодических режимов, квазипериодических, хаоса и гиперхаоса.

Кроме того показано существование нескольких новых для этой системы типов регулярных и хаотических аттракторов. Речь идет, прежде всего, об возникновении инвариантных торов, которые сменяются соответствующими хаотическими аттракторами. Для указанных аттракторов построены и исследованы их фазовые портреты, сечения и отображения Пуанкаре, спектральные плотности и распределения инвариантной меры, вычислены их фрактальные размерности.

Установлены основные сценарии перехода от регулярных к хаотическим колебаниям. На новых областях значений управляющих параметров выявлены и описаны переходы к хаосу как через перемежае-

мость, так и через каскад бифуркаций удвоения периода. Кроме того, обнаружен ранее не описываемый в литературе для данной системы переход к хаосу через квазипериодические режимы.

1. Krasnopolskaya T.S., Shvets A.Yu. Chaos in vibrating system with a limited power-supply // *Chaos*, 1993, v. 3, 3, p. 387-395.
2. Краснопольская Т.С., Швец А.Ю. Детерминированный хаос в системе генератор - пьезокерамический излучатель // *Нелинейная динамика*, 2006, т. 2, N1, с. 53-73.

## **Стационарные и нестационарные решения нелинейного уравнения акустики колебательно-возбуждённого газа**

**Макарян В.Г., Молевич Н.Е., Порфирьев Д.П.**

*СГАУ, СФ ФИАН, Самара*

В настоящей работе исследована эволюция локализованного акустического импульса в колебательно неравновесном газе с экспоненциальным законом релаксации. Предполагалось, что неравновесное заселение колебательных степеней свободы молекул поддерживается внешним источником.

В данной неравновесной среде возможна инверсия коэффициента второй вязкости и дисперсии. Исходным уравнением являлось общее акустическое уравнение релаксирующей среды, описывающее распространение бегущих в одном направлении акустических возмущений любого спектрального состава в слабодиспергирующей среде с точностью до величин второго порядка малости.

В результате получено, что подобный импульс независимо от его первоначального профиля распадается на стационарные сильно асимметричные импульсы одинаковой формы и амплитуды с экспоненциальным задним фронтом и периодическую волну. Показано, что периодическая волна и импульс являются автоволнами. В зависимости от степени неравновесности формируется либо импульс сжатия, либо импульс разрежения. В пренебрежении сдвиговой вязкостью и теплопроводностью найдено точное аналитическое выражение, описывающее профиль импульса после разрыва.

Найдена связь между скоростью периодической автоволны и её периодом. Исследована также эволюция акустического возмущения в форме ступеньки, описываемая тем же нелинейным акустическим уравнением. В зависимости от степени неравновесности и скорости стационарной волны обнаружены стационарные структуры следующих типов: после разрыва происходит плавное нарастание плотности, после разрыва происходит плавное убывание плотности, разрыв с передней областью разрежения и сложный режим при отрицательном низкочастотном коэффициенте нелинейности, состоящий из ступенькообразной акустической автоволны, амплитуда которой полностью определена параметрами неравновесности среды и соответствует точке пересечения низкочастотной и высокочастотной адиабат, а за ней распространяется стационарная ударная волна разрежения с плавным фронтом. Найденный сложный режим соответствует низкочастотной адиабате, обращённой выпуклостью вверх. Учёт кубичной нелинейности приводит к изменению знака кривизны низкочастотной адиабаты. В этом случае точка пересечения низкочастотной и высокочастотной адиабат может находиться в области, где низкочастотная адиабата уже имеет выпуклость, обращённую вниз. В настоящей работе показано, что здесь существует автоволна, соответствующая режиму Жуге.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-01-96608-р\_поволжье\_a) и Программы Министерства образования и науки "Развитие научного потенциала высшей школы в 2006-2008 гг."

## **Реконструкция ансамбля связанных систем с запаздыванием по временным рядам**

**Прохоров М.Д., Пономаренко В.И.**

*СФ ИРЭ РАН, Саратов*

Задача восстановления нелинейных динамических моделей систем с запаздывающей обратной связью по их хаотическим временным рядам привлекает к себе в последние годы большое внимание. Для ее решения был предложен ряд методов, позволяющих восстановить модельные уравнения для различных классов одиночных систем с запаздыванием [1–3]. Однако проблема реконструкции по временным рядам модельных уравнений ансамблей связанных систем с запаздыванием до сих пор остается неисследованной.

В данной работе предложен метод реконструкции модельных дифференциальных уравнений с запаздыванием для цепочки связанных систем с задержкой по их временным рядам. Метод опирается на закономерности расположения экстремумов во временных реализациях систем с запаздыванием и проецирование бесконечномерного фазового пространства таких систем в подпространства малой размерности. Метод позволяет восстановить времена задержки, параметры инерционности, нелинейные функции и коэффициенты связи систем с запаздыванием, связанных в цепочку, по коротким хаотическим временным рядам при высоких уровнях как аддитивного, так и динамического шума.

Рассмотрены случаи однонаправленной и взаимной связи элементов цепочки. Показано, что методика работоспособна в широком диапазоне изменения коэффициентов связи между системами при различных способах связи систем между собой. Исследованы случаи, когда связанные систем с запаздыванием являются неидентичными, а коэффициенты связи между элементами цепочки различны. Метод не имеет ограничений на число элементов в цепочке. В случае синхронизации диффузионно связанных систем с запаздыванием, возникающей при сильной связи между системами, метод позволяет восстановить параметры локальных элементов, но коэффициенты связи определить не удается.

Эффективность метода продемонстрирована на примере хаотических временных рядов ансамблей связанных систем с запаздыванием, состоящих из связанных уравнений Икеды и Маккея-Гласса, в том числе с добавленным шумом, а также на примере экспериментальных временных рядов связанных радиотехнических генераторов с запаздывающей обратной связью. Метод может быть распространен на связанные системы с запаздыванием высокого порядка и с несколькими временами задержки. Он остается эффективным при наличии дополнительного запаздывания в связи между локальными элементами и при некоторых способах нелинейной связи элементов цепочки, если отвечающий за связь член модельного уравнения не содержит априорно неизвестных функций.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 07-02-00589.

1. Voss H., Kurths J. *Phys. Lett. A* **234** (1997) 336.
2. Bünner M.J., Ciofini M., Giaquinta A. et al. *Eur. Phys. J. D* **10** (2000) 165.
3. Prokhorov M.D., Ponomarenko V.I., Karavaev A.S., Bezruchko B.P. *Physica D* **203** (2005) 209.

## Нелинейный анализ взаимосвязи процессов в тропических широтах Атлантического и Тихого океанов

Козленко С.С.<sup>1,2</sup>, Безверхний В.А.<sup>1</sup>, Карпенко А.А.<sup>1</sup>, Кинлисайд Н.С.<sup>3</sup>, Смирнов Д.А.<sup>4</sup>, Мохов И.И.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт физики атмосферы им. А.М.Обухова РАН, Москва

<sup>2</sup> МФТИ, Москва

<sup>3</sup> Институт морских исследований им.Лейбница, Университет г.Киль, Германия

<sup>4</sup> СФ ИРЭ РАН, Саратов

В геофизических исследованиях ключевой вопрос связан с выявлением причинно-следственных связей между различными процессами по данным наблюдений. Соответствующие методы, развитые в последние годы в нелинейной динамике, часто оказываются значительно более чувствительными к слабым связям, чем традиционные методы типа корреляционного и кросс-спектрального анализа. В данной работе решается задача диагностики взаимосвязи процессов в тропических широтах Атлантического и Тихого океанов с помощью нелинейного анализа причинности по Грейнджеру и моделирования фазовой динамики. Результаты сопоставляются с полученными на основе кросс-вейвлетного анализа, который позволяет выявлять временную динамику характеристик взаимосвязи временных рядов [1].

Для анализа использовались индексы Эль Ниньо - Южного колебания (ЭНЮК) и экваториальной атлантической моды (ЭАМ) по среднемесячным данным HADISST для температуры поверхности океана для периода 1870-2006 гг.: в областях Nino3 (5S-5N, 150W-90W) и Nino3,4 (5S-5N, 170W-120W) в Тихом океане и в области Atlantic3 (3S-3N, 20W-0) в Атлантическом.

Методы, основанные на кросс-вейвлетном анализе и моделировании фазовой динамики, описаны, например, в [1,4]. Количественная характеристика причинно следственной связи по Грейнджеру рассчитывается как улучшение прогноза одного сигнала при учете данных из другого по сравнению с индивиду-

альным прогнозом. Для этого строятся эмпирические авторегрессионные модели вида:

$$x_n = f(x_{n-1}, \dots, x_{n-d_1}, y_{n-1}, \dots, y_{n-d_2}), \quad y_n = g(y_{n-1}, \dots, y_{n-d_1}, x_{n-1}, \dots, x_{n-d_2}),$$

где  $x$ ,  $y$  - два сигнала,  $f$ ,  $g$  - многочлены порядка  $K$ . Величины  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $K$  подбираются по насыщению ошибки прогноза при увеличении этих параметров. В нашем случае оптимальными значениями оказались  $d_1 = 6$ ,  $d_2 = 2$ .

Как с помощью кросс-вейвлетного анализа, так и на основе нелинейного анализа причинности по Грейнджеру, установлено наличие влияния ЭАМ на ЭНЮК. Согласно последнему второму из методов оно характеризуется временем инерционности 2 месяца и значимо на уровне 0.00002. В целом разные методы взаимно дополняют друг друга с точки зрения количественных характеристик взаимодействия между исследуемыми процессами в Атлантическом и Тихом океанах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 05-05-64907, 07-05-00381), программы РАН и NATO Collaborative Linkage Grant 982423.

1. Безверхний В.А. *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*, **37** (2001) 584.
2. Мохов И.И., Смирнов Д.А. *Известия РАН. Физ. атм. и океана*, **42** (2006) 650.

## Переход от состояния недетерминированного хаоса к детерминированному как механизм формирования диэлектрического эха в слабых солевых растворах

И.И. Попов, В.А. Козлов, В.Т. Нигматуллина

МарГУ, Йошкар-Ола

В наших экспериментах последовательное воздействие двух одинаковых импульсов электрического поля на дистиллированную воду или насыщенный раствор NaCl не вызывает формирования диэлектрического эха (ДЭ).

Аналогичное воздействие на 0,84% раствор NaCl, при температурах выше 20, индуцирует диэлектрическое эхо в этом растворе. Как известно, причиной формирования эхо-сигналов, возбуждаемых импульсным внешним воздействием, является неоднородность исследуемой среды, представляющей систему локальных осцилляторов (Манькин Э.А., Самарцев В.В., 1984).

С нашей точки зрения, полученные результаты можно интерпретировать следующим образом.

Дистиллированная вода (ДВ) и насыщенный раствор хлорида натрия (*NaCl*) однородны по составу во всем объеме среды, поэтому диэлектрическое эхо в них не генерируется. Поскольку ДВ состоит только из диполей воды, собранных в тетраэдрическую кристаллическую структуру, а в *NaCl* все кластеры воды заполнены. Тогда как в 0,84% водном растворе хлорида натрия существует, как минимум, четыре вида заряженных устойчивых объектов, имеющих разную массу: свободные диполи воды, тетраэдрические кластеры воды, гидратированные ионы натрия и, по-видимому, не гидратированные при 20С ионы хлора. Все эти объекты в растворе, не подвергшемся воздействию электрического поля, находятся в состоянии стохастического теплового движения в ячеистой структуре воды.

Под воздействием электрического поля на 0,84% раствор *NaCl*, описываемые объекты выстраиваются по силовым линиям. В результате этого поступательное тепловое движение преобразуется в упорядоченное вращательное движение заряженных объектов с возникновением, т. н. токов смещения.

Вследствие этого, после окончания первого импульса, они, в соответствии с законом сохранения импульса, продолжают вращательное движение. При этом они представляют собой систему осцилляторов, сфазированных в момент воздействия возбуждающего импульса. Таким образом, появление токов смещения и сохранение момента импульса обеспечивает фазовую память резонансной среды.

После воздействия второго возбуждающего импульса, согласно теории осцилляторного эха в силу наличия нелинейных свойств резонансной среды в ней происходят процессы, приводящие к восстановлению начальной фазы вращения осцилляторов, заданной первым возбуждающим импульсом и формированию диэлектрического эха.

## Хаотическая динамика однородно намагниченной малой частицы с учётом её формы

Д.В. Вагин, О.П. Поляков

МГУ, Москва

В связи с бурным развитием микро- и нано- технологий, одной из актуальных задач современной физики становится исследование нелинейной динамики магнитных частиц микроскопических и нано размеров. Вопросы, связанные с возможностью управления и предсказания особенностей нелинейной динамики подобных систем, имеют большую важность для прикладных задач по построению низкоразмерных устройств, основанных на взаимодействии магнитных частиц [1]. Исследования, проведенные ранее, продемонстрировали возможность динамической самоорганизации и хаотизации вектора намагниченности во внешнем осциллирующем магнитном поле [2], [3]. Однако эти результаты были получены в рамках моделей не учитывающих форму частиц, то есть справедливы для сферически симметричных магнитных частиц.

В данной работе рассмотрена динамика однородно намагниченной частицы произвольной формы, с учётом одноосной анизотропии, на основе уравнения Ландау-Лифшица с релаксационным членом в форме Гильберта. Частица находится под воздействием внешнего магнитного поля, имеющего переменную и постоянную составляющие, направленные соответственно параллельно и перпендикулярно оси кристаллографической анизотропии. Было установлено, что нелинейная динамика системы существенным образом зависит от формы частицы. Например, при значениях управляющих параметров, указанных в работе [3], для тела сферической формы какая-либо регулярная динамика в системе не реализуется, и траектория фазовой кривой хаотически движется в пределах некоторой области фазового пространства. При вытягивании или сжатии формы вдоль оси кристаллографической анизотропии динамика системы становится детерминированной и характеризуется аттракторами типа двойной и одинарный предельный цикл, в зависимости от степени сжатия или растяжения. При вытягивании или сжатии формы перпендикулярно оси кристаллографической анизотропии наблюдается как регулярная, так и хаотическая динамика. Причем хаотизация системы устанавливается жестким образом, перемежаясь с областями регулярной динамики.

1. Stommel M. *Science* **309** (2005) 1117039
2. Поляков О.П., Поляков П.А. *Радиотехника и электроника* №4 **42** (1997) 464
3. Поляков О.П., Храмов А.Е. *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика* №1 **6** (1998) 10

## Метод парной синхронизации и простая физическая интерпретация существования дискретных бризеров

Джелахова Г.С., Чечин Г.М.

ЮФУ, Ростов-на-Дону

Дискретные бризеры как периодические во времени и локализованные в пространстве колебания в однородных (без примесей) нелинейных гамильтоновых решетках привлекают в последние годы пристальное внимание исследователей. В значительной мере это связано с обнаружением бризероподобных возбуждений в целом ряде физических систем - в молекулярных кристаллах, спиновых решетках, массивах контактов Джозефсона, массивах микромеханических осцилляторов, Бозе-Эйнштейновских конденсатах, находящихся в оптических ловушках и т.д. (см., например обзоры [1,2]). Широко обсуждаются математические модели, в которых предполагается существование дискретных бризеров и в ряде биологических объектов.

Несмотря на доказательства строгих математических теорем о существовании бризерных решений в системах слабо связанных осцилляторов, начиная с пионерской работы [3], и многочисленных вычислительных экспериментов, выполненных с высокой степенью точности, физическая интерпретация возможности существования точных дискретных бризеров в литературе до настоящего времени не обсуждалась. В нашей работе [4] уже поднимался вопрос о причинах существования дискретных бризеров и отмечалось, что большинство динамических объектов, традиционно трактуемых как дискретные бризеры, на самом деле, являются лишь квазибризерами, для которых характерна пространственная локализация при отсутствии строгой периодичности во времени. Действительно, обычно существует как некоторый разброс частот колебаний отдельных частиц, принимающих участие в бризерном колебании, так и временной дрейф частоты колебаний любой отдельно взятой частицы рассматриваемой решетки.

В настоящей работе, которая является продолжением работы [4], предлагается некоторый новый метод построения точных бризерных решений, названный методом парной синхронизации, и на его основе дана простая физическая интерпретация существования точных дискретных бризеров. Более того, с помощью этого метода показана возможность существования дискретных бризеров нового типа, для которых характерно, что отдельные частицы решетки совершают колебания с разными, но соизмеримыми частотами. Применение метода парной синхронизации иллюстрируется на примере решетки связанных осцилляторов Дуффинга и некоторых других нелинейных решеточных моделей.

1. S. Aubry, *Physica D* **216**, 1 (2006).
2. S. Flach and C. R. Willis, *Phys. Rep.* **295**, 181 (1998).
3. R.S. MacKay and S. Aubry, *Nonlinearity* **7**, 1623 (1994).
4. G.M. Chechin, G.S. Dzhelauhova, and E.A. Mehonoshina, *Phys. Rev. E* **74**, 036608 (2006).

## О воздействии шума на систему с гиперболическим хаосом: численное наблюдение “затенения” траекторий

Жалнин А.Ю., Кузнецов С.П.

СФ ИРЭ РАН, Саратов

В настоящей работе численно исследуется действие шума на потоковую систему с гиперболическим хаотическим аттрактором типа Смейла-Вильямса, предложенную в работе [1]:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (A \sin 2\pi t/T - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \sin \omega_0 t + D\xi(t), \\ \ddot{y} - (-A \sin 2\pi t/T - y^2)\dot{y} + 4\omega_0^2 y &= \varepsilon x^2 + D\xi(t).\end{aligned}$$

Модельная система представляет собой пару связанных осцилляторов Ван-дер-Поля с базовыми частотами колебаний, отличающимися вдвое, с параметрами возбуждения, медленно и противофазно модулирующимися во времени, и с особым типом связи между осцилляторами. При этом обеспечивается эстафетная передача фазы колебаний, так что эволюция фазы за один период модуляции описывается отображением Бернулли, как в известной дискретной модели Смейла-Вильямса. На систему действует гауссов белый шум ( $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t) \xi(t - \tau) \rangle = \delta(\tau)$ ), параметр амплитуды которого можно варьировать в значительных пределах. Продемонстрировано численными расчетами, что для любой траектории системы с шумом можно подобрать траекторию системы без шума, такую, что она будет приближена к зашумленной траектории на сколь угодно длительном интервале времени (т.н. “затеняющая” траектория [2]). Подбор траектории осуществляется путем малых вариаций соответствующей ей начальной фазы. При этом среднее расстояние между траекторией системы с шумом и затеняющей её траекторией системы без шума не зависит от длины рассматриваемого временного интервала, то есть экспоненциальное разбегание этих хаотических траекторий отсутствует! Среднее расстояние между ними зависит лишь от параметра амплитуды шума  $D$ , и эта зависимость имеет линейный характер при вариации параметра в пределах  $D \in [0.0, 0.1]$ . Проведенный расчет значений полного спектра ляпуновских экспонент системы для разных амплитуд шума показывает, что эти значения слабо зависят от уровня шума, действие которого существенно проявляется лишь при амплитуде  $D \sim 0.5$ .

Наблюдаемое поведение хорошо согласуется с математическими результатами относительно действия шума на гиперболический аттрактор [3].

Работа выполнена при поддержке грантов CRDF (BRHE REC-006 ANNEX BF4M06 APPENDIX 10, Y2-P-06-16) и РФФИ-ННИО (грант 04-02-04011).

1. S.P. Kuznetsov. *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 144101.
2. R. Bowen. *Amer. J. Math.* **92** (1970) 725-747.
3. Ю.И. Кифер. *ИАН СССР. Сер. Матем.* **38** (1974) 1091.



## Иерархия шумовых фазовых переходов в модели конкуренции в распределенных средах с флуктуирующей компонентой скорости прироста ресурса

Курушина С.Е., Максимов В.В.

СГАУ, Самара

Исследуется модель конкуренции двух видов экологических сообществ за общий ресурс, описываемых уравнениями типа Лотки - Вольтерры, учитывающими подвижность особей слабого вида и флуктуации ресурса в пространстве и во времени. Соответствующая модели система уравнений имеет вид [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} &= (BM - A)N \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= (bM - a)n + D\Delta n \\ \frac{\partial M}{\partial t} &= Q - GM - CN - cn + f(\vec{r}, t) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $N$ ,  $n$  – плотности численностей сильного и слабого вида,  $M$  – плотность пищи;  $A$ ,  $a$  ( $B$ ,  $b$ ) – коэффициенты естественной убыли (прироста) видов;  $Q$  – скорость роста пищи;  $c$ ,  $G$  – коэффициенты ее потребления;  $G$  – коэффициент естественного распада пищи. Слагаемое  $D\Delta n$  учитывает подвижность особей слабого вида. Случайная сила  $f(\vec{r}, t)$  задает пространственные и временные гауссовы флуктуации плотности пищи с корреляционной функцией:  $\langle f(\vec{r}, t)f(\vec{r}', t') \rangle = 2G \Theta \exp(-k_f |\vec{r} - \vec{r}'|) \delta(t - t')$ .

В данной работе влияние флуктуаций на возникновение фазовых переходов исследуется аналитически с использованием концепции параметра порядка. Исследование проводится на основании методов, развитых Г. Хакеном в работе [2]. С точностью до слагаемых третьего порядка малости по амплитудам неустойчивых мод включительно, получена система уравнений для медленно меняющихся амплитуд мод, суперпозиция которых является решением системы (1). Считая, что неустойчивость раньше всего возникает при некотором  $\vec{k} = \vec{k}_c$ , из полученной системы уравнений адиабатически исключаются устойчивые моды. В результате получены уравнения для неустойчивых мод (параметров порядка).

Произведен численный анализ системы (1). Показано, что в зависимости от значений коэффициента диффузии, нехватки ресурса для увеличения численности слабого вида в стационарном состоянии в отсутствие флуктуаций и их интенсивности система (1) допускает три различных типа стационарных решений: классическое решение, соответствующее исчезновению слабого вида; решение, соответствующее явлению критического перехода типа “заселения среды”, которое качественно согласуется с результатами работы [1]; и новый тип решений, соответствующий установлению стационарного состояния, при котором средняя по объему плотность численности слабого вида больше средней по объему плотности численности сильного вида. В этой области параметров происходит “инверсия” классического решения, при которой слабый вид становится сильным а, тот, кто был сильным в отсутствие флуктуаций, вымирает. Таким образом, в системе (1) существуют, по крайней мере, два фазовых перехода, обусловленных наличием флуктуаций.

Рассмотренная выше модель имеет весьма широкую область применения. Полученные в работе закономерности, касающиеся поведения системы (1) во внешних случайных полях являются весьма общими и следует ожидать их проявления и в других системах. Конкретная интерпретация результатов при этом зависит от характера рассматриваемой системы.

1. Михайлов А.С., Упоров И.В. Критические явления в средах с размножением, распадом и диффузией. Успехи физических наук, т.144, вып. I, 1984, С.79-112.
2. Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. С. 406.

## О конструктивной роли шума при передаче информации

Короновский А.А., Москаленко О.И., Храмов А.Е.

СарГУ, Саратов

Использование хаотической синхронизации для скрытой передачи информации является актуальной задачей нелинейной динамики [1,2]. Начиная с 1992 года в литературе предложено достаточно большое число способов скрытой передачи данных. Большая часть из них основана на явлении полной хаотической синхронизации (хаотическая маскировка, переключение хаотических режимов, нелинейное подмешивание, модулирование управляющих параметров и др.) [2,3]. Существуют также попытки использования обобщенной [4] и фазовой синхронизации для этих целей [5]. Иногда для повышения конфиденциальности

передаваемой информации используют несколько типов синхронного поведения одновременно (например, обобщенную и полную хаотическую синхронизацию) [4,6].

Одним из принципиальных недостатков всех вышеперечисленных способов скрытой передачи данных является низкая устойчивость к шумам, появляющимся, в первую очередь, в канале связи. При превышении интенсивности шума некоторого порогового значения, сравнимого с естественными шумами и искажениями, все известные системы передачи информации становятся неработоспособными.

В представленном докладе предлагается новый способ скрытой передачи информации, обладающий значительной устойчивостью к шумам. Более того, для обеспечения дополнительной маскировки сигнала, содержащего полезную информацию, на передающей стороне канала связи находится дополнительный генератор шума. Способ основан на совместном использовании режимов обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, что позволяет преодолеть также ряд других недостатков, присущих всем известным способам скрытой передачи данных: требование высокой степени идентичности генераторов на различных сторонах канала связи (что является следствием использования обобщенной синхронизации), а также повысить его конфиденциальность (за счет наличия генератора шума).

Принципиальные достоинства предложенного метода по сравнению с известными ранее проиллюстрированы путем численного моделирования однонаправленно связанных систем Ресслера, выбранных в качестве генераторов передающего и принимающего устройств. Количественные оценки влияния шумов на эффективность известных способов скрытой передачи информации выявили неограниченную в реальных пределах устойчивость к шумам, а следовательно, и конструктивную роль шума при передаче информации предложенным в докладе способом.

Работа выполнена при поддержке программы “У.М.Н.И.К.” (проект N 7763).

1. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. Физматлит, Москва, 2002.
2. Yang T. *Int. J. of Computational Cognition* **2** (2004) 81–130
3. Rulkov N.F., Vorontsov M.A., Illing L. *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 277905
4. Terry J., VanWiggeren G. *Chaos, Solitons and Fractals* **12** (2001) 145–152
5. Chen J.Y., Wong K.W., Cheng L.M., Shuai J.W. *Chaos* **13** (2003) 508–514
6. Murali K., Lakshmanan M. *Phys. Lett. A* **241** (1998) 303–310

## Estimation the coupling properties and optimal switching signal in the system of stochastic excitable elements

Polovinkin A.V., Kryukov A.K.

*Nyzhny Novgorod State University, Nyzhny Novgorod*

We consider the problem of estimation both the coupling properties and the optimal signal leading to activation excitable neural or cardiac cells and minimization signal's energy. The actuality of stated problem follows from information-processing and medical applications.

It is known that real biophysical systems exist in noisy environment [1]. In this report we propose the method of reconstruction coupling properties and quasi-optimal switching signal using simultaneous registration time series of variables and noise preceding the activation events. By examples of FitzHugh-Nagumo, Hodgkin-Huxley and Luo-Rudy models it is proofed that noisy signal obtained by the averaging of these time series can be improved by numerical smoothing or by the method of spectral refinement utilizing voltage variable's spectrum.

Using auxiliary Hamiltonian system [2] by the example of the isolated FitzHugh-Nagumo model it is explained theoretically that although the voltage time-dependence, as well as the trajectory in phase space for the optimal and reconstructed signals are sufficiently different, the reconstructed signal in the small-noise case slightly differs from the optimal one.

The quasi-optimality of obtained signal is proofed by using numerical gradient optimization method.

The work was supported by RFBR-NSC, project 05-02-90567, RFBR-MF project 05-02-19815 and RFBR project 06-02-16596.

1. White, J.A., Rubinstein J. T., and A. R. Kay A. R. *Trends Neurosci.* **23(3)** (2000), 131.
2. Maier R.S., Stein D.L. *SIAM J. Appl. Math.* **57(3)** (1997) 752.

## Construction of empirical model of a limb motion during Parkinsonian tremor

Sysoev I.V.<sup>1</sup>, Smirnov D.A.<sup>2</sup>, Bezruchko B.P.<sup>1,2</sup>, Barnikol U.<sup>3</sup>, Tass P.A.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Saratov State University, Saratov, Russia

<sup>2</sup>V.A. Kotel'nikov Institute of RadioEngineering and Electronics of RAS, Saratov Branch, Saratov

<sup>3</sup>Institute of Medicine, Research Center Juelich, Germany

*Introduction.* Investigation of pathological tremor of a human limb is the task of significant importance since it provides better understanding mechanisms of some severe diseases such as a Parkinson's disease. Despite the numerous results achieved using as traditional medical methods as methods of mathematical statistics and nonlinear dynamics the understanding of Parkinsonian tremor mechanisms is not yet attained. We hope that progress in problem solution is possible based on methods of reconstruction of motion equation from experimental data directly.

*Method.* In work presented model equations are obtained from signals recorded with an accelerometer attached to the back surface of a patient's arm. Those signals include intervals of Parkinsonian tremor (high-amplitude regular oscillations with a frequency of 4–5 Hz) and “normal” tremor (low-amplitude oscillations). The models are constructed from different time intervals. By investigating the model dynamics, we aim at finding out the character of the Parkinsonian tremor phenomenon: whether it is a resonance in a dissipative system under regular external driving, self-sustained oscillations, or noise-induced oscillations [1]. Moreover, we determine character of changes which take place during transition from a “normal” regime to pathological one.

*Results.* It is revealed that quantitative characteristics of Parkinsonian tremor agree with hypotheses of self-sustained oscillations or noise-induced oscillations [2] while no signs of a regular external driving are detected. Nonlinearity of the oscillations does not manifest itself in a “normal” regime, but it is significant during Parkinsonian tremor epochs. The transition from a “normal” tremor to Parkinsonian one looks like the change in parameters of the “peripheral” oscillatory system, which refines its resonant properties, and amplification of noise influencing the system.

*Discussion and conclusions.* The models obtained reflect many dynamical features but they are not perfect. To check more sophisticated model forms is necessary. The analysis presented allows to assume that the cause of Parkinsonian tremor is the influence of the brain on effective parameters of the “periphery” rather than periodic excitation of muscles by the brain signals. Based on the results presented, one can select adequate methods for the analysis of interaction between the brain and the periphery with the purpose to detect pathologic areas in the brain (if such areas do exist).

*The work is supported* by Russian Foundation for Basic Research (grants 05-02-16305 and 07-02-00747) and Presidium of RAS program “Fundamental science to medicine”.

1. Timmer J., Haussler S., Lauk M., Lucking C.-H. Pathological tremor: deterministic chaos or nonlinear stochastic oscillators? // Chaos. - 2000. - V.10. - No.1. - P.278-288.
2. Pikovsky A.S., Kurths J. Coherence Resonance in a Noise-Driven Excitable System // Physical Review Letters. - 1997. - V.78. - No.5. - P.775-778.

## Спайк-берстовые колебания в модели нейрона с дискретным временем

Л.В. Вдовин, В.И. Некоркин

ИПФ РАН, Нижний Новгород

Моделирование динамических процессов происходящих в нейронных системах представляет сложную задачу, для эффективного решения которой нужны сравнительно простые модели, адекватно описывающие ключевые свойства нейрона. В последнее время большое внимание исследователей привлекают феноменологические модели в виде нелинейных точечных отображений [1].

В работе предлагается новая модель, описывающая хаотические спайк-берстовые колебания нейронов, заданная в виде отображения  $(x, y) \rightarrow (\bar{x}, \bar{y})$ , где

$$\begin{aligned}\bar{x} &= x + F(x) - y - \beta H(x - d) \\ \bar{y} &= y + \varepsilon(x - J).\end{aligned}\tag{1}$$

Переменная  $x$  - качественно описывает динамику мембранного потенциала нервной клетки,  $y$  - “восстанавливающая” переменная,  $H(x-d)$  - функция Хевисайда, а функция  $F(x)$  и имеют вид

$$F(x) = x(x-a)(1-x), \quad 0 < a < 1, \quad (2)$$

Параметр  $\varepsilon$  определяет характерный временной масштаб изменения переменной  $y$ , параметр  $J$  контролирует уровень деполяризации мембраны, а параметрами  $\beta$  и  $d$ , связаны свойства берстовых колебаний.

Изучена динамика системы в приближении малого параметра  $\varepsilon$ . При этом в системе присутствует два размерных масштаба времени и скорости, так называемые “быстрые” и “медленные” движения. Выделены значения параметров, при которых в системе возникает хаотический аттрактор, структура которого определяется свойствами одномерного отображения типа Лоренца [2] и динамикой медленной переменной. Методом построения инвариантной области показано существование аттрактора для конечных значений параметра  $\varepsilon$ , вычислена его фрактальная размерность.

Установлено, что предложенная модель может описывать и другие режимы нейронной активности, в частности, режим генерации подпороговых колебаний, периодическую генерацию потенциалов действия и режим генерации импульсов с хаотически меняющимся межимпульсными интервалами. Также модель позволяет описывать возбудимые свойства нейронов.

Таким образом, несмотря на сравнительно простую структуру, модель описывает важнейшие режимы нейронной активности и может быть использована в качестве базового элемента для изучения динамики нейроподобных сетей.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 06-02-16137) и гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-7309.2006.2).

1. N.F. Rulkov. Modeling of spiking-bursting neural behavior using two-dimensional map. *Phys. Rev.E*, **v.65**, (2002) 0.41922 .
2. V.S. Afraimovich, Sze-Bi Hsu Lectures on Chaotic Dynamical Systems, American Mathematical Society. Int. Press, 2003)

## **Кинетические механизмы дестабилизации роста и деполимеризации микротрубочек**

**Катруха Е.А., Гурия Г.Т.**

*МФТИ, Москва*

В докладе с позиций теории диссипативных структур рассмотрены динамические неустойчивости и критические явления, свойственные элементам клеточного цитоскелета — тубулиновым микротрубочкам.

Проведен анализ кинетических реакционно-диффузионных и преципитационных механизмов, ответственных за рост и деполимеризацию микротрубочек. Построена феноменологическая модель, описывающая ключевые эффекты, свойственные динамике тубулиновых волокон.

Установлено, что параметрическая диаграмма состояния тубулинового цитоскелета содержит области, отвечающие устойчивым стационарным, нестационарным и метастабильным состояниям.

Продемонстрировано, что переходы в рассматриваемой системе от стационарных режимов к нестационарным происходят в соответствии с общим, установленным Андроновым, механизмом рождения предельных циклов в результате подкритических и закритических бифуркаций. Обнаружена бифуркация удвоения предельного цикла.

Дана классификация воздействий на цитоскелет, используемых для подавления клеточного деления, на четыре типа. Обсуждается проблема взаимной сочетаемости цитостатических воздействий разных типов для эффективного подавления трепетаний тубулиновых волокон.

Показано, что неустойчивости в динамике микротрубочек могут рассматриваться как крупномасштабные околокритические флуктуации свойственные неравновесным кинетическим переходам.

Обсуждается взаимная обусловленность тубулиновых концентрационных автоволн и трепетаний микротрубочек, по сути выступающих в качестве преципитационных сингулярных структур, в окрестности критических состояний.

## Хаос в модели центробежного воздушного фильтра

Асланов А.М., Гергега А.Н., Лозовский Т.Л.

*Одесская государственная академия холода, Одесса, Украина*

Воздушные центробежные фильтры с обратными связями (ФОС) представляют собой конструкцию из последовательно соединенных криволинейных каналов постоянного сечения, в каждом из которых запылённый воздушный поток движется по дуге окружности. Очистка запыленного воздушного потока в ФОС осуществляется слоями пыли, циркулирующими по равновесным круговым орбитам. В этих слоях частицы коагулируют и под действием центробежной силы переходят на более «высокие» орбиты (в пылевые потоки других каналов) и выводятся из фильтра.

В развитие предложенной в [1] модели стохастической системы, описывающей циркуляцию хаотического потока по трем взаимосвязанным параллельным каналам, исследуется «бифуркация» алгоритма итерационной процедуры. Его модификация заключается в последовательном учёте в текущей итерации изменений переменных при определении других.

Функционирование фильтра рассматривается как эволюция трехуровневой динамической системы в фазовом пространстве состояний каналов и описывается с помощью системы итерационных уравнений, где  $x, y, z$  – динамические переменные, определяющие количество частиц на уровнях,  $k_{ij}$  – коэффициенты, характеризующие взаимодействие уровней,  $p, q, r$  – распределяющие коэффициенты,  $x_{in}$  – количество входящих частиц, причём,  $\{x, y, z\} \in R$ ,  $\{k_{ij}\}$  и  $\{p, q, r\} \in (0, 1)$ .

Наличие в системе двух групп коэффициентов  $k_{ij}$  и  $p, q, r$  объясняется её инженерным происхождением и имеет конкретную физическую интерпретацию.

Исследование модели показало, что при достаточно малом значении управляющего параметра система имеет стационарное решение, получаемое аналитически. В модели возможны два варианта возникновения хаоса: в первом – после периодического режима возникает ситуация, аналогичная бифуркации Хопфа, приводящая к возникновению квазипериодического режима перехода к хаосу, во втором – возникает каскад бифуркаций удвоений периода, и реализуется сценарий Фейгенбаума. При этом в фазовом пространстве наблюдаются аттракторы, состоящие из  $2n$  точек. При определённых значениях параметров хаотический режим в системе не возникает, при других – возможен режим перемежаемости. В модели исследуются возникающие хаотические режимы, соответствующие аттракторы, их типы и свойства.

1. Асланов А.М., Гергега А.Н., Лозовский Т.Л. Две модели стохастических процессов в центробежных фильтрах с обратными связями. *ЖТФ* 6 (2006) 134135

## Ultrawideband chaotic communications and statistical properties of multipath channels

Kuzmin L.V., Morozov V.A., Starkov S.O.

*Institute of Radioengineering and electronics of RAS, Moscow*

At present there are some approaches to develop the communication systems, based on ultrawideband information carriers. Along with OFDM [1] and ultra-short pulse [2] technologies, the ultra wideband direct chaotic communication (UW DCC) technology was proposed [3, 4]. It is based on the chaotic signals, generated directly in UH frequency band. Chaotic radio pulses – fragments of ultrawideband chaotic signal – are used as information carriers.

The indoor communication systems, using low power levels at short distances may be considered as promising application field of UW DCC. But such solutions result in multi-path problem due to numerous indoor reflections. Experimental investigations carried out by a number of research labs allowed to form multi-path channel models CM1...CM4 [5]. These models give estimates of the main channel characteristics for various situations (presence or absence of the direct beam, typical distance, etc). The multipath channel is statistically presented as a multitude of the beams with random values of amplitudes and random delay times. The models correspond to various distances and typical propagation conditions: Line of Sight for CM1 and Non-line of Sight for CM2...CM4.

The report is devoted to investigation of possible receiver of ultrawideband chaotic signals, propagating under indoor multipath conditions. We describe the corresponding channel model, propose some possible receiver techniques and estimate the quality of the proposed algorithms from the point of view of bit-error ratio (BER). So if we know the channel impulse response (for example by measuring in preliminary experiments) it is possible to analyze the input stream of chaotic radio pulses and to make a decision about input information bits.

The analysis of BER distributions vs ensemble of channels (number of impulse channel characteristics, generating in assumption of model CM1...CM4) is carried out.

At whole our investigation confirms that indoor multi-path propagation can seriously complicate the receiver of the chaotic signals. Even for more or less well propagating channel, line of sight model, the level of BER is about  $10^{-3} \div 5 \times 10^{-4}$  at 110 Mbps bit rate. However it was shown that if a little lower bit rate is acceptable the situation may be improved by a decrease of duty cycle (that leads to lower data rate) without significant complication of receiver.

1. Batra, J. Balakrishnan, A. Dabak etc. *TI Physical Layer Proposals for IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Networks (WPANs)*, May 2003.
2. Win M.Z., Scholtz R, Barnes M.A. *In Proc. of IEEE Int. Conf. On Comm.* (1997) PP.55-60.
3. Dmitriev A.S., Kyarginsky B. Ye., Maksimov N.A., Panas A.I., Starkov S.O. *Radiotekhnika* **25** (2000), PP. 9–20. (In Russian).
4. Dmitriev A.S., Kyarginsky B.Ye., Panas A.I., and Starkov S.O. *Int. J. Bifurcation and Chaos* **13**, (2003), 6, PP. 1495-1507.
5. Channel Modeling Sub-committee Report Final. November 2002. IEEE P802.15 Working Group for Wireless Personal Area Networks (WPANs).

## Некоторые свойства климатического аттрактора по данным палеореконокструкций, инструментальным и спутникового мониторинга

Астафьева Н.М.

ИКИ РАН, Москва

Климатическая система Земли формируется в результате сложных нелинейных взаимодействий взаимосвязанных геосфер планеты (атмо-, океано-, крио-, литосфера, поверхность континентов, а также их гидро- и биосфера, а теперь уже и антропосфера). Очень сложные по структуре, но не обязательно хаотические процессы в системе океан—атмосфера охватывают огромный диапазон временных и пространственных масштабов. Такие процессы адекватно описываются не одной динамической системой (хаотической или нехаотической), а иерархией динамических систем. С этим хорошо согласуются особенности процесса тропической зоны ЮКЭН (Южное Колебание — Эль-Ниньо), обнаруженные автором ранее: ЮКЭН может быть композицией стохастической и ряда регулярных компонент.

В настоящей работе представлены результаты анализа долговременных рядов, характеризующих климатические изменения в разных диапазонах временных масштабов. Данные получены в результате палеореконокструкций и наблюдений в инструментальную эпоху (наземных или спутникового мониторинга). Методики анализа основаны на математическом аппарате вейвлет—преобразования и идеях теории нелинейных динамических систем. Основное внимание уделялось изучению структуры спутниковых данных. В ИКИ РАН по данным микроволнового спутникового мониторинга Земли сформирована уникальная многолетняя база глобальных радиотепловых полей планеты GLOBAL-Field. Хорошее пространственно—временное разрешение (25–50 км по поверхности, 2 полных поля в сутки) делает поля пригодными для анализа термодинамических атмосферных процессов в диапазонах масштабов от суток до 10 лет и от сотен километров до планетарных, т.е. в контексте климатических исследований.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ 06-05-64276-а.

## Генерация хаоса в автоколебательной системе с полевым транзистором в качестве активного элемента

Григорьев Е.В., Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Кузьмин Л.В.

ИРЭ РАН, Москва

Генераторы хаотических колебаний на основе твердотельных активных элементов исследуются и применяются с начала восьмидесятых годов. Так, например, хорошо известны генераторы хаоса на биполярных транзисторах [1-3].

Однако, в связи с переходом основных производителей современной микроэлектроники на КМОП-технологии, предпочтительнее использовать полевые транзисторы, которые являются типичным элементом, применяемыми в этой технологии. В связи с этим, разработка генераторов хаоса на полевых транзисторах чрезвычайно актуальна.

Предлагается модель генератора хаоса с полевым транзистором в качестве активного элемента. Исследуется математическая и схемотехническая модель, учитывающая внутреннее строение транзистора, температурные и частотные эффекты. Анализируются бифуркационные явления, включая механизмы перехода к хаосу. Выводятся соотношения подобия, позволяющие масштабировать частотный диапазон хаотической генерации и использовать транзисторы с разной крутизной вольтамперной характеристики. Исследуется возможность реализации генераторов хаотических колебаний радио- и СВЧ-диапазонов на основе полевого транзистора.

1. Дмитриев А. С., Иванов В. П., Лебедев М. Н. // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. N 5. С. 1085
2. Kennedy M. P. // IEEE Trans. Circuits Syst. I. 1994. V. 41. P. 771.
3. Ефремова Е.В., Атанов Н.В., Дмитриев Ю.А. // Известия ВУЗов. Прикладная нелинейная динамика. 2007. Т. 15. №1. С.23.

## Biological motivated neural oscillator networks

**Grushevskaya H.V.**

*Belarusan State University, Minsk, Belarus*

Biological motivated oscillatory neural networks such as Kuramoto's neuron network, network from one and four dimensional oscillatory models of Hodgkin-Huxley neuron, an averaging neural dynamics based on MEG-data for human brain are discussed in some details. Models of biological neurons, network of one dimensional Hodgkin-Huxley neurons, classical oscillatory neural networks, quantum oscillatory neural networks, and super-symmetric oscillatory neural networks were examined.

According to MEG-data an averaging neural dynamics for human brain can be described by magnetic symmetric and antisymmetric neural fields. We assumed that the coordinate part of  $g_{\pm}(x)$  for neural field consists from uniform solution and one spatial mode and obtained Kuramoto's neuron network in this limit.

We proposed the oscillatory model of Hodgkin and Huxley's neuron in autowave approximation. We demonstrated that neuron's oscillatory model are transformed to a system of equations leading to the form of "matrix" Schrödinger equation. This quantum model of neuron composes from two oscillators – symmetric and antisymmetric one as it should be according to considered MEG-data. We examined the following quantum neural network

$$\frac{d^2 X_i^{\pm}}{dt^2} + \{\omega_i^2 + F^2 \sin^2 H_{ij} \pm F(\beta + A\gamma \cos(\gamma t)) \cos H_{ij}\} X_i^{\pm} = 0, \quad i, j = 1, 2; \quad i \neq j. \quad (1)$$

where parametric (phase) interaction of pairs from symmetric and antisymmetric nonlinear oscillators is defined by the function  $H_{ij}$  of the form

$$H_{ij} = \pi/2 + \beta t + \phi_{ij}^+ + \sigma \phi_{ij}^- + A \sin \left( \gamma t - \arctan \frac{\omega_i X_i^+}{X_i^{+'}} \right). \quad (2)$$

Numeric simulations of an ensemble of pair from symmetric and antisymmetric nonlinear oscillators showed additional quantization as a quantization of the region where synchronized solution takes place, that the last means much more accurate tuning for recognizing pattern on respect to classical oscillatory neural networks. The discreteness of frequency tuning range allows us to tell on possibility of the development of quantum oscillatory neural networks with high selectivity for the purposes of image recognition.

Thus, the analysis performed has demonstrated the conditions for realization of locked mode regimes in the system of phase neurons modeled by quantum oscillators as pairs from symmetric and antisymmetric nonlinear oscillators. The absence of eigenfrequency condensation effect and the existence of quantized frequency tuning range allow to build up effective learning algorithms.

## Pattern recognition in a layered architecture of synaptically coupled spiking neurons

Kazantsev V.B., Pimashkin A.S., Simonov A.Yu.

IAP RAS, Nyzhny Novgorod

A two-layer model of synaptically coupled neuronal oscillators is considered. Due to the non-local architecture of the inter-layer synaptic coupling based on Hebbian learning rule the model is capable to recognize input information patterns according to the alphabet of initially memorized patterns. The information is encoded using relative phase of the neuronal spikes. An information pattern represents a certain space distribution of in-phase and anti-phase oscillatory clusters that can be set and sustained due to force phase locked synchronization effect.

## Dynamic Properties of a Circle of Three Unidirectionally Connected Oscillators

Glyzin S.D.

Yaroslavl State University, Yaroslavl

The feasibility of the general idea of designing circular chaotic oscillators is illustrated by considering the scalar nonlinear equation

$$\ddot{u} + \varepsilon \dot{u} + u = f(u, \dot{u}), \quad (1)$$

where  $|\varepsilon| \ll 1$ , the function  $f(u, v) \in C^\infty$  is expanded in a Taylor series about zero:  $f(u, v) = a_1 u^2 + a_2 uv + a_3 v^2 + b_1 u^3 + b_2 u^2 v + b_3 uv^2 + b_4 v^3 + \dots$ . The basic assumption made about this equation is that

$$\operatorname{Re} d < 0, \quad (2)$$

where  $d = (a_2(a_1 + a_3) + b_2 + 3b_4)/2 - i(10a_1(a_1 + a_3) + 4a_3^2 + a_2^2 + 9b_1 + 3b_3)/6$ .

It is well known that, under condition (2), the trivial solution to Eq. (1) is exponentially stable when  $\varepsilon > 0$  and bifurcates into a stable cycle with an amplitude on the order of  $\sqrt{\varepsilon}$  when  $\varepsilon < 0$  and  $|\varepsilon| \ll 1$ . We assume that each of the attractors involved is globally stable. Note that Eq. (1) serves as a mathematical model for a wide class of self-oscillators with lumped parameters.

For a circular oscillator, we considerate simplest case of three partial oscillators. As a result, we obtain the system

$$\ddot{u}_j + \varepsilon \dot{u}_j + u_j + \mu g(u_{j-1}) = f(u_j, \dot{u}_j), \quad j = 1, 2, 3, \quad (3)$$

where  $u_0 = u_3$  and the connection function  $g(u) \in C^\infty$  is such that  $g(0) = 0$ ,  $g'(0) = 1$ , and  $g(u) \rightarrow 0$  as  $|u| \rightarrow \infty$ . The parameter  $\mu > 0$  is assumed to be small and satisfy the relation  $|\nu| \ll 1$ ,  $\nu = \varepsilon/\mu$ . Self-oscillatory modes of system (3) are sought in the form of formal series in integer powers of  $\sqrt{\mu}$ :

$$u_j = \sqrt{\mu} u_{j,1}(t, s) + \mu u_{j,2}(t, s) + \mu^{3/2} u_{j,3}(t, s) + \dots, \quad j = 1, 2, 3, \quad (4)$$

where  $s = \mu t$ , all  $u_{j,k}$  ( $k \geq 1$ ) are  $2\pi$ -periodic functions of  $t$ ,  $u_{j,1} = z_j(s)e^{it} + \bar{z}_j(s)e^{-it}$ ,  $j = 1, 2, 3$ . For determining  $z_j$  we obtain the system

$$\frac{dz_j}{ds} = -\frac{1}{2}\nu z_j + \frac{i}{2}z_{j-1} + d|z_j|^2 z_j, \quad j = 1, 2, 3, \quad (5)$$

where  $z_0 = z_3$ . For this system we have the following standard correspondence result.

**Theorem** Assume that system (5) for  $\nu = 0$  has a self-similar cycle  $z_j(s) = z_j^0 e^{i\sigma t}$  (torus) that is exponentially orbitally stable or dichotomic. Then, there are sufficiently small positive numbers  $\mu_0$  and  $\nu_0$  such that, for all  $\varepsilon$ ,  $\mu$ :  $0 < \mu \leq \mu_0$  and  $|\varepsilon|/\mu \leq \nu_0$ , original system (3) has a cycle (two-dimensional invariant torus) with the same stability properties and with the asymptotics given by formula (4).

A numerical analysis of system (5) shows that, for suitably chosen parameters, it can have a stable self-similar cycle or torus.

The main result is as follows. System (5) has a chaotic attractor for all sufficiently large (in modulus) values of the parameter

$$c = -\operatorname{Im} d / \operatorname{Re} d.$$

Additionally, we show that original system (3) can also have an attractor in this case.



## Локализованные структуры нейронной активности в двумерной модели ФитцХью-Нагумо

Дмитричев А.С., Некоркин В.И.

ИПФ РАН, Нижний Новгород

Для многих нейронных систем характерно образование пространственно локализованных структур активности. Такая структура представляет собой уединенное образование нейронов находящихся в состоянии генерации потенциалов действия на фоне других нейронов, демонстрирующих состояние относительного покоя. Локализованные структуры, например, возникают в оливо - мозжечковой системе, отвечающей за контроль и координацию движений, в ансамбле нейронов со свойством последеполяризации в системе краткосрочной памяти и др. [1,2]. Поэтому исследование механизмов формирования и распространения локализованных структур активности играет важную роль в нейродинамике.

В настоящей работе рассматриваются процессы формирования и распространения локализованных структур активности в решетке электрически связанных нейронов ФитцХью-Нагумо [3]. Простейшему локализованному состоянию данной системы отвечает структура в виде плоского бегущего импульса. Установлены параметры, при которых такие структуры существуют. Заметим, что они ограничены только в одном направлении (продольном к распространению импульса). Обнаружен и другой класс локализованных образований, состоящих из ограниченных по обеим пространственным координатам возбужденных элементов. Изучена зависимость “времени жизни” таких структур, т. е. времени в течение которого их форма и скорость практически не меняются, от поперечного размера и параметров системы. Показано, что эта зависимость имеет ярко выраженный резонансный характер. Исследована зависимость максимального времени жизни структур от их поперечного размера. Отметим, что оно растет при увеличении размера структур и при некотором критическом значении неограниченно возрастает. Этот рост соответствует процессу перехода от нестационарных структур к стационарным. Обнаружено также, что локализованные стационарные структуры могут образовывать связанные состояния. При взаимодействии такие структуры ведут себя аналогично классическим автоволнам, т. е. аннигилируют.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 06-02-16137, грант 05-02-17441), гранта Президента РФ для поддержки ведущих научных школ (НШ-7309.2006.2).

1. Nekorkin V.I., Kazantsev V.B., Makarenko V.I., Llinas R. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **100**(22) (2003) 13064
2. Клиньшов В.В., Некоркин В.И. Нелинейные волны-2006. ИПФ РАН, Нижний Новгород, ред. А.В. Гапонов-Грехов, В.И. Некоркин, 2007.
3. Некоркин В.И., Дмитричев А. С., Щапин Д.С., Казанцев В.Б. *Математическое моделирование* **17**(6) (2005) 75

## Ламинарно-турбулентный переход в неравновесном пограничном слое

Завершинский И.П., Кнестяпин В.Н., Коган Е.Я.

СГАУ, Самара

Проблема устойчивости пограничных слоев в неравновесных средах в последнее время приобрела актуальность в связи с интенсивными теоретическими и экспериментальными исследованиями, связанными с воздействием неравновесной плазмы на потоки, обтекающие тело. В неравновесных средах к настоящему времени исследована только первая, линейная стадия данной задачи - изучена устойчивость двумерных волн Толлмина-Шлихтинга в пограничном слое колебательно возбужденного газа [1,2]. Найден сдвиг критического числа Рейнольдса  $Re$  относительно его значения в равновесной среде. В связи с этим, необходимо исследовать устойчивость неравновесного пограничного слоя в нелинейных областях и определить параметры развитой турбулентности.

Исходная система уравнений представляет собой систему уравнений релаксационной газодинамики. Для описания первичной нелинейной волны, решение данной системы ищется в виде суперпозиции величин, характеризующих основное течение и возмущения, имеющего вид суперпозиции мод, каждая из которых имеет вид бегущей волны, движущейся со скоростью  $c$  в направлении, характеризующимся углом  $\theta$  по отношению к основному течению. В результате получена граничная задача для системы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений для мод. Методом сращиваемых асимптотических разложений показано, что, как и в равновесных средах, рост амплитуды возмущения на данной стадии развития

турбулентности носит взрывной характер, а время неустойчивости уменьшается с ростом степени неравновесности среды. Таким образом, при значениях безразмерной амплитуды возмущения  $Re k_z \delta)^{-2/3} \leq \epsilon$  происходит формирование первичной нелинейной волны, параметры которой определены численно.

Однако, поскольку профиль поперечной компоненты скорости первичной нелинейной волны имеет большие градиенты (порядка  $tg\theta(k_z Re)^{1/2}$ ), то следует ожидать, что она сама неустойчива по отношению к возмущениям с масштабом порядка толщины критического слоя  $\delta/k_z Re$ . Линеаризация исходной системы относительно сформировавшегося состояния приводит к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений для мод. Аналогичные по форме уравнения получены в [1,2] при анализе устойчивости двух- и трехмерных волн Толлмина-Шлихтинга в неравновесном газе. Аналитическое и численное решение этих уравнений показало, что величина инкремента вторичной неустойчивости растет с ростом степени неравновесности среды  $S$ . Полученные результаты при  $S = 0$  и в пренебрежении сжимаемостью среды переходят в результаты, полученные для равновесной несжимаемой среды.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект 07-01-96608) и аналитической целевой программой «Развитие научного потенциала высшей школы» (2006 – 2008 гг.).

1. Молевич Н.Е. *Известия РАН. МЖГ* **5** (1999).
2. Завершинский И.П., Кнестяпин В.Н. *ТВТ* **45** (2007).

## Конкурентное мультиплексирование ТСП потоков данных

Кныш Н.С. Сухарева Н.А.

МГУ, Москва

Представлены результаты систематического исследования процесса смешения нескольких равнозначных потоков, порождаемых ТСП сеансами. Разделяемой средой распространения потоков являлись радиоканал 802.11gi кабельный канал коммутируемой сети с разрешенной скоростью передачи 100 Мбит/с.

Временная структура потоков разрешалась с точностью до 1 мкс и контролировалась на входе в канал и на выходе из него. Каждый из потоков характеризовался набором макро- и микропараметров:

- разрешенным набором значений мгновенных скоростей ретрансляции кадров,
- функцией распределения по скоростям,
- временной разверткой, частотным спектром и вейвлет-спектром.

Генерация ТСП потоков производилась с помощью программных генераторов *ttcp* [1], первичный перехват – различными приложениями на базе *bpf* [2], а анализ микровременных структур – анализатором *tcptrace* [3].

Было установлено, что при мультиплексном распространении эквивалентных потоков по кабельному каналу не происходит захвата полосы передачи одним из потоков и подавления им других потоков. В случае передачи информации по радиоканалу имеет место конкурентное мультиплексирование потоков данных. Один из потоков полностью перехватывает полосу, подавляя остальные потоки. Этот процесс характеризуется скважностью на уровне  $\frac{1}{N}$ , где  $N$  – количество одновременно распространяющихся потоков. Данная оценка справедлива только в случае идентичных потоков. В случае неидентичных потоков необходимо учитывать также и плотности потков, в виде некоторого весового коэффициента.

В радиоканале был обнаружен эффект снижения скорости мультиплексных сеансов. Скорость передачи одного потока превышает суммарную скорость передачи трех потоков  $1 \times R_1 > 3 \times R_3$ . Это явление объясняется выявленным процессом конкурентного мультиплексирования потока в радиоканале. Более того, было установлено, что при конкурентном мультиплексировании передача данных ведется не на протяжении всего времени сеанса, а только в течение тайм-слотов. При этом, значительную часть тайм-слотов канал молчит.

Структура временных искажений регистрируемых последовательностей описана в базе вейвлетов Мейера. Для каждого из типов каналов установлены собственные критические характеристики, превышение которых приводит к разрушению сеансов.

Использованные источники:

1. <http://www.pcausa.com/Utilities/pcattcp.htm>
2. <http://www.tcpdump.org>
3. <http://www.tcptrace.org>

## **Анализ динамики синхронизированной электрической активности мозга у пациентов с абсансной эпилепсией**

**Кузнецова Г.Д., Гнездицкий В.В., Габова А.В., Обухов Ю.В.**

*ИВНД и НФ РАН, Москва*

Будут рассмотрены результаты анализа частотно-временной динамики разрядов пик-волна абсансной неконвульсивной эпилепсии. Этот вид эпилепсии, характеризующийся высокоамплитудной синхронизированной ритмической электрической активностью, охватывающей многие структуры мозга. Экспериментальные данные, полученные на животных показывают, что ведущим звеном процесса является синхронизированная активность таламо-кортикальных нейронов. Средняя частота разряда пик-волна у человека составляет около 3 гц. Наибольшая амплитуда отмечается в лобной области коры. Длительность разрядов – от нескольких секунд до десятков секунд.

Для анализа частотно-временной структуры разрядов абсансной эпилепсии было использовано модифицированное преобразование вейвлет Морле (Vosnyakova, Obukhov, 2005). Были рассмотрены ЭЭГ 15 пациентов с детской и юношеской абсансной эпилепсией, проходивших лечение в Институте Неврологии РАМН (Москва). Было обнаружено, что разряд пик-волна начинается в лобных областях коры. Начальный короткий период в этой области имеет наибольшую частоту (5-6Гц), после чего частота снижается до 3-3,5 Гц и наблюдаются ее периодические изменения в пределах десятых долей Гц на фоне общего медленного снижения частоты. В теменных и затылочных областях коры разряд начинается позже и период с наибольшей частотой отсутствует. Периодические изменения частоты наблюдаются в течение разряда во всех областях коры, при этом они могут не совпадать по фазе и длительности периодов. В случае очень коротких разрядов происходит стремительное снижение частоты до 2-2,5Гц, после чего разряд прерывается.

На основании сравнения клинических и экспериментальных данных, полученных на животных с генетической абсансной эпилепсией (Габова и др., 2004; Vosnyakova et al., 2006, 2007), рассматриваются возможные механизмы прекращения разрядов разной длительности, а также механизмы поддержания длительной синхронизированной активности (статус абсансной эпилепсии). Он может возникать как спонтанно, так и при некоторых фармакологических воздействиях, являясь значительным осложнением течения данного заболевания.

## **Автомодуляционные колебания фазовых систем**

**Матросов В.В.**

*ННГУ, Нижний Новгород*

Фазовые системы, известные также как системы фазовой подстройки частоты (ФАП) или системами фазовой синхронизации (СФС), нашли широкое применение в различных сложных системах и комплексах, реализующих современные высокоэффективные методы передачи информации с использованием регулярных сигналов. В последнее время повышенный интерес к системам ФАП связан с развитием теории информационных систем, использующих динамический хаос. Обусловлено это, прежде всего тем, что, во-первых, фазовые системы способны генерировать хаотические сигналы непосредственно в области СВЧ и передавать их в канал связи непосредственно после формирования, не подвергая никаким дополнительным преобразованиям. Во-вторых, использование реализуемого в фазовых системах принципа автоподстройки позволяет повысить точность синхронизации хаотических колебаний, а также расширить области существования режима хаотической синхронизации в пространстве параметров.

В докладе представлены результаты исследования автомодуляционных режимов фазовых систем, полученные путем изучения фазовых траекторий соответствующих математических моделей. Рассмотрены автомодуляционные колебания парциальной системы [1,2] и малых ансамблей фазовых систем с различными типами соединений [3-5]. При изучении особое внимание уделено изучению режимов генерации хаотически модулированных колебаний, стабилизированных опорной частотой (ХМК). Построены и проанализированы многочисленные карты динамических режимов в пространстве параметров. Показано, что путем объединения фазовых систем ансамбль можно, во-первых, существенно расширить области генерации ХМК в пространстве параметров рассматриваемых систем, во-вторых, добиться генерации ХМК в системах, индивидуальная динамика которых может быть предельно простой (характеризуется наличием в фазовом пространстве единственного аттрактора - либо состояния равновесия, либо предельного цикла). Проведен анализ свойств ХМК в зависимости от параметров систем ФАП и параметров связей в

ансамблях. Показано, что свойствами генерируемых колебаний достаточно эффективно можно управлять с помощью параметров связей.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (№ 05-02-17409, № 006-02-16499), «Ведущие научные школы» (НШ-7309.2006.2).

1. Матросов В.В. *Изв.вузов. Радиофизика*. 2006. Т.49, №.3. С.267-278.
2. Матросов В.В. *Изв.вузов. Радиофизика*. Радиофизика. 2006. Т.49, №.4. С.357-368.
3. Матросов В.В., Шалфеев В.Д., Касаткин Д.В. *Изв.вузов. Радиофизика*. 2006, Т.49, №.5. С.448-457.
4. Матросов В.В. *Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2006. Т.14, №.1. С.25-37.
5. Матросов В.В. *Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2007. Т.15, №.3. С.11-25.

## Сложные колебания в автогенераторной системе с частотно-фазовым управлением

Пономаренко В.П., Сорокин Н.Н.

*ННГУ, Нижний Новгород*

Процессы в системах с фазовым и частотным управлением являются интересным и важным объектом исследований в области нелинейной динамики. В таких системах наблюдается большое разнообразие динамических режимов и нелинейных явлений: режим моногармонических колебаний управляемого генератора, модуляционные колебания управляемого генератора, бифуркации динамических режимов и переходы к хаотическим режимам по различным сценариям. Модуляционные режимы являются нежелательными состояниями систем для обеспечения режима синхронизации, но оказываются основными рабочими процессами в задачах формирования сложных регулярных и хаотических колебаний. В докладе приводятся результаты исследования процессов нелинейной динамики в системе с комбинированным частотно-фазовым управлением в случае, когда парциальные системы фазового и частотного управления в отдельности могут демонстрировать как регулярные, так и хаотические режимы поведения.

Математическая модель рассматриваемой системы представляется нелинейной динамической системой в шестимерном цилиндрическом фазовом пространстве, содержащей периодические и непериодические нелинейности и восемь параметров, характеризующих инерционность цепей управления и начальную расстройку частот. Исследование этой модели проведено с помощью качественно-численных методов и компьютерного моделирования. Установлены характерные динамические режимы: режим синхронизации, определяемый устойчивым состоянием равновесия; квазисинхронные регулярные и хаотические режимы, определяемые предельными циклами, инвариантными торами и хаотическими аттракторами колебательного типа; асинхронные периодические и хаотические режимы, соответствующие предельным циклам, инвариантным торами и хаотическим аттракторам вращательного и колебательно-вращательного типов в фазовом пространстве.

Определены условия устойчивости режима синхронизации. Выявлены особенности поведения системы в области неустойчивости режима синхронизации: переходы между квазисинхронными и асинхронными режимами; образование режима колебательного хаотического аттрактора с переключениями фазовой переменной, режимов двумерного и трехмерного торов. Изучены механизмы перехода к хаотическим режимам (через бифуркации удвоения периода предельных циклов, перемежаемость, разрушение инвариантных торов, бифуркации удвоения торов). Прослежена эволюция несинхронных режимов при медленном изменении параметров модели на основе построения и анализа однопараметрических бифуркационных диаграмм.

Из полученных результатов следует, что добавление петли частотного управления с фильтром третьего порядка к системе фазовой автоподстройки с фильтром второго порядка приводит к появлению в комбинированной системе с частотно-фазовым управлением новых несинхронных режимов, не свойственных отдельным подсистемам частотной и фазовой автоподстройки. Выясненные особенности динамики системы позволяют ориентироваться в выборе значений параметров при решении задач формирования различных типов колебаний генератора и управления их свойствами и областями существования.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 05-02-17409, № 06-02-16499).*

## Применение методики управления хаосом для подавления автомодуляции в радиофизических системах с запаздыванием

Хаврошин О.С., Емельянов В.В., Рыскин Н.М.

СарГУ, Саратов

В последнее время особый интерес привлекает проблема управления хаосом, под которым понимают стабилизацию неустойчивых периодических орбит динамической системы путем малых контролируемых воздействий [1]. Это позволяет реализовать устойчивое периодическое поведение в той области параметров, где в отсутствие управления динамика является хаотической. Среди методов управления хаосом наибольшую популярность завоевал метод Пирагаса или так называемая автосинхронизация запаздывающей обратной связью [2], суть которого состоит во введении дополнительной обратной связи (ОС) с временем задержки, примерно равным периоду движения, которое желательно стабилизировать. В работе [3] этот метод был обобщен на случай стабилизации неустойчивых положений равновесия. В этом случае время запаздывания должно быть примерно равно характерному периоду нарастающих колебаний малых возмущений неустойчивого состояния. В настоящей работе предложено обобщение метода Пирагаса для управления пространственно-временным хаосом в распределенных системах с запаздыванием. Метод основан на введении дополнительной цепи ОС, параметры которой подбираются таким образом, чтобы компоненты сигналов на основной частоте после прохождения через различные цепи ОС оказывались в фазе, а на частотах автомодуляционных сателлитов — в противофазе, таким образом подавляя друг друга. В качестве конкретных примеров рассматриваются система Икеды [4] (кольцевой нелинейный резонатор, возбуждаемый внешним гармоническим сигналом), простая модель автогенератора с кубичной нелинейностью и запаздыванием [5], а также модель электронного СВЧ генератора на основе лампы бегущей волны (ЛБВ). Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что введение дополнительной цепи ОС позволяет стабилизировать неустойчивые периодические режимы в широком диапазоне параметров и в ряде случаев добиться улучшения выходных характеристик, например, увеличить мощность и КПД генерации в ЛБВ.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 06-02-16773.

1. E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke, *Phys. Rev. Lett.*, **64** (1990) 1196.
2. K. Pyragas, *Phys. Lett. A*, **170** (1992) 421.
3. P. Hoesel, E. Schoell, *Phys. Rev. E*, **72** (2005) 046203(7).
4. K. Ikeda, H. Daido, O. Akimoto, *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980) 709.
5. Н.М. Рыскин, А.М. Шигаев *ЖТФ*, **72**, № 7 (2002) 1.

## Хаос. Сети. Коммуникации

Дмитриев А.С.

ИРЭ РАН, Москва

Последние десятилетия слово «хаос» в научной литературе тесно ассоциируется с понятием динамического (детерминированного) хаоса, как широко распространенного явления в нелинейных динамических системах. С другой стороны оно часто применяется для характеристики степени неупорядоченности различных систем, включая социальные и экономические, т.е. используется в своем первоначальном смысле. Может быть, это происходит значительно чаще, чем несколько десятилетий назад, не только по причине серьезных изменений в состоянии социальных и экономических систем, но и в силу серьезных достижений в понимании природы нерегулярных процессов, полученных в результате исследования нелинейных систем. Динамический хаос может возникать уже в маломерных динамических системах (в частности, для систем с непрерывным временем в системах с полутора и большим числом степеней свободы). Это обстоятельство в немалой степени объясняет его популярность среди исследователей. Действительно, здесь имеет место редкий случай фундаментального явления, описываемого простыми и понятными математическими моделями, и в силу этого доступного для изучения и исследования широкому кругу лиц. Но что же происходит, когда от маломерных моделей пытаются перейти к системам с большим числом степеней свободы? Очарование и стройность теории быстро сменяется бесчисленным числом моделей, через которые исследователи продираются, как через колючий кустарник, без особых теоретических оснований. Не то, что бы здесь не работали те же закономерности возникновения сложного поведения, которые

имеют место в маломерных системах. Нет, они, конечно, имеют место. Но они не являются единственной доминантой поведения. Многие аспекты динамики (или, в более широком смысле, поведения) определяются многомерностью системы, взаимодействием ее подсистем и т.д. Характерным примером являются нейронные сети. Даже когда они описываются системами дифференциальных уравнений, как в случае нейронных сетей Хопфилда, их наиболее интересные свойства не сводятся к маломерной динамике, а существенным и понятным образом определяются именно большим числом элементов и связями между ними. В рассматриваемом примере слово «сеть» отражает структуру самого рассматриваемого объекта. В последнее время термин «сеть» стал популярным не только как синоним цепочек и решеток динамических элементов, но и как достаточно общая модель взаимодействующих подсистем различной природы. В лекции обсуждаются причины интереса к сетям. Особое внимание уделяется информационным аспектам сетевых структур. Рассматривается взаимосвязь хаоса, сетевых структур и коммуникаций на примере беспроводных сенсорных сетей, в которых в качестве носителя информации используются сверхширокополосные СВЧ хаотические колебания.

## Механизмы усиления радиоакустического излучения при грозах

Нетреба С.Н.

ГУ «НПО «ТАЙФУН», Обнинск

Стремительная тенденция современной авиации к всепогодным полетам дополняет длительный академический интерес к плазменным образованиям при грозах весомым практическим аспектом. Академик П.Л. Капица впервые показал, что плазменные образования при грозах могут поддерживаться интенсивным дециметровым радиоизлучением, см. [1]. В работе [2], на основе измерений направленной антенной, с расстояния около 30 м было установлено, что такое радиоизлучение предшествовало и сопутствовало развитию цепочки плазменных образований, возникших после удара линейной молнии. В работе [3] были получены лабораторные аналоги атмосферных плазменных образований путем фокусирования радиоизлучения в резонаторе, т.е. фактически тем же методом, который был также предложен в работе [1]. Таким образом, радиоволновая модель энергоснабжения плазменных образований П.Л. Капицы, см. [1] полностью подтвердилась. Однако природа генерации вышеуказанного радиоизлучения в атмосфере остается малоизученной. Такое радиоизлучение представляет интерес не только для изучения плазменных образований (наблюдающихся стабильно, но относительно редко) но и для идентификации областей аномально высокой напряженности электрического поля, в которых возможна также инициация разряда летательным аппаратом.

Цель данной работы – представить механизмы усиления и фокусирования радиоакустического излучения в компактных областях высокой напряженности электрического поля.

1. На основе анализа устойчивости акустических полей при интенсивном электрическом разряде, установлено, что возможно когерентное усиление ультразвука с частотой около 1 ГГц. Частота усиливаемого ультразвука определяется радиусом кривизны в случае острия, или размерами локальных неоднородностей (совокупности кластеров) при коронировании с поверхностями. Механизм усиления определяется испарением кластеров и реализуется только в случае когда плотность мощности электрического разряда достигает порогового значения  $= Ld$ , где  $L$  – удельная теплота испарения,  $v$  – скорость,  $d$  – плотность коронирующей поверхности.

2. Представлен механизм усиления акустоэлектрических возмущений при конденсации на аэроионах водяного пара, инжектируемых электрическим полем. Показано, что для развития неустойчивости, необходимо достижение порогового пересыщения водяного пара, которое зависит от напряженности электрического поля, подробнее см. в [5-7]. Рассмотрены эффекты “электрической” конденсации, которая возникает за счет поляризации молекул и капель воды электрическим полем. Показано, что и в этом случае для когерентного усиления необходимо достижение пороговых напряженностей электрического поля.

3. Рассмотрен механизм генерации акустоэлектрических возмущений при кристаллизации переохлажденных капель. Установлено, что интенсивное когерентное усиление возможно только при достижении пороговых переохлаждений –16. Рассмотрена вторичная неустойчивость, вызванная избыточным газосодержанием кристаллизующихся капель, которая приводит к генерации радиоакустического шума с частотой до 1 ГГц.

На основе длительных натурных измерений показано, что области интенсивного радиоизлучения обычно наблюдаются в грозовом следе, поскольку в них формируются линзообразные конвективные ячейки (иногда проявляющиеся как многоярусные чечевицеобразные облака), с фокусирующими радиоизлучение высокоградиентными прослойками, см. в [4]. Вследствие этого относительно малооблачные тыловые об-

ласти гроз и шквалов представляют особую опасность, так как вход в них летательных аппаратов более вероятен из-за малой радиолокационной отражаемости – традиционного, но в данном случае ложного критерия грозоопасности. В силу указанных выше механизмов усиления атмосфера является активной средой, которая может усиливать и визуализировать радиоакустические волны, в частности от сейсмических очагов.

Показано, что такие эффекты могут приводить также к формированию фокусирующих чечевицеобразных облаков (в отдельных случаях под ними также возникают плазменные образования) и к другим специфическим формам облачности. Показано, что интерференция продольных и поперечных сейсмических волн от разлома и их распространение в атмосферу может приводить к конденсации и кристаллизации, а следовательно к визуализации разлома, возникающими хребтовидными облаками, или линейными облачными аномалиями, см. в [5]. Угол наклона таких боковых облаков – неподвижных каустик указывает направление распространения сейсмических возмущений и определяется отношением скоростей продольных и поперечных волн. Установлена возможность синхронизации акустических пульсаций атмосферы с индуцированными смещениями подстилающей поверхности, т.е. упругие участки литосферы – разломы, заливы (с возбужденной модой Гельмгольца) могут синхронизовать облака, как подвесной мост синхронизует толпу первоначально не синхронизованных пешеходов, см. [5]. При этом возможна не только синхронизация термодинамических пульсаций в соседних облаках, но и самих молниевых разрядов.

Литература

1. Капица П.Л. О природе шаровой молнии. ДАН СССР, т.101, №2, 1955, сс.245-248.
2. Нетреба С.Н., Вишератин К.Н., Михайлик П.П., Третьяков Н.Д. Радиодинамический комплекс для диагностики опасных экологических ситуаций. МЧС России. III Научно-практическая конференция. Сборник докладов. Проблемы прогнозирования чрезвычайных ситуаций. УРСС. Москва. 2004. сс. 284-291.
3. Vladimir Dikhtyar and Eli Jerby. Fireball Ejection from a Molten Hot Spot to Air by Localized Microwaves. Phys. Rev. Lett. 96, 045002, (2006)
4. Нетреба С.Н. Реакция стратифицированных вращающихся сред на локальные тепловые воздействия. - Прикладная математика и механика. 1986, т.50, N5, с. 734-740.
5. Netreba S.N. Cloudiness synchronization by lithosphere. International conference. Moscow. 2006. Fluxes and structures in fluids. Selected papers. pp. 243 - 248.
6. Нетреба С.Н. Усиление инфразвука при атмосферной конденсации. - Известия АН. Физика Атмосферы и Океана, 1998, т.34, N6, с. 817-826.
7. Нетреба С.Н. Генерация инфразвука при атмосферной конденсации. Метеорология и гидрология. N 12. 1998.

## Suppressing chaos in cardiac models using overdrive pacing

Averyanova L.S., Osipov G.V., and Chan C.-K.

*Nizhniy Novgorod State University, Nizhniy Novgorod*

We analyze the effects of low-amplitude constant current and low-amplitude, high-frequency pacing in one-dimensional and two-dimensional networks of coupled, excitable cells governed by the Luo-Rudy model. In the one-dimensional cardiac model, we found narrow high-frequency regions of 1:1 synchronization between the input stimulus and the system's response. When we paced the two-dimensional cardiac model with frequencies from this region, we found that spiral wave chaos could, in some cases, be suppressed.

## Генераторы хаоса кольцевой структуры. От ЛБВ до микросхемы

Панас А.И.

*ИРЭ РАН, Фрязино*

Более 30 лет в Институте радиотехники и электроники РАН (ранее АН СССР) проводятся исследования генераторов (источников) хаотических колебаний. За это время здесь было предложено и реализовано ряд подходов к построению генераторов хаоса, работающих в различных диапазонах частот, использующих в своих конструкциях как вакуумные, так и твердотельные активные элементы, а также как распределённые, так и сосредоточенные пассивные компоненты. Среди широкого спектра разработанных и исследованных источников хаотических источников особое место занимают генераторы хаоса кольцевой

структуры. В докладе проводится обзор как известных кольцевых генераторов, сыгравших значительную роль в изучении причин возникновения, свойств и закономерностей динамического хаоса, так и недавно предложенных источников, предназначенных для различных приложений хаоса. В последних случаях акцент при разработке генераторов делается не на богатую, с точки зрения режимов, динамику источников, а на реализацию конкретных потребительских свойств.

Литература

1. Дмитриев А.С., Кислов В.Я. Стохастические колебания в радиофизике и электронике. Москва, Наука, 1989.

2. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. Москва, Физматлит, 2002.

## Оценка взаимосвязи процесса Эль-Ниньо – Южного колебание с Индийским муссоном по данным наблюдений

Селезнев Е.П.<sup>1</sup>, Смирнов Д.А.<sup>1</sup>, Чернокульский А.В.<sup>2</sup>, Мохов И.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН, Саратов <sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Значительные межгодовые климатические вариации в азиатско-тихоокеанском регионе связаны с явлениями Эль-Ниньо – Южное колебание (ЭНЮК) и Индийским муссоном. О наличии взаимосвязи процессов свидетельствуют многие исследования [1,2]. Однако остаются неясными вопросы о направленности воздействия, запаздывании, нелинейности. В данной работе эти вопросы исследуются с помощью двух нелинейных методов (нелинейный вариант причинности по Грейнджеру и моделирование фазовой динамики) по схеме, аналогичной работе [3], в сопоставлении с результатами кросс-вейвлетного анализа.

Количественная характеристика причинно-следственной связи по Грейнджеру рассчитывается как улучшение прогноза одного сигнала при учете данных из другого по сравнению с “авто”-прогнозом. Для этого строятся модели вида:

$$x_n = f(x_{n-1}, \dots, x_{n-d_1}, y_{n-1-\Delta}, \dots, y_{n-d_2-\Delta}),$$

$$y_n = g(y_{n-1}, \dots, y_{n-d_1}, x_{n-1-\Delta}, \dots, x_{n-d_2-\Delta}),$$

где  $x$ ,  $y$  – два сигнала,  $f$ ,  $g$  – многочлены порядка  $K$ ,  $\Delta$  – время запаздывания. При моделировании фазовой динамики аналогично описываются фазы процессов.

Для анализа используются индекс Ниньо-3 (температура поверхности Тихого океана в восточной экваториальной части) и индекс, характеризующий количество осадков над Индией, за период 1871-2003 гг.

С помощью причинности по Грейнджеру наиболее значимые результаты относительно влияния муссона на ЭНЮК получены для параметров  $d_1 = 5$ ,  $d_2 = 12$ ,  $K = 2$ ,  $\Delta = 3$ . Таким образом, это влияние инерционно: ЭНЮК зависит от среднегодовой характеристики муссона. Запаздывание составляет 3 месяца. Влияние ЭНЮК на характеристики муссона проявляется и становится доминирующим для  $\Delta$  более 12-15 месяцев. Метод моделирования фазовой динамики, где фаза вводится с помощью преобразования Гильберта для сигналов с удаленным годовым ходом, показывает однонаправленное влияние муссона на ЭНЮК без запаздывания. Имеется двунаправленная связь при  $\Delta = 30 - 36$  месяцев, с преимущественным влиянием ЭНЮК на муссон. Таким образом, в работе выявлены различные режимы взаимодействия ЭНЮК с Индийским муссоном.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-05-00381, 05-05-64907) и программы Президиума РАН “Математические методы в нелинейной динамике”.

1. G.T. Walker, E.W. Bliss, World weather V, *Mem. R. Meteorol. Soc.*, **4** (1932) 53.
2. D. Maraun, J. Kurths, *Geophys. Res. Lett.*, **32** (2005) 10.1029/2005GL023225.
3. И.И. Мохов, Д.А. Смирнов, *Изв. РАН. Физика атм. и океана*, **42** (2006) 650.



## Влияние вариаций солнечной активности на глобальную приповерхностную температуру Земли

Смирнов Д.А.<sup>1</sup>, Мохов И.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>СФ ИРЭ РАН, Саратов <sup>2</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Одна из ключевых современных глобальных проблем в климатологии связана с определением относительной роли естественных и антропогенных факторов изменений климата. В данной работе рассматривается вопрос: как влияет солнечная активность на глобальную приповерхностную температуру Земли. Для исследования используется анализ причинности по Грейнджеру, который дает информацию об интенсивности воздействия, времени запаздывания, нелинейности. Представленное исследование дополняет результаты, полученные путем кросс-вейвлетного анализа [1].

Для анализа используются два варианта реконструкций межгодовых вариаций солнечного излучения [2,3] и данные для глобальной среднегодовой приповерхностной температуры (ГСПТ) [4]. Исследование взаимосвязи проводится за период 1856-2001 в целом или в скользящем окне шириной от 30 до 60 лет. Количественная характеристика причинно-следственной связи рассчитывается как улучшение прогноза одного сигнала при учете данных из другого по сравнению с “авто”-прогнозом. Для этого строятся эмпирические авторегрессионные модели вида:

$$x_n = f(x_{n-1}, \dots, x_{n-d_1}, y_{n-1}, \dots, y_{n-d_2}), \quad y_n = g(y_{n-1}, \dots, y_{n-d_1}, x_{n-1}, \dots, x_{n-d_2}),$$

где  $x$ ,  $y$  – два сигнала,  $f$ ,  $g$  – многочлены порядка  $K$ . Величины  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $K$  подбираются по насыщению ошибки прогноза при увеличении этих параметров. В нашем случае оптимальными значениями оказались  $d_1 = 4$ ,  $d_2 = 1$ ,  $K = 1$ .

Установлено наличие влияния Солнца на ГСПТ без запаздывания или с запаздыванием в пределах 1 года. Статистически значимо и наиболее сильно это влияние во второй половине XX века (определяет до 25 % дисперсии ГСПТ): 1944-87 по [2] или 1957-1992 по [3]. Еще один период значимого, но более слабого, воздействия Солнца на ГСПТ (определяет до 9 % дисперсии): 1880-1945 по [2] и 1890-1940 по [3]. Во всех случаях Солнце влияет на ГСПТ с положительным знаком.

Результаты анализа указывают, что воздействие Солнца на ГСПТ и индивидуальные характеристики процессов существенно меняются во времени. Видно воздействие Солнца на ГСПТ в первой трети XX века и во второй половине XX века. В короткий период 1925-1950 вполне могло происходить резкое изменение каких-либо характеристик. Это воздействие усиливается с середины XX века по данным [3], но по данным [2] оно уже начало уменьшаться.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-05-00381, 05-05-64907) и программы Президиума РАН “Математические методы в нелинейной динамике”.

1. И.И. Мохов, В.А. Безверхний, А.В.Елисеев, А.А.Карпенко, *ДАН*, **409** (2006) 1.
2. J. Lean, J. Beer, R. Bradley, *Geophys. Res. Lett.*, **22** (1995) 3195.
3. D.V. Hoyt, K.H. Schatten, *The Role of the Sun in Climate Change*. Oxford: Oxford Univ. Press, 1997.
4. Climate Research Unit (University of East Anglia): <http://www.cru.uea.ac.uk>.

## Эволюционная модель с эффектом памяти

Ераньков В.П., Старков С.О.

ИАТЭ, Обнинск

На основе простого клеточного автомата создана эволюционная модель колонии живых организмов.

Развитие каждой клетки осуществляется в дискретном времени, в соответствии с некоторым набором правил, отражающих: а) состояние самого индивидуума (клетки); б) состояние окружающей среды (членов колонии); в) количество “пищи”; г) матрица окружающей среды (клеточный автомат) состоит из 30X90 ячеек, каждая из которых хранит, информацию о количестве пищи и животных, которые в данный момент находятся в ячейках.

Модель прироста пищи создает наиболее благоприятные условия на “экваторе” (клеточки с координатами  $[x, 45]$ ) и наименее пригодные условия для прироста пищи на полюсах матрицы (клеточки с координатами  $[x, 90]$ ,  $[x, 0]$ ). Это было сделано для симуляции земных условий, где количество биомассы неравномерно распределено по широтам, также это должно было принести разнообразие в поведении

виртуальных организмов. В ходе симуляций установлено, что модель обладает “памятью”, которая передается потомкам. Перед совершением действия клетки (существа) проверяют свою память на наличие опыта действий при аналогичных состояниях окружающей среды и своего организма. Если в памяти находится подобный опыт, то существо производит то действие, которое выполнялось при подобных ситуациях ранее. Если же в памяти нет прецедентов, то клетка выполняет случайное действие и запоминает это действие в связке с текущими условиями окружающей среды и своего организма.

Колония “живет” в двумерной матрице, которая содержит информацию о количестве пищи и особей в каждой ячейке пространства. В процессе симуляции жизни происходит естественный отбор. Виды с наиболее успешным характером эволюции (тактикой выживания) распространяют свой ареал на всю колонию. Происходит постепенное усовершенствование тактик. Организмам также дан врожденный шанс совершать действие отличное от действия, записанного в памяти. Это свойство получило название “новаторство”. Свойство наследуется с небольшой мутацией. Наиболее успешная колония имеет средний показатель новаторства (–10; –35%), количество особей имеющих положительный шанс новаторства 3 – 5%. Искусственное повышение новаторства вызывало ослабление, а иногда гибель колонии.

## О вероятных аналогиях самоподобных эрозионных структур и кривой Коха

Иванов А.В., Шешнев А.С., Яшков И.А.

СарГУ, Саратов

Явление природных фракталов, основанное на представлении естественных структур в виде фрактальных множеств, хорошо известно в математических науках и науках о Земле. Нами проведен опыт сопоставления цикла развития эрозионной структуры с классическим фрактальным множеством — триадной кривой Коха.

В современной геоморфологии (науке, объектом изучения которой является рельеф) детально разработана схема “классического” эрозионного цикла, согласно которой развитие начинается с эрозионной борозды и заканчивается мощной, с большим количеством притоков речной сетью. Схема является классической, т. к. климато-гидрологические и тектонические особенности местности принимаются постоянными по всей длине эрозионной структуры. Естественно, что при переходе из одного вида эрозионной формы в другой изменяются глубина и ширина, т. е. геометрические характеристики. В этой связи интересно сопоставление онтогенеза эрозионной структуры с последовательностью стадий усложнения кривой Коха.

Построение математически определенной кривой Коха начинается с единичного прямого отрезка (инициатора), который эволюционирует в предфрактал 1-го порядка — кривую из четырех прямолинейных отрезков, каждый из которых имеет длину  $1/3$ . Таким образом, длина предфрактала 1-го порядка составляет  $4/3$ . Эволюция кривой Коха состоит в пошаговой замене каждого звена на уменьшенный образующий элемент (шаг - итерация). Подобен эволюционному увеличению длины кривой Коха рост эрозионной структуры в поперечном разрезе. Поверхность, лишенная эрозионных форм, подобна инициатору. Предфрактал 1-го порядка, имеющий форму треугольной выемки, сходен с зарождением эрозионной борозды. Каждая следующая ступень эрозионного цикла соответствует увеличению порядка предфрактала.

Таким образом, прослеживается закономерность: при качественном изменении эрозионной формы происходит количественное изменение порядка предфрактала. Эта закономерность четко соблюдается лишь в случае классического эрозионного цикла. В реальных геолого-геоморфологических ситуациях поверхность зачастую осложнена линейными и площадными тектоническими структурами, осложняющими облик элементов поперечного профиля эрозионной формы. Составленные «модельные» предфракталы для определенного этапа онтогенеза эрозионной структуры дают основу для дальнейших геолого-геоморфологических исследований. Так, изменение какого-либо элемента «модельного» фрактала свидетельствует о возможной близости крыльев геологических структур антиклинального или синклинального типа. Участок эрозионной структуры, на котором фиксируются отклонения, является зоной развития структуры. Распределение “модельных” предфракталов по оси эрозионной структуры, возможно, дает основания для выделения областей неотектонических поднятий и опусканий. Быстрое нарастание порядка предфрактала свидетельствует об интенсивном поднятии территории. Сохранение порядка предфрактала на большом протяжении или их разреженность – признак опускания данного участка.

Таким образом, в онтогенезе эрозионной структуры имеет место фрактальность. Выделение “модельных” предфракталов и их сопоставление с реальными дает основания для анализа эволюции овражно-балочной сети территории, структурно-геологических и геоморфологических построений.

## Global stability of synchronous firing of chaotic elements in ensembles with a time-varying coupling

Belykh V.N., Pankratova E.V.

*Mathematical Department, Volga State Academy, Nizhny Novgorod*

In recent years, the cooperative behavior of chaotic dynamical systems and, in particular, synchronization phenomena, have been the subject of intensive research. This is relevant for the study of problems arising in the context of different areas of science including the chemical and biological systems, electronic circuits, secure communication, and others [1]. In general, the structure of a network can change in time and the character of this change can be different. On one hand, the connections between the elements can both appear and disappear in time. In this case, for the fixed number of elements in network the number of links between the oscillators can either keep the same or change in time. The so-called small-world networks consisting of a regular coupled lattice (the "pristine world") and a randomly arising coupling between any other pair of elements, are an example of such type of an ensemble. The study of a purely random "blinking" network, where the fixed connections of the pristine world are absent, has been recently performed in [2]. On the other hand, the number of interacting units in ensemble can also change in time. This is the case of the growing networks. Therefore, the control of the retention of synchronous state in such a type of the networks is of particular importance.

In the present work a chaotic synchronization in ensembles with changeable in time topology is examined. The conditions for coupling strengths allowing to change the structure of the network without loss of stability of the synchronous state, are found. In order to obtain theoretical estimates for the threshold values of coupling coefficients, the connection graph stability method was used [2]. The results of theoretical prediction are compared with the data of numerical simulation. The criteria allowing to achieve the complete synchronization in the presence of noise are also obtained.

This work was partly supported by the Russian Foundation for Basic Research (projects 05-01-00509, 07-02-01404 and 05-02-19815). E.V.P. also acknowledges the support of the Dynasty Foundation.

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Science. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
2. Belykh V.N., Belykh I.V., Hasler M. *Physica D* **195** (2004) 159.

## Характеристики взаимодействия мозга и конечности при спонтанном паркинсоновском треморе

Безручко Б.П.<sup>1</sup>, Смирнов Д.А.<sup>2</sup>, Караваев А.С.<sup>1</sup>, Барниколь У.<sup>3</sup>, Тасс П.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> *СарГУ, Саратов* <sup>2</sup> *СФ ИРЭ РАН, Саратов* <sup>3</sup> *Institute of Medicine, Research Center Juelich, Germany*

Паркинсоновский тремор – одно из проявлений болезни Паркинсона. Это непроизвольные сильные и регулярные колебания конечностей с частотой от 3 до 6 Гц. Согласно распространенному взгляду, причиной его является патологически высокая синхронизация нейронов в ядрах таламуса. Для тяжелых случаев используется такой способ терапии как высокочастотная электрическая стимуляция глубоких структур головного мозга [1], но она связана с существенными побочными эффектами и не всегда приводит к долговременному успеху. Развитию более эффективных подходов к лечению препятствует тот факт, что понимание механизма явления отсутствует. В частности, важен вопрос о характере взаимодействия между различными областями головного мозга и конечностями.

В работе проводится эмпирический количественный анализ взаимодействия мозга и конечности шести пациентов с паркинсоновским тремором. Исследование проводится по сигналам акселерометра, фиксирующего ускорение движения конечности, и записям локальных потенциалов из таламуса. Для оценки степени синхронности сигналов рассчитывается коэффициент фазовой когерентности между ними. Для выявления направленных воздействий и оценки их "силы" и времени запаздывания используются нелинейная оценка причинности по Грейнджеру [2] и метод моделирования фазовой динамики [3].

Во время паркинсоновского тремора имеет место значительная фазовая когерентность между сигналами мозга и конечности в полосе частот около частоты тремора. При этом зафиксировано статистически значимое воздействие конечности на мозг с запаздыванием не более 20-30 мс. Воздействие мозга на конечность также присутствует и характеризуется двумя временами запаздывания – около 30 мс и порядка периода тремора 200-300 мс. Наличие взаимного влияния фиксируется с помощью обоих методов. Време-

на запаздывания более четко проявляются при использовании метода моделирования фазовой динамики. Результаты воспроизводятся для всех шести пациентов.

Полученная информация о характеристиках взаимодействия мозга и конечности может быть полезна при более детальном исследовании взаимодействия конечности с различными областями мозга и оценке эффекта глубокой стимуляции головного мозга на состояние пациентов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-02-00747, 05-02-16305) и программы Президиума РАН “Фундаментальные науки - медицине”.

1. P.A. Tass, *Biol. Cybern.*, **89** (2003) 81.
2. C.W.J. Granger, *Econometrica*, **37** (1969) 424.
3. D.A. Smirnov, B.P. Bezruchko, *Phys. Rev. E*, **68** (2003) 046209.

## Синхронизация колебаний и управление хаосом клистронных автогенераторов

Дмитриев Б.С.

СарГУ, Саратов

В последние годы на факультете нелинейных процессов СГУ проводятся теоретические и экспериментальные исследования фундаментальных процессов нелинейной динамики, и в частности, в микроволновой электронике. Были разработаны и реализованы различные методы физического эксперимента для исследования процессов в различных системах типа “электронный поток - электромагнитное поле” [1].

Актуальной задачей современной радиофизики и электроники является исследование сложной динамики и хаоса в различных генераторах вакуумной сверхвысокочастотной (СВЧ) электроники. Для различных практических приложений весьма перспективными представляются автогенераторы с запаздывающей обратной связью на основе многорезонаторных клистронов, отличающихся высоким уровнем мощности и большим КПД. В качестве объекта исследований был взят промышленный пятирезонаторный клистрон среднего уровня мощности десятисантиметрового диапазона.

Для проведения детальных экспериментальных исследований основных закономерностей и особенностей сложной динамики в таких приборах как в автономном режиме, так и при внешнем управлении автогенератором, была разработана многофункциональная измерительная установка и предложены методики измерений с оперативным управлением изменения режимов и параметров. Собранная установка давала возможность идентифицировать характер колебаний в различных режимах работы автогенератора. В качестве управляющих параметров использовались ток и напряжение электронного пучка, затухание в цепи обратной связи и параметры внешнего сигнала. Варьированием управляющими параметрами легко реализовывались области одночастотной генерации, периодической автомодуляции, автомодуляции с удвоенным и учетверенным периодом и области хаотической динамики. Воздействие внешнего сигнала на автогенератор приводило к существенному изменению его свойств и характера колебаний в зависимости, как от исходного режима автономной системы, так и от частоты и амплитуды внешнего воздействия. Подобный автогенератор является удобным объектом для физических исследований закономерностей хаотической синхронизации с простыми способами управления сложной динамикой. На нескольких схемах были исследованы различные типы синхронизации: влияние внешнего гармонического сигнала на характер колебаний автогенератора в зависимости от исходного режима работы (одночастотные колебания или “развитый” хаос), взаимная синхронизация двух связанных автогенераторов, режим полной синхронизации. Заметный интерес представляет подробное исследование эффекта полного подавления хаоса в клистронном автогенераторе внешним сигналом в широком диапазоне частот и мощностей внешнего воздействия. В связи с интересом к прямохаотическим системам связи был исследован генератор хаотических радиоимпульсов, построенный на основе такого клистронного автогенератора. Были проведены эксперименты по передаче и приему в эфире хаотических радиоимпульсов в лабораторных условиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 06-02-16451)

1. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Клокотов Д.В. и др. *ЖТФ* **73** (2003) 105

## Synchronization of non-identical inferior olive cells

Zakharov D.G., Nekorkin V.I.

*Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod*

The olivo-cerebellar system plays a key role in the motor control of humans and higher animals. It consists of inferior olive cells (IOCs) located in the medulla oblongata, Purkinje cells (PC) and cerebellar nuclei (CN) situated in the cerebellar cortex. An IOC periodically generates complex spikes. Coupling between IOCs is provided by special structures usually called glomeruli [1]. These structures consist of gap junctions surrounded by synaptic terminals which can break couplings. IOCs axons excite the PCs and the CNs in the cerebellar cortex. Each PC, after it has been innervated by an IOC axon, generates a spike inhibiting activity of the CN that has been earlier excited by the IOC axon. During their activity a CN generates a burst which can break the coupling between the IOCs to provide control activity patterns in the IOC ensemble [2].

We consider synchronization of two coupled IOCs. Dynamics of each IOC is described by a 4-order ODE system [3]. The first pair of variables gives a qualitative description of subthreshold oscillation and low-threshold spiking ( $Ca^{2+}$ -dependent), and the second pair is responsible for higher-threshold spiking ( $Na^{+}$ -dependent). All the parameters of IOCs were set to ensure IOCs periodic generation of higher-threshold spike trains. The IOCs parameter mismatch is a control parameter. An increase of this parameter results in an increase of the difference between the IOCs periods. Couplings of two types are considered: resistive coupling and resistive coupling with coupling break based on the simplest model of chemical synaptic terminal. Coupling strength is the second control parameter. As a measure of synchronization two criteria are used: spike synchrony factor [3] and normalized ratio of the IOCs spike frequencies.

In the case of resistively coupled IOCs there are some regions of different dynamic regimes: 1:1 synchronization, 1:2 synchronization, higher-threshold spikes death and partial IOCs synchronization of two types. The first type is characterized by a series of higher-threshold IOCs spikes displaced with respect to each other. In the spike trains the series are separated by the time intervals in which one of the IOCs does not generate higher-threshold spikes. The spike displacement in such series increases in time. The second one is defined by the synchronous series of higher-threshold spikes separated by both IOCs higher-threshold spikes death or non-synchronous spiking. Here 1:1 higher-threshold spikes synchronization can be observed.

Coupling break results in displacement of the basic regions of dynamic regimes towards larger values of coupling strength. Most appreciable changes in dynamics are observed in the regions of large values of IOCs parameter mismatch. The sizes of the regions with time binding of IOCs spikes increase substantially.

This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research (grants 05-02-17441, 06-02-16137) and the Program for Support of Leading Scientific Schools of the Russian Federation (Scientific School-7309.2006.2).

1. Sotelo C., Llinas R., and Baker R. *J. of Neurophysiology* **37** (1974) 541
2. De Zeeuw C.I. et al. *Trends in Neurosci.* **21** (1998) 391
3. Kazantsev V.B., Nekorkin V.I., Makarenko V.I., and R. Llinas, *PNAS* **100** (2003) 13064

## Controlled synchronization – desynchronization phenomena in ensembles of coupled oscillators

Korneev A.S., Belykh V.N., Osipov G.V., Kurths J.

*Nizhny Novgorod State University, Nizhny Novgorod*

We present an automatic control method for synchronization – desynchronization of regular and chaotic non-identical neuron-like oscillations, when all subsystems interact (i) by a local diffusive coupling and (ii) by a feedback. We demonstrate the effectiveness of our approach for controlled synchronization – desynchronization transitions on several examples: (i) two coupled regular and chaotic oscillators, (ii) ensembles of locally coupled regular oscillators, (iii) ensembles of locally coupled chaotic oscillators.

---

## Some peculiarities of calculation of Lyapunov exponents spectrum for distributed systems

**Balyakin A.A., Blokhina E.V.**

*Saratov State University, Saratov*

We developed the code to calculate the spectrum of Lyapunov exponents for distributed systems and applied it to a number of radiophysical models. We present the results of numerical simulation for following models: gyrotron with non-fixed field structure, several systems with time delay and distributed nonlinear resonators. The main attention is paid to the peculiarities accompanying the computational procedure. We discuss the role of numerical scheme parameters, and the physical origin of observed phenomena (such as hyperchaos, high dimensional attractors, etc.)

## Self-organization scenario in a billiard system of non-elastically colliding particles

**Krylov G.G.**

*Belarusian State University, Minsk, Belarus*

There are several known routes of self-organization and pattern formation in distributed nonlinear dissipative systems. All they correspond to sequence of instabilities occurred in a system with the results depending upon boundary conditions, system's symmetry etc. We demonstrate that a rather fascinating new route is possible which appears as time-arrow form modification in a 2D system of initially round non-elastically colliding particles placed in in some shaking billiard environment. The kinetics of form modification turns out to be symmetry breaks with subsequent partial symmetry restoration that leads to formation of near rectangular shaped objects. We try theoretically understand unpublished experiments done by Dr. V.N. Sorokin [1] in the middle of 1970's with a system in a cylinder subjected to the rotation with definite speed where regular modification of the form of inside particles has been found. For the sake of simplicity the 2D model with be investigated.

As a control parameter one can introduce the effective temperature of the system calculated through the mean value of the energy transferred in an act of a particle-boundary collision.

For small temperatures the spherical form is stable on respect to the collisions but there is a critical temperature when the a shape of "one-side cutted disk" (segment) becomes a preferable shape .

The origin of this situation is a abrupt drop of the probability of inelastic collision for a particle with segment form on respect to a round particle. Moreover the only possible collisions with form modification turn out to be such ones that correspond to plastic deformation just in opposite side of the cut and lead to near "parallel-line double cutted disk" form. This is due to the fact that for all collision except mentioned the part of total energy available for form modification will be waste due to rotation of a particle at the moment of collision.

Based on the model of elastically plastic deformation when the system is considered as linear elastic up to a definite stress and absolutely plastic above, we construct a theoretical model of such a collision, define the dependence of the value of remanent deformation upon the particle's energy and system parameters and estimate the first instability threshold for above mentioned process.

Then we calculate the probability distribution for subsequent form modification of a deformed particle upon the position of the collision on respect to the particle symmetry axis and particle energy and demonstrate the existence of the energy gap for all collision angles except a thin area near the top of the segment. The last support the proposition on route of further form modification.

The calculations performed demonstrate that such a form modification scenario could take place resulting to some sort of evolution through rare events happened in a system.

1. V.N. Sorokin. Private communications

## Бифуркации автоволн уравнения Гинзбурга – Ландау в случае трех пространственных переменных

Куликов А.Н., Куликов Д.А.

ЯрГУ, Ярославль

Рассматривается уравнение Гинзбурга – Ландау

$$u_t = u - (1 + ic)u|u|^2 - id\Delta u, \quad (1)$$

где  $u(t, x, y, z)$  – комплекснозначная функция,  $c, d \in \mathbb{R}$  ( $d > 0$ ), а  $\Delta$  – оператор Лапласа по пространственным переменным. Уравнение (1) представляет собой частный вариант уравнения Гинзбурга – Ландау, в котором отсутствует диффузионный член, но учтена дифракция. Такая ситуация типична для нелинейных оптических сред. Это уравнение изучается вместе с периодическими краевыми условиями

$$u(t, x + 2\pi, y, z) = u(t, x, y + 2\pi, z) = u(t, x, y, z + 2\pi) = u(t, x, y, z). \quad (2)$$

Краевая задача (1), (2) допускает решения в виде плоских бегущих волн

$$u_{k,m,n} = \exp(i\sigma t) \exp(i(kx + my + nz)), \quad (3)$$

где  $\sigma = -c + d(k^2 + m^2 + n^2)$ ,  $k, m, n \in \mathbb{Z}$ .

Можно показать, что при  $d > 2c$  эти волны устойчивы, а при  $d < 2c$  – неустойчивы. Следовательно, при  $d = 2c$  реализуется критический случай.

Пусть  $d = 2c - \varepsilon$  ( $\varepsilon$  – малый параметр). При таком выборе коэффициентов уравнения (1) рассматривается бифуркационная задача. При ее исследовании использован аппарат теории нормальных форм Пуанкаре – Дюлака, распространенный на дифференциальные уравнения с бесконечномерным фазовым пространством. Показано, что в итоге динамика изучаемой задачи может быть сведена к исследованию системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_1 &= [\gamma - b\rho_1 - a\rho_2 - a\rho_3]\rho_1, & \dot{\rho}_2 &= [\gamma - a\rho_1 - b\rho_2 - a\rho_3]\rho_2, \\ \dot{\rho}_3 &= [\gamma - a\rho_1 - a\rho_2 - b\rho_3]\rho_3, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\gamma = \text{sign}(\varepsilon)$ ,  $b = (30c^4 - 9c^2 + 1)/6$ ,  $a = 4c^2(1 - c^2)$ , а  $\rho_j = \rho_j(s) \geq 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ).

Совместный анализ краевой задачи (1), (2) и нормальной формы (4) позволил показать, что от бегущих волн (3) могут бифурцировать инвариантные торы размерности 2,3,4. Изучен вопрос об их устойчивости. Проведено сравнение с ранее рассмотренными случаями одной и двух пространственных переменных, т.е. когда  $u = u(t, x)$  и  $u = u(t, x, y)$ . Отмечается существенная зависимость бифуркационной картины от размерности пространства. Так, например, в трехмерном варианте возможна и жесткая бифуркация бегущих волн, что невозможно в одномерном и двумерном случаях.

## Анализ пространственно самоорганизованных структур методами компьютерных технологий

Куликова Н.В., Хмелевская В.С., Бондаренко В.В.

ОГТУАЭ (ИАТЭ), Омск

При высоких уровнях радиационного повреждения структурные элементы в этих материалах оказываются пространственно самоорганизованными. В работе показано, что эти состояния могут быть идентифицированы как мультифрактальные структуры, и количественно охарактеризованы значениями мультифрактальных параметров. Результаты анализа показывают, что выбранные количественные характеристики самоорганизованной структуры и параметры внешнего воздействия коррелируют между собой. Мультифрактальные параметры как количественные характеристики оказывается чувствительными как к параметрам внешнего воздействия, так и внутренним характеристикам материала. Показано, что величина мультифрактальной размерности может применяться в качестве эффективного средства при распознавании изучаемых структур материалов, неразличимых или слабо различимых при использовании традиционных количественных методов. Так была обнаружена корреляция между кристаллографической ориентировкой зерна материала и полученными мультифрактальными характеристиками.

По видимому, имеется возможность с одной стороны, опознавать структуры полученные в одних и тех же условиях, а с другой стороны, определить взаимосвязь получаемых структур с условиями внешнего воздействия. Действительно, после возникновения самоорганизации разброс значений мультифрактальных параметров по поверхности облучённого материала резко сужается к определённым значениям, а плотность распределения значений рассматриваемых мультифрактальных параметров может быть описана с помощью нормального закона распределения. Показано, что для рассматриваемых самоорганизованных структур существует определённое пороговое значение мультифрактальной размерности, после которого можно с уверенностью говорить о наличии самоорганизации. Так же показано, что используя это пороговое значение, методами компьютерного анализа можно достаточно точно распознать области формирования пространственной самоорганизации на поверхности облучённого материала. Кроме того, используя параметры однородности и упорядоченности, можно не только обнаружить, но и идентифицировать разновидности самоорганизации. При мультифрактальном анализе структуры границы зерна ещё до облучения его пучками ионов путём расчётов мультифрактальных характеристик можно сделать вывод о его кристаллографической ориентировке, а также типе структуры будущей внутренней самоорганизации в этом зерне. Кроме того, показано, что мультифрактальная размерность для самоорганизованных структур внутри облучённых зёрен и мультифрактальная размерность границ этих зёрен коррелируют. Можно утверждать, что наблюдается две разные кристаллографические ориентировки, которым соответствует две самоорганизованные структуры с различными мультифрактальными параметрами. Полученные закономерности в изменениях наборов мультифрактальных параметров зёрен и их границ, позволяют до облучения идентифицировать области возможного возникновения эффекта самоорганизации в зависимости от кристаллографической ориентировки зерна.

## Применение качественной теории двумерных УДС к исследованию трехмерных динамических систем

Бутенина Н.Н., Бирюков Р.С.

*ННГУ, Нижний Новгород*

Трёхмерная система дифференциальных уравнений вида

$$\begin{cases} \dot{x} = P_0(x) + ayzP_1(x) \\ \dot{y} = Q_0(y) + bxzQ_1(y) \\ \dot{z} = R_0(z) + cxyR_1(z) \end{cases}, \quad (1)$$

рассматривается как совокупность неавтономных систем второго порядка. Каждая из таких двумерных систем принадлежит семейству УДС, причем управляющей функцией является та, производная от которой не содержится в рассматриваемой системе.

Зная ограничения на управление, можно построить области управляемости и достижимости для каждой из неавтономных систем. Заметим, что ограниченность областей достижимости влечет и ограниченность установившихся движений исходной системы.

В каждой из рассматриваемых неавтономных систем могут существовать особые точки, т. е. точки, в которых векторное поле данной системы не определено [1]. Топологическая структура окрестности каждой из этих особых точек определяет характер решений неавтономной системы на соответствующей координатной плоскости и, следовательно, позволяет описать характер движений в исходной системе.

Описанный подход был использован при исследовании систем Рикитак и Лоренца, в которых все параметры считались действительными и положительными. При исследовании системы Лоренца были выбраны следующие значения:  $\beta = 8/3$  и  $\sigma = 10$ , а параметр  $r$  менялся. В системе Рикитак изменялся параметр  $\mu$ .

Используя осциллограммы решений, были найдены ограничения на управление, позволившие построить области достижимости для каждой из неавтономных систем при различных значениях параметров. Показано, что при любых ограничениях на управляющие функции установившиеся движения лежат в ограниченных областях, расположение которых существенно зависит от параметра  $\mu$  в системе Рикитак, и от параметра  $r$  в системе Лоренца.

Доказано, что в системе Лоренца, точка является особой лишь при таком значении управляющей функции, при котором в рассматриваемой точке  $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$ .



Используя такой подход, также несложно объяснить исчезновение хаоса при больших значениях параметров ( $\mu > 2.5$  — для системы Рикитаки и  $r > 30$  для системы Лоренца). Причина в том, что с увеличением параметра колебания векторных полей рассматриваемых неавтономных систем затухают.

1. N.N.Butenina, R.S.Birjukov, A.V.Metrikine "Special trajectory in a mathematical model of static equilibrium of a deep-water catenary riser" // *VI International Congress on mathematical modeling. Book of abstracts. N.Novgorod, 2004, p.150.*

## Русла и джокеры хаотических систем

Бутковский О.Я., Логунов М.Ю.

ВлГУ, Владимир

Одной из причин, вызывающих серьезные затруднения при построении моделей нелинейных процессов, является неоднородность фазового пространства исследуемых динамических систем, понимаемая как вариабельность тех или иных характеристик этих систем на их аттракторе. В [1,2] для описания таких процессов и систем, демонстрирующих различный характер движения в фазовом пространстве, введен новый класс математических моделей — динамические системы с джокерами. В них "джокеры" являются регионами в фазовом пространстве, в которых динамика системы становится плохо предсказуемой, она изменяется, усложняется или даже становится вероятностной и случайной. В противоположность джокерам вводятся "русла" — области устойчивого, хорошо прогнозируемого движения.

В этой работе на примере системы Ресслера показано, что области джокеров могут быть обнаружены на основе алгоритма дискриминации модели наблюдаемого процесса на локальных участках в пространстве состояний [3,4]. Демонстрируется устойчивость предлагаемого алгоритма к шумовым возмущениям и априорной неопределенности в выборе модельных уравнений.

Также приведены возможные причины появления областей джокеров: показана связь локальных Ляпуновских показателей и участков локального изменения размерности с этими областями.

В заключении обсуждаются преимущества прогнозирования динамических систем с использованием предлагаемого подхода, которые проявляются в том, что при реконструкции можно добиться хорошего соответствия сложности локальной модели и сложности участка фазового пространства, на котором она строится, чего лишены, к примеру, методы глобальной реконструкции, в которых сложность глобальной модели в руслах избыточна, а в джокерах недостаточна. В частности показано, что степень предсказуемости модельной системы, реконструированной на области джокеров существенно ниже, чем у модельных систем, реконструированных на руслах.

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Препринт ИПМ РАН, **32** 1998.
2. Зулпукаров М.М., Малинецкий Г.Г., Подлазов А.В. Препринт ИПМ РАН, 2007.
3. Аносов О.Л., Бутковский О.Я., Кравцов Ю.А. *Радиотехника и электроника*, **42** 3 1997.
4. Бутковский О.Я., Логунов М.Ю. *ЖЭТФ*, 2007, в печати.

## О некоторых системах с негрубой гомоклинической структурой коразмерности $n+2$

Гордеева О.В., Лукьянов В.И.

ННГУ, Нижний Новгород

Пусть  $X_\mu$  — семейство динамических систем класса  $C^k$  ( $k \geq n+2$ ), заданное на замкнутом Римановом многообразии  $M^3$ , где  $\mu$  конечномерный вектор параметров. Предполагается, что при  $\mu = 0$  система  $X_0$  имеет негрубую гомоклиническую структуру: сложное  $n$ -кратное периодическое движение  $L_0$  с мультипликатором равным 1 (при  $n$  четном — типа седло-узел, при  $n$  нечетном — типа сложное седло), неустойчивая часть центрального многообразия  $\mathbf{m}_0^-$  которого касается края устойчивого многообразия  $\mathbf{m}_0^+$  по некоторой гомоклинической кривой  $\Gamma_0$ , касание второго порядка.

Рассматривается расширенная окрестность  $U(L_0 \cup \Gamma_0)$  гомоклинической структуры  $L_0 \cup \Gamma_0$ . Изучается множество траекторий, не покидающих расширенную окрестность  $U(L_0 \cup \Gamma_0)$  при всех  $\mu$ , сохраняющих качественный тип периодического движения  $L_0$ . Таким образом, рассматриваются бифуркации системы,

связанные с нарушением условий касания инвариантных многообразий и изменениями гомоклинической кривой.

В зависимости от конечного числа условий типа неравенств, выделяется подсистема траекторий целиком лежащих в окрестности  $U(L_0 \cup \Gamma_0)$ , описываемая на языке надстроек над топологической схемой Бернулли из двух символов. Указываются случаи полного описания. Показывается, что за бифуркации связанные с гомоклинической кривой отвечают два параметра, разбивающие плоскость параметров на области, в каждой из которых система имеет заведомо различную структуру. При этом бифуркационным значениям параметров соответствуют бифуркационные пленки в пространстве динамических систем. Обсуждается вопрос  $\Omega$ -достижимости и  $\Omega$ -недостижимости бифуркационных пленок из различных областей пространства динамических систем. Доказывается, что в окрестности  $\Omega$ -недостижимой пленки всюду плотны системы, имеющие негрубые периодические движения.

1. Гордеева О.В., Лукьянов В.И. Описание траекторий динамических систем в окрестности гомоклинической структуры с двойным вырождением // Нелинейные колебания механических систем: VII Всероссийской научной конференция / Труды. Нижний Новгород 2005, С. 68–70.
2. Гордеева О.В., Лукьянов В.И. О системах, близких к системам с негрубой гомоклинической кривой коразмерности два // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер. Математическое моделирование и оптимальное управление. Вып. 2(29). Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2005. С. 59–66.
3. Гордеева О.В., Лукьянов В.И. Некоторые бифуркации предельных множеств в окрестности негрубой гомоклинической структуры с вырожденным периодическим движением // Нелинейный мир / 2007. (в печати).
4. Гордеева О.В., Лукьянов В.И. О бифуркациях динамических систем коразмерности два с негрубой гомоклинической структурой «седло-узла» // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского / 2007. (в печати).

## Regular and Chaotic Motion of Electrons in Ubitron-Amplifier: Gain Limit

V.A. Goryashko, K.V. Ilyenko, A.N. Opanasenko\*

*Institute for Radiophysics and Electronics of NAS of Ukraine, Kharkov, Ukraine*

*\*National Science Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology” of NAS of Ukraine, Kharkov, Ukraine*

To date the experimental setups of ubitrons, also called free-electron lasers, demonstrate an ability to generate and amplify coherent electromagnetic radiation almost through all over the electromagnetic spectrum from the radiowaves to the X-ray waveband [1, 2]. Due to such a unique feature the ubitron attracts active attention to itself as a promising source of coherent terahertz radiation.

Traditionally in an ubitron the interaction between transversal oscillations of electrons and microwave field of an electrodynamic structure is used. The realization of these oscillations is achieved by introducing an electron beam to a nonuniform magnetic field, the so-called magnetostatic pump field. In that case the kinetic energy transfer from translational motion of electrons to transversal-oscillatory degrees of freedom occurs. Such a well-known transfer can possess resonant properties [noted by many researchers (H.P. Freund, T.C. Marshall, N.S. Ginzburg et al.)], which, however, have not found an application because of the onset of chaotic electron dynamics. At the same time the conventional way of enhancement of the output microwave power in an ubitron-amplifier (by increasing of undulator field strength) does not allow one to achieve the maximal possible power level. Moreover, as can be shown, such an approach leads to narrowing of parameter region of the regular electron dynamics.

We propose a rigorous analytical description (and numerical simulation) of the electron motion in the nonuniform magnetic pump field of hybrid planar ubitron. The obtained results are used to analyze the amplification process of microwave signals. Utilizing overconvergent analytical method we determined the parameter region of regular electron dynamics in the pump field and shown that if the undulator field strength is less than the threshold value (which depends on the initial velocity of electrons), then the stochastic range is exponentially small with respect to the axial magnetic field. At the same time part of transferred kinetic energy from translational to transversal-oscillatory degrees of freedom can be maximized by an appropriate choice of the axial magnetic field, such that the magnetostatic resonance is held. In this case the maximal value of the linear growth rate of a microwave signal can be achieved; the growth rate does not depend on the undulator field strength for a wide range of its values. Moreover such amplification regime is stable, because

Kolmogorov-Arnold-Moser theory provides preservation of invariant toruses characterizing electron motion in the pump magnetic field.

Along with the axial phasing mechanism (intrinsic to a standard model of ubitron), we examine the azimuthal one, which can be put into operation by using an electron beam with a non-zero initial transversal velocity. This enables one not only to enhance operating frequency of a microwave signal but also to extend the range of electron beam regular dynamics.

1. O'Shea P.G., Freund H.P. *Science* **292** (2001) pp. 1853-1858.
2. Gallerano G.P., Biedron S. *in Proc. 26 FEL Conf.* (2004) pp. 216-221.

## Генерация широкополосного хаотического сигнала в автоколебательной системе с нелинейной линией передачи на магнитостатических волнах

Гришин С.В., Шараевский Ю.П., Храмов А.Е.

СарГУ, Саратов

В настоящее время одним из перспективных направлений развития информационно-телекоммуникационных систем является использование хаотических сигналов в качестве новых носителей информации в системах связи, радиолокации и др. [1]. В последние годы ведутся исследования, направленные на изучение хаотической генерации в кольцевых автоколебательных системах, в цепи обратной связи которых в качестве нелинейного элемента используется линия передачи на магнитостатических волнах (МСВ) [2, 3]. Нелинейные свойства такой линии передачи обусловлены тем, что при достаточно высоких уровнях мощности сигнала в ферромагнитной пленке происходит параметрическое возбуждение коротковолновых обменных спиновых волн, приводящее к стохастической автомодуляции генерируемого сигнала.

В докладе представлены результаты экспериментального исследования широкополосной хаотической генерации в диапазоне СВЧ в кольцевой автоколебательной системе, включающей твердотельный усилитель мощности и широкополосную нелинейную линию передачи на основе ферромагнитной пленки при возбуждении в ней различных типов МСВ: поверхностной МСВ (ПМСВ) и обратных объемных МСВ (ОМСВ). Установлено, что "зашумление" собственных мод кольцевой автоколебательной системы, возбуждаемых в полосе пропускания линии передачи на МСВ, происходит за счет параметрического возбуждения спиновых волн магнитостатической волной и нелинейности усилителя мощности. Показано, что генерация широкополосного хаотического сигнала с практически непрерывным спектром связана с наличием падающего участка на динамической характеристике нелинейной линии передачи на ПМСВ в длинноволновой части СВЧ диапазона. В случае возбуждения ОМСВ на динамической характеристике нелинейного пассивного элемента также наблюдается участок ограничения мощности, который, однако, не имеет отрицательного наклона. В этом случае отсутствие падающего участка приводит к тому, что спектр сигнала, генерируемого кольцевой автоколебательной системой, не является непрерывным. В докладе также приводятся результаты экспериментального исследования влияния внешнего гармонического сигнала различной амплитуды на режимы генерации кольцевой автоколебательной системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-02-16451), гранта Президента РФ (МК-1320.2007.9), а также программы Федерального агентства по образованию РФ и АФГИР (грант № У4-Р-06-02)

1. Дмитриев А.С., Панас А.И. Динамический хаос. Новые носители информации для систем связи. Физматлит, Москва, 2002.
2. Демидов В.Е., Ковшиков Н.Г., *Письма в ЖЭТФ*, **96** (1997) 243.
3. Mingzhong W., Kalinikos V.A., Patton C.E., *Phys. Rev. Lett.*, **95** (2005) 237202.

## Возбуждение спин-волновых пакетов поверхностной магнитостатической волной в ферромагнитной пленке при параметрическом резонансе первого порядка

Гришин С.В., Давоян А.Р., Шараевский Ю.П.

СарГУ, Саратов

Известно, что при возбуждении магнитостатических волн (МСВ) в ферромагнитных пленках, начиная с достаточно низкого уровня мощности, наблюдается дополнительное увеличение потерь, связанное с возбуждением коротковолновых спиновых волн при параметрических процессах первого порядка. Данный

эффект к настоящему времени достаточно хорошо исследован (см, например, [1,2]), однако как теоретические, так и экспериментальные результаты в этом направлении касались, в основном, определения порогового уровня мощности МСВ [3,4].

В настоящей работе приведены результаты экспериментальных и теоретических исследований, связанных с особенностями возбуждения спин-волновых пакетов поверхностной МСВ (ПМСВ), при параметрических процессах первого порядка.

Экспериментальный макет представлял собой входной и выходной микрополосковые преобразователи, нагруженные на ферромагнитную пленку. На вход линии подавался регулярный сигнал большой мощности. С выходного микрополоскового преобразователя сигнал снимался на частоте, равной примерно половине частоты входного сигнала  $f_0$ , и подавался на вход анализатора спектра Agilent Technologies серии ESA-E E4402B. В результате этих исследований было показано, что в ферромагнитной пленке возбуждаются два спин-волновых пакета, максимумы амплитуд которых отстроены от  $f_0/2$  на величину  $\Delta f \sim 300$  кГц.

Построена нестационарная модель, описывающая параметрическое взаимодействие ПМСВ со спиновыми волнами с учетом дисперсии групповой скорости этих волн. На основе этой модели показано, что при минимальном пороговом уровне мощности ПМСВ возбуждение спиновых волн наблюдается на частотах, несколько отстроенных от частоты, соответствующей половине частоты сигнала накачки. Полученные в результате численных расчетов значения отстроек хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Таким образом, результаты, полученные на основе предложенной нестационарной модели, учитывающей дисперсию групповой скорости спиновых волн, достаточно хорошо совпадают с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 07-02-00639) и Президентского гранта по поддержке молодых ученых (грант № МК-1320.2007.9).

1. Вашковский А. В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот: Учеб. пособие. Саратов: Изд-во СГУ. 1993. 311 с.
2. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука. Изд. "Физ-мат. Лит." 1994. 461 с.
3. Чивилева О. А., Анисимов А. Н., Гуревич А. Г. // ЖТФ т. 58, вып. 6, 1988
4. Гусев Б. Н., Гуревич А. Г., Анисимов А. Н., et al , // ФТТ т. 28, вып. 10, 1986

## Обобщенная метрическая характеристика динамического хаоса

**Жанабаев З.Ж.**

*КазНУ, Алматы, Казахстан*

Исследования динамического хаоса связаны с количественным различием сигналов, фазовых траекторий, отношения сигнал/шум, степени когерентности, синхронизации по различным переменным и т.д. В настоящей работе для таких целей предлагается универсальная характеристика, апробированная обработкой численных реализаций и физических экспериментов.

Интегральное неравенство Гельдера для двух произвольных функций  $x_i(t)$ ,  $x_j(t)$  может быть записано в виде равенства через некоторый коэффициент

$$K_{x_i, x_j}^{p, q} = \frac{(\langle |x_i|^p \rangle)^{1/p} (\langle |x_j|^q \rangle)^{1/q}}{\langle |x_i x_j| \rangle}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1. \quad (1)$$

Формула (1) является следствием существования метрических характеристик множества значений  $x_i(t)$ ,  $x_j(t)$  и справедлива для целых, дробных значений  $p, q$ . Значения  $p = q = 2$  соответствуют топологической размерности евклидовой поверхности. Можно использовать  $p = D > 1$ , где  $D$  — фрактальная размерность кривой  $x_i(t)$ , которая может быть самоподобной или самоаффинной в определенных интервалах масштабов измерения.

Размерности самоаффинных фракталов  $D_n$  определяются как [1]

$$\prod_{j=1}^n V_j(\delta)^{\frac{1}{d_j - D_n}} = \delta, \quad (2)$$

где  $d_j$  — топологическая размерность ячеек с размером  $\delta$ ,  $V_j$  — фрактальная мера (длина, площадь и т.д.). Можно принять  $V_n = \sum_{j \neq i=1}^N K_{x_i, x_j}^{2,2}$ ,  $N = n(n-1)/2$  и из (1), (2) итерационным путем определить  $p = D_n$ .

В случае  $x_i = x$ ,  $x_j = 1$ ,  $p = q = 2$  имеем  $K_x^{2,2} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} / \langle |x| \rangle$  — коэффициент формы сигнала, используемый в радиофизике. Если принять  $x_i = x(t)$ ,  $x_j = t$ , то мы получим характеристику аффинности, неоднородности сигнала  $K_{x,t}^{p,q}$ . Эта величина также может служить отношением сигнал/шум в динамическом хаосе. При  $K_{x_i, x_j}^{p,q} \geq 1$  равенство соответствует когерентности, синхронности функций  $x_i$ ,  $x_j$ , неравенство — их нарушению. При соответствующем выборе  $p = D$  выражение  $K_{x,t}^{D, D/(D-1)}$  более точно описывает сложность сигнала по сравнению с известной характеристикой — базой сигнала  $B = \Delta\omega\tau$ , где  $\Delta\omega$  — ширина полосы частот,  $\tau$  — время корреляции.

Через взаимосвязь чисто метрической характеристики  $K_{x_i, x_j}^{p,q}$  и метрико-топологической характеристики — информационно-этропийных критериев самоподобия и самоаффинности [2,3] можно количественно описать закономерности динамического хаоса.

1. З.Ж. Жанабаев Размерности самоаффинных фракталов, *Фракталы и прикладная синергетика*, М.:МГОУ, 2003. с.198-201.
2. З.Ж. Жанабаев Материалы VII межд. школы “Хаотические автоколебания ...”, Саратов: “Колледж”, 2004. с.98-99.
3. Z.Zh. Zhanabaev, T.Yu. Grevtseva, Fractal properties of nanostructured semiconductors, *Physica B* **391** (2007).

## Exact solutions for shapes of two-dimensional charged drops in a corner

Zubarev N.M., Zubareva O.V.

*Institute of Electrophysics, UD, RAN, Ekaterinburg*

We consider a two-dimensional drop of a conducting liquid deformed by an external electric field. The drop is placed at the apex of a corner of angle  $\Theta$ ; we assume that the walls of the corner are perfect conductors. A mathematically similar problem of finding the shape of a two-dimensional gas bubble in a corner flow was numerically studied in [1].

Let  $\{x, y\}$  are the Cartesian coordinates with the origin at the intersection of the walls. The distribution of the electric-field potential  $\phi$  is described by the two-dimensional Laplace equation. It should be solved together with the condition that the drop surface and the walls are equipotential,  $\phi = 0$ , and the following condition at infinity:

$$\phi \rightarrow Ar^\gamma \sin(\gamma\theta), \quad r \equiv \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow \infty.$$

Here  $\gamma \equiv \pi/\Theta$ ,  $\theta \equiv \arctan(y/x)$  is the polar angle, and  $A$  is some constant. The equilibrium shape of the drop surface is determined by the Laplace–Young stress condition,

$$(8\pi)^{-1}(\nabla\phi)_{\phi=0}^2 + T\kappa + P = 0,$$

which describes the balance of the electrostatic pressure and the surface tension. Here  $T$  is the surface tension coefficient,  $\kappa$  is the curvature of the free surface, and the constant  $P$  is the difference of pressures inside and outside the drop. For a surface given by the parametric expressions  $y = Y(\tau)$  and  $x = X(\tau)$ , where  $\tau$  is a parameter increasing in the anti-clockwise direction, the curvature is determined by the expression

$$\kappa = (X_{\tau\tau}Y_\tau - Y_{\tau\tau}X_\tau) \cdot (X_\tau^2 + Y_\tau^2)^{-3/2}.$$

Using an approach based on the conformal mapping, we obtain a one-parameter family ( $\gamma$  is the parameter) of exact solutions of the problem corresponding to the special case of  $P = 0$ . The surface configuration is given by the following parametric expressions:

$$X(\tau) + iY(\tau) = \left[ \frac{8\pi(2\gamma-1)T}{\gamma^2(4\gamma-1)A^2} \right]^{\frac{1}{2\gamma-1}} \cdot \left[ e^{i\tau} - \frac{2e^{-i(2\gamma-1)\tau}}{(2\gamma-1)(4\gamma-1)} - \frac{e^{-i(4\gamma-1)\tau}}{(4\gamma-1)^3} \right],$$

where  $\tau$  varies in the range  $0 \leq \tau \leq \pi/\gamma$ . In the particular case of  $\gamma = 1$ , it coincides with the McLeod’s solution for the shape of a two-dimensional gas bubble moving in an ideal liquid [2]. Some other solutions for the equilibrium configurations of the charged surface of a conducting liquid were found in [3,4].

This study was performed within the framework of the program “Mathematical Methods in Nonlinear dynamics” of the Presidium of RAS. It was supported by the Foundation for Support of Russian Science, by the Russian Foundation for Basic Research (project 07-02-96035), and by the President of Russian Federation (project MD-2553.2007.2).

1. Ozugurlu E., Vanden-Broeck J.-M., *European J. Appl. Math.* **11** (2000) 171.
2. McLeod E.B., *J. Rat. Mech. Anal.* **4** (1955) 557.
3. Zubarev N.M., *JETP* **89** (1999) 1078.
4. Zubarev N.M., Zubareva O.V., *Phys. Rev. E.* **71** (2005) 016307.

## Cluster synchronization in oscillatory networks

**Osipov G.V., Belykh V.N., Suykens J., Vandewalle J.**

*Nizhniy Novgorod State University, Nizhniy Novgorod*

Synchronous behavior in networks of coupled oscillators is commonly observed phenomena which attracted a growing interest in physics, biology, communication and other fields of science and technology. Except of global synchronization, one observes splitting of full network into several clusters of mutually synchronized oscillators. We study conditions of such cluster partition. The most attention we pay at the existence and stability of unique unconditional clusters which rise does not depend on the origin of the other clusters.

## Synchronization of Quasiperiodic Oscillations

**Anishchenko V.S.**

*Saratov State University, Saratov, Russia*

The results of studying the synchronization of ergodic and resonant regimes of quasiperiodic oscillations are presented in the lecture.

## Connectivity induced multistability in ensembles of neuron-like oscillators

**Komarov M.A., Ivanchenko M.V., Osipov G.V., Kurths J.**

*Nizhniy Novgorod State University, Nizhniy Novgorod*

We study the dynamics in ensembles of neuron-like oscillators demonstrating regular and chaotic spiking and bursting behavior. We found (i) coexistence of the variety of collective rhythmic activity regimes: in-phase and anti-phase states, (ii) different regimes of oscillation death, where one or several oscillators are suppressed and (iii) complex chaotic behavior.

## Изолированные области в фазовом пространстве стандартного отображения тора

**Лебедева Л.В.**

*ФГУ ВПО ВГАВТ, Нижний Новгород*

Ряд физических систем моделируется [1,2] отображением тора  $T : \{-\pi \leq x \leq \pi; 0 \leq y \leq 2\pi\}$

$$F : \{\bar{x} = x + y - a \sin x \pmod{2\pi}; \bar{y} = y - a \sin x \pmod{2\pi}\}. \quad (1)$$

Например,  $F$  есть математическая модель типовой импульсной системы фазовой синхронизации (ИС-ФС) с фильтром нижних частот в виде интегрирующего фильтра [1]:  $x(\bar{x})$  – разность фаз в момент дискретизации  $t_i(t_{i+1})$ ;  $y(\bar{y})$  – аналог разности частот в момент  $t_i(t_{i+1})$ ;  $a$  – обобщенный параметр. Важным представляется вопрос о существовании и причинах исчезновения изолированных областей в фазовом пространстве отображения  $F$ , при наличии которых изменение частотной переменной  $y$  ограничено некоторой окрестностью ее начального значения.

Известно [3], что при всех положительных значениях параметра  $a$  для каждой пары чисел  $(q, p)$ , где  $q$  – любое целое,  $p$  – любое натуральное отображение  $F$  имеет как минимум два  $q/p$  – цикла :  $U_{qp}$

(гиперболический при всех  $a > 0$ ) и  $S_{qp}$  (эллиптический при  $0 < a < a_{q/p}^*$  и гиперболический при  $a > a_{q/p}^*$ ). Области притяжения  $\Omega_{qp}$  эллиптических циклов  $S_{qp}$  есть  $p$ -связные изолированные области. Процедура предварительного поиска по частоте позволяет ввести в режим подстройки эталонную, под любую кратную или комбинационную частоту.

Увеличение параметра  $a$  приводит к возникновению гомо- и гетероклинических структур циклов  $U_{qp}$  и другим процессам, в результате которых при  $a > 0.971635$  [4] в фазовом пространстве наступает “полное перемешивание” [2]. Исчезает возможность использования ИСФС в режиме подстройки под комбинационные частоты.

Однако даже при  $a = 4$  области  $\Omega_{qp}$  изолированы. Исчезновение изолированных областей связано с каскадом бифуркаций удвоения в окрестности неподвижных точек  $O_{qp}$  циклов  $S_{qp}$ . Соответствующие бифуркационные значения  $a_{q/p}^*$  получены численными методами:  $a_{1/7}^* = 0.79882125$ ;  $a_{1/6}^* = 0.90672750$ ;  $a_{1/5}^* = 1.04793875$ ;  $a_{1/4}^* = 1.2393125$ ;  $a_{1/3}^* = 1.5175375$ ;  $a_{1/2}^* = 2.0$ ;  $a_{0/1}^* = a_{q/1}^* = 4.0$ . Построена серия фазовых портретов отображения, демонстрирующая описанные процессы. Если при  $a = 5$  в фазовом пространстве еще есть изолированные области, то при  $a > 6$  они становятся неразличимыми. Для ИСФС это означает, что рабочие режимы при соответствующих значениях параметров невозможны.

1. 1. Белых В.Н. Модели дискретных СФС и их исследование. *Системы фазовой синхронизации. Под ред. В.В.Шахгильдяна, Л.Н.Белюстиной..* - М.: Радио и связь, 1982. С.161-162.
2. 2. Chirikov B.V *Phys. Reports.* 1979. Vol.52. P.265.
3. 3. Лебедева Л.В. О фазовых картинах стандартного отображения тора. *Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика.* 1996. Т.4, №4,5. С.21-29.
4. 4. Aubry S., Le Daeron P.Y. The discrete Frenkel-Kontorova model and its extensions. *Physica 8D.* 1983. P.381.

## Stability of nonlinear normal modes in the Fermi-Pasta-Ulam chains

Chechin G.M., Ryabov D.S.

*Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia*  
e-mail: chechin@aaanet.ru

The concept of nonlinear normal modes (NNMs) for  $N$ -particle mechanical systems was introduced by Rosenberg in [1]. Each NNM describes a dynamical regime of a considered mechanical system for which the displacements of all particles, at any moment  $t$ , are proportional to the displacement of an arbitrary fixed particle [say,  $x_1(t)$ ]:  $x_i(t) = c_i x_1(t)$ . As a result, this dynamical regime is fully determined by only one ordinary differential equation for  $x_1(t)$ . The general approach to nonlinear dynamics of the mechanical systems with discrete symmetry, based on the concept of “bushes of normal modes”, was developed in [2]. Bushes of modes can be considered as a type of exact excitations in arbitrary nonlinear systems with discrete symmetries. In the framework of the bush modes theory, symmetry-determined nonlinear normal modes are *one-dimensional* bushes.

We consider vibrations of  $N$ -particle monoatomic chains with periodic boundary conditions. In the equilibrium state, a given chain is invariant under the action of the operator  $\hat{a}$  which shifts the chain by the lattice spacing and the inversion  $\hat{i}$  with respect to the center of the chain. The complete set of all  $\hat{a}^k$  and  $\hat{a}^k \hat{i}$  ( $k = 0, 1, \dots, N-1$ ) forms the so-called dihedral group  $D$ . Every bush corresponds to a certain subgroup of the symmetry group of the considered mechanical system. Bushes of modes of different dimensions have been found for arbitrary monoatomic chains in [3].

There are three non-equivalent NNMs associated with certain subgroups of the dihedral group  $D$ :  $B[\hat{a}^2, \hat{i}]$  for  $N \bmod 2=0$ ,  $B[\hat{a}^3, \hat{i}]$  for  $N \bmod 3=0$ ,  $B[\hat{a}^4, \hat{a}\hat{i}]$  for  $N \bmod 4=0$ . For monoatomic chains with even potential, the symmetry group is higher than  $D$ . In this case, there exist additional NNMs:  $B[\hat{a}^3, \hat{i}\hat{u}]$  for  $N \bmod 3=0$ ,  $B[\hat{a}^4, \hat{i}\hat{u}]$  for  $N \bmod 4=0$ ,  $B[\hat{a}^6, \hat{a}\hat{i}, \hat{a}^3\hat{u}]$  for  $N \bmod 6=0$ , where  $\hat{u}$  is the operator which changes signs of all atomic displacements.

It was proved in [4] that the linearized system, in the vicinity of a given NNM, can be split into a number of independent subsystems which describe the interactions of the NNM with certain subsets of other modes. Because of this splitting, we can consider parametric excitation of definite sets of modes as a result of their interaction with a given NNM. As a result, we construct the stability diagrams in axes NNM’s amplitude—wave

number. Using the stability diagrams one can identify the mode subsets that lead primarily to instability of the given NNM. It is very essential that this can be done not only for the chains with any finite number of particles  $N$ , but for the continuum limit  $N \rightarrow \infty$ , as well. The analysis of the above linearized subsystems for the Fermi-Pasta-Ulam chains allows us to make some analytical estimations of stability in the continuum limit.

1. R.M. Rosenberg, *J. Appl. Mech.* **29** (1962) 7; *Adv. Appl. Mech.* **9** (1966) 155.
2. V.P. Sakhnenko, G.M. Chechin, *Dokl. Akad. Nauk* **330** (1993) 308; *Dokl. Akad. Nauk* **338** (1994) 42; *Physica D* **117** (1998) 43.
3. G.M. Chechin, N.V. Novikova, A.A. Abramenko, *Physica D* **166** (2002) 208; G.M. Chechin, D.S. Ryabov, K.G. Zhukov, *Physica D* **203** (2005) 121.
4. G.M. Chechin, K.G. Zhukov, *Phys. Rev. E* **73** (2006) 036216.

## Взаимосвязь флуктуаций токов полевой эмиссии с различных участков поверхности пленочного наноуглеродного катода

Сидак Е.В.<sup>1</sup>, Смирнов Д.А.<sup>2</sup>, Безручко Б.П.<sup>1</sup>, Архипов А.В.<sup>3</sup>, Соминский Г.Г.<sup>3</sup>

<sup>1</sup> СарГУ, Саратов

<sup>2</sup> СФ ИРЭ РАН, Саратов

<sup>3</sup> СПбГПУ, Санкт-Петербург

По одной из гипотез на поверхности наноуглеродных катодов (перспективного объекта изучения современной электроники) могут возникать активные центры, с относительно большой величиной плотности тока. Представляет интерес вопрос о наличии и характере зависимости между флуктуациями токов полевой эмиссии электронов с различных активных центров и, в общем, об их возможной временной и пространственной упорядоченности. Цель данной работы – выявление взаимных зависимостей между временными рядами плотности тока с различных участков катода.

Экспериментальные данные представляют собой временные ряды выходных напряжений фотоэлектронных умножителей, регистрирующих яркость свечения локальных участков люминофорного экрана, установленного напротив эмиттера и бомбардируемого электронами. Обработываемые сигналы снимались с трех точек экрана. Для оценки взаимосвязи между сигналами рассчитывались характеристики причинности по Грейнджеру, т.е. улучшение прогноза одного сигнала при учете данных из другого по сравнению с «авто»-прогнозом. Этот анализ проводится с помощью построения математической модели по временному ряду в виде:

$$x_n = f(x_{n-1}, \dots, x_{n-d_1}, y_{n-1}, \dots, y_{n-d_2}),$$

$$y_n = g(y_{n-1}, \dots, y_{n-d_1}, x_{n-1}, \dots, x_{n-d_2}),$$

где  $x, y$  – два сигнала,  $d_1, d_2$  – определяют размерность модели,  $f, g$  – многочлены порядка  $K$ . Размерность моделей и порядок многочлена подбираются по насыщению ошибки прогноза модели при увеличении этих параметров.

Проводился анализ различных сеансов измерений: 10 сеансов, характеризующихся трендами («ступенчатые» изменения среднего значения, медленные колебания среднего, медленный рост или убывание среднего), и 14 сеансов, которые не содержали таких трендов. Обнаружено взаимодействие источников сигналов с номерами 2 и 3 (расположенных на расстоянии 100 мкм друг от друга) в сеансах с заметным трендом. Влияние источника 2 на 3 всегда сильнее, а иногда – одностороннее. В редких случаях видно также воздействие источника сигнала 2 и источника сигнала 3 на источник сигнала номер 1 (удаленный от двух других на расстояния 300 и 400 мкм). Для сеансов без трендов значимого взаимодействия не обнаружено.

Полученные результаты могут отражать существование в течение некоторых промежутков времени упорядоченных пространственных структур на поверхности катода. Но эти структуры не являются постоянно действующими, их характеристики все время меняются. Дополнительное исследование показывает, что обнаруженная взаимосвязь флуктуаций тока в сигналах с трендами является свидетельством воздействия «медленного процесса» на все источники сигналов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 05-02-16305, 05-02-17206).



## Изучение нелинейной динамики взаимодействия электронного потока с полями связанных резонаторов

Титов В.Н., Ставров И.В., Яковлев А.В., Рыскин Н.М.

СарГУ, Саратов

Изучение нестационарных нелинейных процессов в цепочках связанных резонаторов, возбуждаемых электронным потоком, представляет практический интерес в связи с такими важными проблемами, как паразитное самовозбуждение, генерация многочастотных и хаотических колебаний, усиление и генерация коротких импульсов. В настоящем докладе представлены результаты численного моделирования подобных процессов на основе нестационарной дискретной теории возбуждения периодических структур, развитой в [1]. Для моделирования динамики электронного потока используется известный метод “частиц в ячейке” [2]. Данный подход обладает рядом преимуществ по сравнению с известными аналогами. В частности, он позволяет с единых позиций моделировать процессы в широком классе систем.

В работе исследованы режимы нелинейной динамики в лампах бегущей и обратной волны с электродинамической системой в виде цепочки связанных резонаторов, а также в генераторе клистронного типа на встречных пучках, предложенном в [3]. На примере ЛОВ с цепочкой связанных резонаторов изучены нестационарные процессы, включая режимы регулярной и хаотической автомодуляции. Проведено сравнение с известными результатами, полученными в рамках волновой теории [4-6]. В случае ЛБВ с цепочкой связанных резонаторов исследованы нестационарные процессы усиления коротких импульсов с учетом паразитного самовозбуждения усилителя. Для клистронного генератора на встречных пучках определены зоны самовозбуждения генератора, изучены режимы автомодуляции и переходы к хаосу.

Работа поддержана грантом РФФИ 06-02-16773, а также программой АФГИР для молодых ученых, грант У2-Р-06-09.

1. С.П. Кузнецов, *Радиотехника и электроника*, **25** (1980) 419.
2. Р. Хокни, Дж. Иствуд, Численное моделирование методом частиц, М.: Мир, 1987.
3. Y.M. Shin, N.M. Ryskin, J.H. Won, S.T. Han, G.S. Park, *Phys. Plasmas*, **13** (2006) 033104.
4. Н.С. Гинзбург, С.П. Кузнецов, Т.Н. Федосеева, *Известия вузов-Радиофизика*, **21** (1978), 1037-1052.
5. Н.М. Рыскин, Д.И. Трубецков, В.Н. Титов *ДАН*, **358** (1998) 620-623.
6. Н.М. Рыскин, В.Н. Титов *Известия вузов-Радиофизика*, **44** (2001) 860-874.

## Влияние длительности и частоты стимуляции на стабильность отклика ансамблей нейронов на этапе первичной обработки сенсорной информации

Тупицын А.Н.<sup>1</sup>, Павлов А.Н.<sup>1</sup>, Морено А.<sup>2</sup>, Макаров В.А.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>СарГУ, Саратов

<sup>2</sup>Университет Компьютенсе, Мадрид, Испания

В нашей работе изучаются механизмы обработки тактильной информации ансамблями нейронов комплекса ядер тройничного нерва крысы [1]. Исследования проводятся на основе вейвлет-анализа реакции нервных клеток на периодическую стимуляцию вибрисс короткими воздушными импульсами. Показано, что динамическая стабильность (степень повторяемости) нейронного отклика зависит от длительности и частоты стимулирующих импульсов. Поведение нейронов главного сенсорного (Pr5) и интерполярного (Sp5i) ядер является во многом похожим и контрастирует с динамикой нейронов орального (Sp5o) ядра. Нейроны из Pr5 и Sp5i демонстрируют наивысшую стабильность отклика при средней (50 мс) длительности стимулирующих импульсов, в то время как в Sp5o максимум достигается при более коротких (10 мс) импульсах [2]. Данные результаты позволяют сделать предположение о существенных отличиях в динамике ядер, обусловленных их физиологической специализацией. Действительно, ядра Pr5 и Sp5i обрабатывают основную часть тактильной информации, в то время как Sp5o в основном передает болевые стимулы, добавляя к ним пространственно-временной контекст. Последнее может служить объяснением “предпочтения” нейронов этого ядра к наиболее короткому (10 мс) воздействию, когда более важен сам факт присутствия стимула, а не его длительность [3].

Установлено, что нейроны всех трех ядер имеют три основных типа фильтрационных характеристик: а) пропускание низких частот, т.е. стабильность нейронного отклика уменьшается с ростом частоты стимула; б) полосовое пропускание, т.е. стабильность достигает максимума при оптимальной (5 Гц для Pr5 и Sp5i и

4 Гц для  $Sp50$ ) частоте стимула; и в) отсутствие ярко выраженной зависимости стабильности от частоты [4]. Во втором случае существование оптимального значения отклика нейрона на внешнее воздействие, возможно, связано с наличием собственных временных масштабов в функционировании нервных клеток. Наши результаты подтверждаются данными, полученными на основе измерения амплитуды усредненного нейронного отклика в сомато-сенсорной коре, в которых были обнаружены сходные фильтрационные свойства. Таким образом, мы можем предположить, что часть фильтрационных характеристик, проявляющихся в отклике нейронов сомато-сенсорной коры, являются индуцированными аналогичным откликом нейронов тройничного нерва.

1. Moreno A., Garsia-Gonzalez V., Sanches-Jimenez A., Panetsos F. *NeuroReport* **16** (2005) 1569
2. Pavlov A.N., Makarov V.A., Mosekilde E., Sosnovtseva O.V. *Briefings in Bioinformatics* **7** (2006) 375
3. Pavlov A.N., Tupitsyn A.N., Makarov V.A., Panetsos F., Moreno A., Garcia-Gonzalez V., Sanchez-Jimenez A. *Proc. SPIE* **6436** (2007) 64360R
4. Тупицын А.Н., Павлов А.Н., Морено А., Макаров В.А. *Биофизика* (2007) (направлена)

## **Применение генераторов динамического хаоса для уменьшения низкочастотных помех источников электропитания**

**Харитонов И.В., Костиков В.Г.**

*МГГУ, Москва*

Наряду со значительными преимуществами импульсные устройства обладают некоторыми серьезными недостатками, наиболее заметным из которых является генерация электрических и акустических помех во время переходных процессов включения — выключения больших токов. Часто к источникам электропитания предъявляются достаточно жесткие требования по составу и уровням гармонических составляющих выходного напряжения. Так, например, в радиолокации уровень помех источника электропитания в диапазоне частот Доплера не должен превышать определённого уровня. В мобильной аппаратуре источники непрерывного действия не могут быть использованы в связи с большими массами и объёмом. При использовании импульсных источников электропитания применяются методы стабилизации, фильтрации входного сигнала, увеличение длительности фронта и спада сигналов, экранирование приборов. В большинстве случаев данные методы направлены на уменьшение помехи в силовой части источника электропитания и приводят к увеличению массы и размеров изделия. В последнее время стали появляться разработки, решающие проблему снижения помех путём расширения спектра импульсного устройства. При этом используется широкополосная модуляция с применением цифровых генераторов случайных чисел и других цифровых элементов, входящих в состав интегральных схем. Более эффективным при решении этой проблемы представляется использование аналоговых сигналов динамического хаоса, возникающих при определённых условиях в нелинейных электрических цепях. Это в значительной степени снижает стоимость устройства и позволяет расширять спектр меньшими средствами, в отличие от цифровых схем.

## **К проблеме анализа устойчивости синхронного режима в синтезаторах частот с кусочно-постоянной формой управляющего сигнала**

**Антоновская О.Г., Горюнов В.И.**

*ННГУ, Нижний Новгород*

Известно, что использование в схемах современных синтезаторов частот (СЧ) фазовых детекторов, реализующих на своем выходе кусочно-постоянную форму управляющего сигнала, являющуюся результатом логического анализа относительного расположения импульсов эталонного генератора и выходных импульсов декадного счетчика с перестраиваемым коэффициентом деления [1,2], приравнивает задачу анализа динамики СЧ к проблеме изучения систем с переменной структурой (СПС) [3].

В настоящем докладе на примере математического моделирования динамики СЧ с импульсным частотно-фазовым детектором (ИЧФД), астатизирующей емкостью, реализующей этапы запоминания информации, отмечается, что как и в СПС использование кусочно-постоянного во времени характера сигнала управления позволяет ввести в пространстве состояний математической модели (ММ) СЧ подпространства, в каждом из которых управление принимает соответствующее постоянное значение. Полное представление о фазовых траекториях ММ СЧ в этом случае получается после исследования свойств траекторий

в каждом из подпространств и характера перехода траекторий из одного подпространства в другое, т.е. сводится к изучению последовательности соответствующих им точечных отображений.

Показано, что при реализации указанного подхода к анализу динамики СЧ с астатизирующим фильтром основное синхронное движение соответствует склеенной неподвижной точке, лежащей на стыке различных сечений центрального подпространства. Отмеченная особенность порождает фундаментальную проблему изучения локальной и глобальной устойчивости основного синхронного режима в СЧ. Для решения ее предложена процедура использования сечений различных функций Ляпунова, построенных в каждом из сечений окрестности склеенной неподвижной точки.

Показано, что при наличии центрального движения устойчивость неподвижной точки в "малом" может быть обнаружена только при учете нелинейных свойств соответствующих точечных отображений с использованием приемов анализа устойчивости интервально неопределенных динамических систем [4].

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А., Карякин В.Л. и др. Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации. М.: Радио и связь, 1989. 320с.
2. Левин В.А., Малиновский В.И., Романов С.К. Синтезаторы частот с импульсно-фазовой автоподстройкой. М.: Радио и связь, 1989. 232 с.
3. Справочник по теории автоматического управления. Под ред А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
4. Антоновская О.Г., Горюнов В.И. К оценке величины интервала неопределенности при исследовании устойчивости основного режима в нелинейной астатической системе с широтно-импульсной модуляцией управляющего сигнала методом функций Ляпунова. IX Международный семинар "Устойчивость и колебания нелинейных систем управления": Тезисы докладов. М., 2006. С.18-19.

## Оценка направления связи между колебательными процессами с частотой 0.1 Гц в сердечно-сосудистой системе человека

Бодров М.Б., Захаревич А.М., Беспятов А.Б., Гриднев В.И.

*СарГУ, Саратов*

*Саратовский НИИ кардиологии МЗ РФ, Саратов*

Задача определения наличия и преимущественного направления связи между колебательными системами является актуальной во многих научных дисциплинах и представляет фундаментальный и практический интерес при исследовании характера взаимодействия систем. Для решения этой задачи существует ряд традиционных методов спектрального анализа и теории информации. В последнее время все большее развитие получают новые нелинейные методы исследования взаимодействия систем [1].

В настоящей работе продемонстрирована возможность применения метода эволюционного отображения [2] к обнаружению направленности воздействия между двумя колебательными процессами сердечно-сосудистой системы человека — процессом медленной регуляции артериального давления и процессом медленной регуляции сердечного ритма, имеющими собственную частоту около 0.1 Гц. Ранее была продемонстрирована возможность существования фазовой синхронизации между этими ритмами [3]. В ряде случаев связь между исследуемыми процессами была достаточно слабой, о чем можно судить по численным характеристикам связи (например, индексу фазовой синхронизации), что позволяет применить метод эволюционного отображения для оценки направления воздействия.

Нами исследовалось десять здоровых человек. Для каждого из них в течение 10 минут одновременно регистрировались сигналы электрокардиограммы и пульсограммы при произвольном дыхании. Дополнительно с пятью испытуемыми проводились записи сигналов при дыхании с постоянной частотой 0.2 Гц. Предварительная обработка исследуемых сигналов проводилась согласно методике, описанной в [3].

При произвольном дыхании для пяти испытуемых наблюдалось преимущественное воздействие процесса медленной регуляции сердечного ритма на процесс медленной регуляции артериального давления. Для одного человека наблюдалось обратное воздействие. Для остальных людей метод не дал значимых оценок. В экспериментах с постоянной частотой дыхания для трех испытуемых обнаружено воздействие процесса медленной регуляции артериального давления на процесс медленной регуляции сердечного ритма. У одного человека наблюдалось обратное воздействие, и у одного испытуемого направление связи не было выявлено. Планируется дальнейшее накопление статистики на здоровых людях, а также исследование направления связи между ритмами с частотой 0.1 Гц у людей, перенесших инфаркт миокарда.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 07-02-00589 и № 07-02-00747.

1. T. Kreuz, F. Mormann, R.G. Andrzejak et al., *Physica D* **225** 2007 P. 29-42.
2. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, *Phys. Rev. E* **64** (2001) 045202.
3. А.Р. Киселев, А.Б. Беспятов, О.М. Посненкова и др., *Физиология человека* **33** (2007) С. 69-75.

## Симметрично обусловленные типы синхронизации в цепочках связанных хаотических осцилляторов

Гуров Ю. В., Чечин Г. М.

ЮФУ, Ростов-на-Дону

В работах [1, 2] были развиты общие теоретико-групповые методы исследования нелинейной динамики систем с дискретной симметрией, основанные на концепции бушей мод. Позднее эти методы были применены для исследования различных колебательных режимов в нелинейных цепочках [3, 4] и в диссипативных системах с точечной кристаллографической симметрией [5]. В последней работе найдены все типы симметрии для трехмерных диссипативных систем с квадратичными нелинейностями в правых частях уравнений движения (к этому типу систем принадлежат, в частности, известные системы Лоренца и Ресслера), которые допускают существование хаотических аттракторов. Среди обнаруженных нами таких систем особо выделяется элегантная двухпараметрическая система, которая обладает точечной симметрией  $D_2$  (ниже она называется хаотическим осциллятором типа  $D_2$ ). Заметим, что осцилляторы Ресслера и Лоренца являются трехпараметрическими системами и обладают более низкой симметрией -  $C_1$  и  $C_2$ , соответственно. Подробное исследование регулярной и хаотической динамики осциллятора  $D_2$  было выполнено в работе [6].

С другой стороны, в последние годы большое внимание исследователей было привлечено к явлению синхронизации в цепочках связанных хаотических осцилляторов (см., например, [7]). В связи с вышеуказанными направлениями исследований, в настоящей работе рассматривается задача о нахождении симметрично обусловленных типов синхронизации в цепочках хаотических осцилляторов типа  $D_2$ , которые определяются аттракторами (регулярными и хаотическими) рассматриваемой системы. При этом все аттракторы характеризуются некоторыми подгруппами группы симметрии уравнений движения изучаемых цепочек. Заметим, что при рассмотрении колебаний нелинейных цепочек с каждым их узлом связана лишь одна степень свободы, в то время как для случая цепочек хаотических осцилляторов с каждым узлом связано три степени свободы.

При выходе на аттрактор в системе наблюдается определенная синхронизация в движении отдельных хаотических осцилляторов. Нами изучены некоторые из возможных типов такой синхронизации, приводящей к определенным пространственным и временным связям в динамике отдельных хаотических осцилляторов типа  $D_2$ .

1. В.П. Сахненко, Г.М. Чечин, ДАН **330** (1993) 308; ДАН **338** (1994) 42.
2. G.M. Chechin and V.P. Sakhnenko, *Physica D* **117**, (1998) 43.
3. G.M. Chechin, N.V. Novikova, and A.A. Abramenko, *Physica D* **166** (2002) 208.
4. G.M. Chechin, D.S. Ryabov, and K.G. Zhukov, *Physica D* **203** (2005) 121.
5. G.M. Chechin and D.S. Ryabov, *Phys. Rev. E* **69** (2004) 036202.
6. А.И. Никифоров, Д.С. Рябов, Г.М. Чечин, *Известия вузов "Прикладная нелинейная динамика"* **12** (2004) 28.
7. J.F. Heagy, T.L. Carroll, and L.M. Pecora, *Phys. Rev. E* **50** (1994) 1874.

## Оценка параметров систем с задержкой в периодическом режиме по переходному процессу

Диканев Т.В., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д.

СФ ИРЭ РАН, Саратов

Задача оценки времени задержки автоколебательных систем с запаздыванием по периодическому временному ряду представляет значительный интерес, поскольку многие важные системы с запаздыванием демонстрируют периодическое или слабо хаотическое поведение, что не позволяет использовать методы, разработанные для реконструкции этих систем по хаотическим временным рядам [1]. В то же время, переходные процессы в автоколебательных системах могут давать некоторую дополнительную информацию о системе и, следовательно, могут быть использованы для оценки ее параметров [2].

В основе предлагаемого метода лежит исследование отклика системы с запаздыванием на достаточно сильное внешнее воздействие, приводящее к возникновению переходного процесса. В качестве примера в численном эксперименте приведены результаты исследования системы с задержкой, описываемой дифференциальным уравнением первого порядка следующего вида:

$$\varepsilon \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t - \tau)),$$

где  $\tau$  - время задержки,  $\varepsilon$  - параметр инерционности, а  $f(x) = \lambda - x^2$ . В отсутствие внешнего воздействия при  $\tau = 300$ ,  $\varepsilon = 10$ ,  $\lambda = 1.2$  эта автоколебательная система демонстрирует периодические колебания с периодом, близким к  $2\tau$  и амплитудой колебаний, близкой к единице.

При этом методика оценки времени задержки, предложенная в [1], не позволяет определить время задержки в системе. В силу того, что сигнал автогенератора является периодическим, зависимость числа  $N$  пар экстремумов временного ряда, удаленных друг от друга на время  $\tau$  от величины  $\tau$ , описанная в [1], не имеет единственного глобального минимума, по которому можно оценить время задержки. В качестве внешнего воздействия используется внешний сигнал в виде прямоугольных импульсов с периодом  $T = 2300$  и длительностью импульса от  $0.05T$  до  $0.5T$ . Амплитуда внешнего воздействия составляла  $0.5$ . Рассмотрены различные способы внесения внешнего воздействия в систему. Показано, что внешнее воздействие приводит к появлению на временной реализации автогенератора длительных участков переходного процесса с большим количеством дополнительных экстремумов. В результате на зависимости  $N(\tau)$  появляется выраженный минимум, по которому можно достаточно точно оценить время задержки. При оценке параметра инерционности  $\varepsilon$  и нелинейной функции были использованы точки в промежутке между последовательными импульсами воздействия. Такой подход позволил восстановить параметр инерционности с ошибкой, не превышающей 1%.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №07-02-00589.

1. Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Караваев А.С., Безручко Б.П. *ЖЭТФ* **127** (2005) С.515-527.
2. Bezruchko B.P., Dikanov T.V., Smirnov D.A. *Phys. Rev. E* **64** (2001) 036210.

## Взаимосвязь порога синхронизации с коэффициентом эффективной диффузии мгновенной фазы хаотических автоколебаний

Захарова А.С.

СарГУ, Саратов

Синхронизация - одно из важнейших нелинейных явлений, характерных для автоколебательных систем, в том числе для генераторов хаоса [1,2]. Однако, такое классическое проявление синхронизации, как захват фазы и частоты, наблюдается не для любых хаотических систем, а только для генераторов в режиме так называемого фазово-когерентного (спирального) хаоса. Такой генератор во многом подобен периодическому генератору с шумом. В спектре мощности фазово-когерентного хаоса имеется узкая линия с максимумом на средней частоте автоколебаний, ширина которой определяется коэффициентом эффективной диффузии мгновенной фазы  $B_{eff}$  [2,3].

Для синхронизации хаотических автоколебаний, так же как для синхронизации генератора с шумом, характерно существование порога синхронизации. При вынужденной синхронизации - это минимальное значение амплитуды воздействия, при котором является возможным наблюдать захват фазы хаотических автоколебаний, а при взаимной синхронизации - минимальное значение параметра связи. Вопрос о том,

чем определяется порог синхронизации хаоса, неоднократно обсуждался в литературе [4]. В данной работе устанавливается взаимосвязь порога синхронизации хаоса с коэффициентом эффективной диффузии фазы. Показано, что, начиная с некоторых значений коэффициента диффузии, синхронизация становится невозможной. Сравниваются результаты, полученные для двух моделей хаотических автогенераторов.

1. Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. Техносфера, Москва. 2003.
2. Анищенко В.С. и др. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Ижевск: Институт компьютерных исследований, Москва, 2003.
3. Pikovsky A. et al. Attractor-repeller collision and eyelet intermittency at the transition to phase synchronization *Phys Rev. Lett.* **79** (1997) 47.
4. Логинова М.В., Анищенко В.С. Исследование универсальных свойств порога внешней синхронизации хаотических систем. *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* **11(2)** (2003) 87-95

## Phase auto-reset in the model of neural bursting

Klinshov V.V., Nekorkin V.I.

*Institute of Applied Physics of Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod*

Phase relationship between oscillations of the neurons in neural networks is very important for their functioning and informational processing [1-5]. Different mechanisms of phase synchronization and control have been considered in scientific papers in recent years. One of such mechanisms is phase auto-reset first discovered in [5] on example of FitzHugh-Nagumo model. The effect of phase reset consists in the following: if we apply an external pulse on an oscillating system the phase after stimulation doesn't depend on the initial phase. The new phase is determined only by the pulse parameters.

In the current work we consider the phase auto-reset in the classical model of neural bursting proposed by Hindmarsh and Rose [6]. The Hindmarsh-Rose model represents a three-dimensional dynamical system. There were determined the parameters areas where the system has the stable limit cycle and phase-coherent strange attractor. For both these cases the phase of oscillations was introduced [7]. The external pulse action on the system was studied. There were found the values of the pulse duration and amplitude for which the oscillations phase after the pulse applying doesn't depend on the old phase. The value of the new phase was calculated depending on the pulse parameters.

In summary, the effect of phase auto-reset was found and investigated in the Hindmarsh-Rose model of neural bursting. What is important, the phase auto-reset is possible for regular and chaotic oscillations alike.

1. Llinas R. I of the Vortex. From Neurons to Self. The MIT Press Cambridge, Massachusetts, 2002.
2. Leznik E., Makarenko V.I., Llinas R. *J. Neurosci* **22** (2002) 2804.
3. Makarenko V.I., Llinas R. *Procs Natl Acad. Sci USA* **95** (1998) 15747.
4. Schweighofer N. et al *Procs Natl Acad. Sci USA* **101** (2004) 4655.
5. Kazantsev V. B. et al *Procs Natl Acad. Sci USA* **101** (2004) 18183.
6. Hindmarsh J.L., Rose R. M. *Proc. R. Soc. Lond. B.* **221** (1984) 87.
7. Anishenko V.S. et al Nonlinear dynamics of chaotic and stochastic systems, Springer, Berlin, 2003.

## Управление мультистабильностью при помощи синхронизации

Астахов В.В., Коблянский С.А., Шабунин А.В.

*СарГУ, Саратов*

Явлению синхронизации регулярных и хаотических движений посвящено множество работ, и оно продолжает привлекать интересы исследователей. Одним из новых направлений в этой области является синхронизация мультистабильных систем [1]. Авторами указанной работы выявлен ряд особенностей при синхронизации системы, бистабильность которой обусловлена характером нелинейности. В настоящей работе исследуется явление синхронизации автоколебательных систем с фазовой мультистабильностью внешним периодическим воздействием.

Для взаимодействующих систем с бифуркациями удвоения периода типично явление фазовой мультистабильности, когда при фиксированных значениях управляющих параметров в фазовом пространстве

системы сосуществует множество регулярных и хаотических аттракторов [2]. Класс таких систем довольно широк и разнообразен. В работе синхронизация систем с фазовой мультистабильностью изучается на примере двух диффузионно связанных генераторов с инерционной нелинейностью при внешнем периодическом воздействии

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= mx_1 - x_1z_1 + y_1 + \varepsilon(x_2 - x_1) + F(t), \\ \dot{y}_1 &= -x_1, \\ \dot{z}_1 &= gz_1 + g(e^{x_1} - 1), \\ \dot{x}_2 &= mx_2 - x_2z_2 + y_2 + \varepsilon(x_1 - x_2), \\ \dot{y}_2 &= -x_2, \\ \dot{z}_2 &= gz_2 + g(e^{x_2} - 1).\end{aligned}$$

где  $x_{1,2}, y_{1,2}, z_{1,2}$  - динамические переменные;  $m, g$  - управляющие параметры парциальной системы,  $\varepsilon$  - коэффициент связи,  $F(t)$  - внешнее периодическое воздействие. Для автономной системы двух связанных генераторов на плоскости  $m - \varepsilon$  построены области фазовой мультистабильности и выявлен бифуркационный механизм ее формирования. Показано, что каждый из сосуществующих аттракторов имеет свою собственную характерную частоту. Величина разброса по собственным частотам зависит от коэффициента связи. Построены области синхронизации для сосуществующих автоколебательных режимов на плоскости амплитуда - частота внешнего воздействия. Установлено, что через синхронизацию внешним периодическим воздействием можно осуществлять переключения между мультистабильными состояниями.

1. A. N. Pisarchik, R. Jaimes-Reategui, J. R. Villalobos-Salazar, G. H. Garcia-Lopez and S. Bocaletti. Synchronization of Chaotic Systems with Coexisting Attractors. *Phys. Rev. Let.* **96** (2006) 244102
2. В.В. Астахов, Б.П. Безручко, Ю.В. Гуляев, Е.П. Селезнев. Мультистабильные состояния диссипативно связанных фейгенбаумовских систем. *Письма в ЖТФ* **15** (1989) 60

## Синхронизация фазовых волн в цепочке генераторов с предельными циклами Астахов В.В., Коблянский С.А., Щербаков М. Г., Шабунин А.В.

СарГУ, Саратов

В кольце идентичных генераторов могут возникать пространственно периодические режимы (или фазовые волны), когда между соседними осцилляторами вдоль цепочки сохраняется постоянный фазовый сдвиг и полный набег фазы по кольцу равен  $2\pi n$ . В зависимости от величины разности фаз в кольце осцилляторов наблюдаются фазовые волны различной длины. При определенных типах связи в пространстве управляющих параметров имеются области значений, при которых в кольце генераторов возникает явление фазовой мультистабильности [1,2]. В зависимости от выбора начальных условий реализуется множество режимов с разными пространственными периодами.

В данной работе изучается возможность управления фазовой мультистабильностью через синхронизацию фазовых волн внешним периодическим воздействием на один из генераторов цепочки. Исследования проводятся на примере цепочки генераторов Ван дер Поля с периодическими граничными условиями

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= y_1, \\ \dot{y}_1 &= (\epsilon - x_1^2)y_1 - \omega_0^2 x_1 + \gamma(y_2 - 2y_1 + y_N) + A \sin(\omega t), \\ \dot{x}_i &= y_i, \\ \dot{y}_i &= (\epsilon - x_i^2)y_i - \omega_0^2 x_i + \gamma(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}), \\ x_{1+N} &= x_1, \\ y_{1+N} &= y_1.\end{aligned}$$

где  $x_i, y_i$  - динамические переменные парциальных генераторов, нижний индекс указывает номер элемента цепочки ( $i = 2, \dots, N$ ),  $N$  - количество элементов цепочки,  $\epsilon, \omega_0$  - параметр возбуждения и собственная частота парциальных генераторов цепочки,  $A, \omega$  - амплитуды и частоты внешнего воздействия,  $\gamma$  - коэффициент связи.

В работе построены области фазовой мультистабильности автономной цепочки и показано, что каждый из сосуществующих пространственно периодических режимов имеет собственную частоту. Меняя частоту

внешнего воздействия, через синхронизацию генератора цепочки можно осуществлять переходы между мультистабильными состояниями распределенной автоколебательной системы.

1. V.I. Nekorkin, V.A. Makarov, M.G. Velarde. Spatial disorder and waves in a ring chain of bistable oscillators. *Int. J. of Bifurcation and Chaos* **6** (1996), N10, 1845.
2. А.В. Шабунин, А.А. Акопов, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова. Бегущие волны в дискретной ангармонической автоколебательной среде. *Известия вузов - Прикладная нелинейная динамика* **13** (2005) N4, с. 37.

## Критическое поведение систем связанных осцилляторов Рёсслера

Кузнецов А.П., Паксютов В.И.

*СФ ИРЭ РАН, Саратов*

Класс моделей, состоящий из двух связанных осцилляторов, является интересным для изучения с точки зрения особенностей устройства пространства параметров. К таким особенностям относятся объекты в пространстве параметров, имеющие различную коразмерность. Так, помимо поверхностей, имеющих коразмерность один, на которых происходят бифуркация седло-узел, бифуркации Андронова-Хопфа и удвоения периода, и линий их пересечений, имеющих коразмерность два, существуют точки с коразмерностью 3 и выше. Эти точки в свою очередь располагаются друг относительно друга в соответствии с определенными характерными закономерностями и их последовательность может сходиться к критическим точкам. Осциллятор Рёсслера демонстрирует удвоения периода колебаний при вариации управляющих параметров. Соответственно, на плоскости двух управляющих параметров системы двух связанных осцилляторов Рёсслера имеются линии удвоения периода, пересекающиеся с линиями других бифуркаций. Это создает возможность для появления различных критических точек.

В настоящей работе показано, что на плоскости управляющих параметров диссипативно связанных осцилляторов Рёсслера должны существовать критические точки С-типа на границе диагональной ветви области синхронизации [1]. Бесконечно малым изменением параметров системы из критической точки С-типа можно попасть в области периодического, квазипериодического или хаотического поведения системы. Устройство плоскости управляющих параметров связанных осцилляторов Рёсслера симметрично относительно диагонали, и соответственно существуют как минимум две точки С-типа. В окрестности терминальных точек, последовательность которых сходится к критическим точкам С-типа существуют области сосуществования двух периодических режимов колебаний, ограниченные линиями касательных бифуркаций и субкритической бифуркации удвоения периода.

Исследование модели, состоящей из двух связанных осцилляторов Рёсслера с однонаправленной диссипативной связью, показывает, что плоскость управляющих параметров такой системы не является симметричной, и это создает возможность для бикритической динамики системы, то есть появления бикритической точки на плоскости параметров [2]. Бикритический тип поведения реализуется, когда подбором параметров обе связанные подсистемы одновременно достигают порога хаоса. При изменении параметров связи наблюдается сближение критической точки С-типа и бикритической точки.

В настоящей работе была предпринята попытка наблюдения явлений скейлинга в окрестности критических точек С-типа и бикритической точки для системы однонаправленно связанных осцилляторов Рёсслера.

1. А.П.Кузнецов, В.И.Паксютов, Динамика двух неидентичных связанных автоколебательных систем с удвоениями периода на примере осцилляторов Рёсслера, *Изв. вузов ПНД*, т.14, №2, (2006), С. 3-15.
2. С.П.Кузнецов, Динамический хаос, М.: Физматлит, 2001.

## Новый метод оценки суммарного процента фазовой синхронизации ритмов сердечно-сосудистой системы

Рубан Е.И., Пономаренко В.И., Прохоров М.Д., Караваев А.С., Гриднев В.И., Киселев А.Р.

*СарГУ, Саратов*

Проведено исследование фазовой синхронизации между двумя контурами симпатической барорефлекторной регуляции деятельности сердечно-сосудистой системы человека: контура, модулирующего частоту



сердечных сокращений, и контура, участвующего в управлении тонусом артериальных сосудов. На основе анализа предложенной нами ранее интегральной численной меры фазовой синхронизованности сигналов — суммарного процента фазовой синхронизации  $S$ , было показано наличие фазовой синхронизации между этими подсистемами [1]. Обнаружено, что величина  $S$  у пациентов, перенесших инфаркт миокарда, возрастает в ходе успешного проведения лечебно-реабилитационных мероприятий, приближаясь к значениям, типичным для здоровых людей, что свидетельствует о перспективности предложенной меры для задач медицинской диагностики. Важным этапом расчета значения суммарного процента фазовой синхронизации сигналов является автоматический поиск участков синхронизации по временному ряду разности фаз исследуемых сигналов.

В работе на основе анализа суррогатных данных сопоставляются два метода автоматического поиска участков фазовой синхронизованности по экспериментальным рядам: метод, основанный на контроле величины производной разности фаз исследуемых сигналов, и новый метод, в основе которого лежит анализ динамики кусочно-линейной аппроксимации разности фаз в скользящем окне. Методы сопоставлялись при исследовании синхронизованности между регуляторными подсистемами в сердечно-сосудистой системе пяти здоровых испытуемых. Для обоих методов осуществлялся подбор оптимальных значений параметров, позволяющих получить статистически наиболее значимые результаты. Оценка статистической значимости результатов осуществлялась с помощью анализа ансамбля суррогатных данных, приготовленных из исходных временных рядов с сохранением спектра мощности исследуемых сигналов.

В результате проведенных исследований установлено, что при использовании нового метода автоматического поиска участков фазовой синхронизации сигналов, основанного на анализе временной динамики кусочно-линейной аппроксимации их разности фаз, статистическая значимость оценки величины суммарного процента фазовой синхронизации  $S$  существенно выше, чем при использовании ранее разработанных методов. Подобраны параметры метода, позволяющие точно идентифицировать синхронные участки в автоматическом режиме, что может быть использовано при медицинской диагностике состояния сердечно-сосудистой системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 07-02-00747 и № 07-02-00589 и фонда некоммерческих программ "Династия".

1. А.Р. Киселев и др., *Физиология человека* **33** (2007) С. 69-75.

## Синхронизация автогенератора с запаздыванием внешним гармоническим сигналом

Рыскин Н.М., Усачева С.А.

СарГУ, Саратов

На сегодняшний день в нелинейной динамике на передний план выходит изучение явления синхронизации [1], причем особый интерес вызывает изучение различных вопросов, связанных с синхронизацией в распределенных системах. Важным классом распределенных систем являются системы с запаздывающей обратной связью (ЗОС), которые демонстрируют разнообразные режимы сложной динамики, включая хаотическую, и встречаются в самых разных областях физики.

Целью настоящей работы является изучение характерных свойств вынужденной синхронизации в системах с запаздыванием при воздействии внешнего гармонического сигнала. Для решения этой задачи целесообразно выбрать достаточно простую модельную систему, которая демонстрировала бы основные особенности динамики, присущие системам с ЗОС.

В настоящей работе исследуется модель автогенератора с кубичной нелинейностью

$$\dot{A} + \gamma A = \alpha e^{i\theta} (1 - |A(t-1)|^2) A(t-1) + F e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где  $A$  — медленно меняющаяся амплитуда колебаний,  $\alpha$  — параметр, характеризующий степень неравномерности,  $\gamma$  — параметр, отвечающий за диссипацию,  $\theta$  — набег фазы за время прохода сигнала по цепи обратной связи,  $F$  и  $\omega$  — амплитуда и частота внешнего сигнала. В автономном случае ( $F = 0$ ) динамика системы (1) хорошо изучена [2]. В отсутствие запаздывания уравнение (1) переходит в известное укороченное уравнение Ван дер Поля, для которого картина синхронизации также исследована весьма подробно (см., например, [3]).

В настоящей работе представлены результаты аналитического исследования и численного моделирования синхронизации в системе (1). Прежде всего, была изучена ситуация, когда автономный генератор

находится в режиме одночастотных колебаний. Хорошо наблюдаются классические механизмы синхронизации путем захвата и подавления частоты. Построены языки синхронизации на плоскости параметров  $F - \omega$ , а также резонансные кривые — зависимости амплитуды колебаний от частоты внешнего воздействия. Обнаружено, что они имеют весьма сложную структуру, что связано с тем, что система является распределенной и у нее существует бесконечно число собственных мод. Языки синхронизации ограничены сверху по параметру  $F$ , т.е. с увеличением внешнего воздействия режим синхронизации сменяется квазипериодическими и хаотическими колебаниями. Также изучены процессы синхронизации в случаях, когда автономный генератор работает в автомодуляционных и хаотических режимах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ No. 06-02-16773.

1. А. Пиковский, М. Розенблум, Ю. Куртс, Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление, М.: Техносфера, 2003.
2. Н.М. Рыскин, А.М. Шигаев, *ЖТФ*, **72**, 7 (2002) 1.
3. А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин, Нелинейные колебания, М.: Физматлит, 2002.

## Оценка времени запаздывания в однонаправленной связи по короткому временному ряду

Хорев В.С.<sup>1</sup>, Смирнов Д.А.<sup>2</sup>, Безручко Б.П.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> СарГУ, Саратов

<sup>2</sup> СФ ИРЭ РАН, Саратов

Выявить и охарактеризовать связи между элементами сложных систем по наблюдаемым данным — актуальная задача во многих областях исследований, включая биологию и геофизику [1]. Связи во многих случаях являются запаздывающими, и время запаздывания может представлять собой важную характеристику процесса. Поэтому отдельно выделяется задача определения времени запаздывания в связи. Один из методов ее решения предложен в работе [2], где рассмотрены временные ряды, содержащие более 200-300 характерных периодов. На практике задача часто осложняется тем, что имеющиеся временные ряды еще короче [1], что затрудняет получение надежных оценок времени запаздывания из-за сильных флуктуаций. Целью данной работы является исследование возможностей методов, предложенных в работе [2], в случае коротких временных рядов, содержащих от 10 до 100 характерных периодов колебаний.

В качестве объекта исследования использовалась система из двух однонаправленно связанных фазовых осцилляторов:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_x(t) &= \omega_x + b_x \cos(\phi_x(t)) + \xi_x(t), \\ \dot{\phi}_y(t) &= \omega_y + b_y \cos(\phi_y(t)) + k \sin(\phi_x(t - \Delta_0) - \phi_y(t)) + \xi_y(t),\end{aligned}$$

где  $\omega_{x,y}$  — частоты,  $b_{x,y}$  — коэффициенты фазовой нелинейности,  $\xi_{x,y}(t)$  — белый шум,  $\Delta_0$  — время запаздывания,  $k$  — коэффициент связи.

Первый метод оценки времени запаздывания [2] состоит в расчете коэффициента фазовой синхронизации в зависимости от пробного запаздывания  $\rho(\Delta)$ . Точка максимума является оценкой времени запаздывания. Второй, более совершенный, метод состоит в построении модели фазовой динамики, аналогичной фазовым осцилляторам, и расчете “сил воздействия” осцилляторов друг на друга  $\gamma_{x \rightarrow y}(\Delta)$  и  $\gamma_{y \rightarrow x}(\Delta)$ . Аналогично, точка максимума зависимости является оценкой времени запаздывания соответствующего воздействия, если соответствующая величина  $\gamma$  значима.

В работе оба метода применялись для оценивания времени запаздывания коротким временным рядом. По ансамблям реализаций модельной системы получены распределения вероятностей оценок времени запаздывания (а также такие вероятностные характеристики, как смещение и дисперсия) в зависимости от параметров: длины ряда, расстройки частот, уровня шума, коэффициента связи, коэффициентов нелинейности. Показано, что оба метода сталкиваются с существенными трудностями в случае коротких рядов и представлены количественные характеристики погрешностей оценок.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-05-00381, 05-02-16305) и программы Президиума РАН “Математические методы в нелинейной динамике”.

1. Д.А. Смирнов, *Радиотехника и электроника*, **51** (2006) 569.
2. L. Cimpaneriu, M. Rosenblum, A. Pikovsky, *Phys. Rev. E*, **70** (2004) 046213.

## О физической системе, демонстрирующей множество Мандельброта

Исаева О.Б.

СФ ИРЭ РАН, Саратов

В работе изучен вопрос о возможности физической реализации формальных, абстрактных математических феноменов комплексной аналитической динамики (множества Мандельброта и Жюлиа).

Разработана методика конструирования физических систем (и экспериментальных устройств), позволяющих реализовывать указанные нетривиальные явления. Идея предлагаемой методики основана на механизме передачи по эстафете возбуждения между несколькими связанными колебательными системами (S.P. Kuznetsov, Phys. Rev. Lett., V. 95, 2005, 144101), а также на известном в теории колебаний методе медленно меняющихся комплексных амплитуд.

Предложена модель в виде двух связанных осцилляторов

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \omega_0^2 x + F \cdot (\gamma + \sin \Omega t) \dot{x} &= \varepsilon y \sin \omega_0 t + \lambda \sin(\omega_0 t + \varphi), \\ \ddot{y} + (2\omega_0)^2 y + F \cdot (\gamma - \sin \Omega t) \dot{y} &= \varepsilon x^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x$  и  $y$  – обобщенные координаты для первого и второго осциллятора,  $F$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$ ,  $\varepsilon$  – параметры. Первый осциллятор имеет собственную частоту  $\omega_0$ , а второй вдвое большую. Коэффициент перед первой производной, управляющий диссипацией в одном и другом осцилляторе, медленно изменяется во времени в противофазе с периодом  $T = 2\pi/\Omega$ , который будем полагать составляющим целое число периодов собственных колебаний  $T = 2\pi N/\omega_0$  ( $N$  – целое). Параметр  $\gamma$  принимается положительным, меньшим единицы (например,  $\gamma = 0.5$ ). Поэтому, оставаясь в среднем за период положительной, на определенной части периода диссипация становится отрицательной для одного или другого осциллятора. На этом участке осциллятор является активным (колебания нарастают), тогда как на остальной части периода он диссипативный.

Поясним механизм функционирования системы. Предположим, что к моменту начала активной стадии второго осциллятора первый совершает колебания с комплексной амплитудой  $A$ , т.е.  $x(t) \propto \text{Re}[A(t)\exp(i\omega_0 t)]$ . Его воздействие на второй осциллятор производится через нелинейный квадратичный элемент, и "затравкой" для возникающих колебаний будет попадающая в резонанс составляющая на второй гармонике,  $\text{Re}[A(t)^2 \exp(2i\omega_0 t)]$ . Поэтому комплексная амплитуда колебаний второго осциллятора на активной стадии будет пропорциональна  $A^2$ . При обратном воздействии (см. правую часть первого уравнения) смещение с опорным сигналом приводит к появлению составляющей на разностной частоте  $\omega_0$ , амплитуда которой пропорциональна  $A^2$ . В сумме с дополнительным колебательным членом  $\lambda \sin(\omega_0 t + \varphi)$ , характеризующим параметрами амплитуды  $\lambda$  и фазы  $\varphi$ , это дает "затравку" для комплексной амплитуды первого осциллятора.

Таким образом, отображение для комплексной амплитуды первого осциллятора за период  $T$  будет соответствовать, по крайней мере в определенном приближении, комплексному квадратичному отображению. Действительной и мнимой частям переменной в нем будут отвечать обобщенная координата и скорость  $x$  и  $\dot{x}/\omega_0$ , а роль комплексного параметра будет играть комплексное число с модулем  $\lambda$  и аргументом  $\varphi$ .

Работа поддержана грантами РФФИ (06-02-16619), INTAS (05-109-5262), Президентским грантом (МК 8501.2006.2) и CRDF (REC-006).

## Влияние связи на нелинейные эффекты самовоздействия в двумерном случае в слоистых структурах на ферромагнитных плёнках

Малюгина М.А., Бегинин Е.Н., Шараевский Ю.П.

СарГУ, Саратов

Магнитостатические волны, распространяющиеся в ферромагнитных плёнках занимают особое место в физике нелинейных волновых процессов [1]. К настоящему времени накоплен обширный теоретический и экспериментальный материал по исследованию нелинейных явлений на магнитостатических волнах в одиночных волноведущих структурах. Однако, использование связи значительно расширяет функциональные возможности электродинамических систем. Что касается волн в ферромагнитных связанных структурах, то достаточно хорошо изучены лишь их линейные свойства. Исследованию нелинейных волн в подобных структурах посвящено небольшое число работ. Среди которых следует отметить работу авторов [2], в которых в рамках подхода, основанного на решении системы связанных нестационарных нелинейных

уравнений Шредингера, проведено исследование влияния связи на нелинейных эффекты самовоздействия волн. До настоящего времени подобные процессы в связанных структурах рассматривались лишь в одномерном случае. Такому приближению соответствует ситуация, когда длина антенны, возбуждающей волну, больше ширины пленочного волновода. В противном случае в ферромагнитной плёнке имеет место распространение двумерных волновых пучков и пакетов магнитостатических волн. Наибольший интерес в этом отношении представляют обратные объёмные волны, т.к. этот тип волн неустойчив в обоих, продольном и поперечном, направлениях и поверхностные волн, т.к. они неустойчивы в поперечном и устойчивы в продольном направлениях [1]. Для прямых объёмных МСВ критерий Лайтхилла в поперечном направлении не выполняется, волны устойчивы в этом направлении и достаточно исследования одномерной задачи [2]. В настоящем сообщении приведены результаты теоретического исследования двумерных волновых пучков и пакетов связанных магнитостатических волн в ферромагнитных структурах. Рассмотрены особенности нелинейных волновых процессов и эффектов самовоздействия, обусловленных формированием двумерных солитоноподобных импульсов при возбуждении магнитостатических волн в связанных ферромагнитных структурах и возможности управления этими процессами за счёт изменения связи. В работе показано, что использование электродинамической связи в слоистой ферромагнитной структуре даёт возможность эффективно управлять параметрами процессов, связанных с образованием двумерных уединённых волн при возбуждении магнитостатических волн. Работа выполнена в рамках Программы Федерального агентства по образованию и CRDF «Развитие научного потенциала высшей школы на 2006-2007 гг.» (Appendix-06-04) и при поддержке РФФИ (гранты № 07-02-00639 и № 05-02-16273).

1. Звездин А.К., Попов А.Ф. *ЖЭТФ* **84** (1983) 606.
2. Дудко Г.М., Малюгина М.А., Шараевский Ю.П. *Изв. ВУЗов-ПНД* **8** (2003) 116

## Устройство областей мультистабильности и бассейнов притяжения аттракторов в несимметрично связанных логистических отображениях

Кузнецов А.П.<sup>1,2</sup>, Поздняков М.В.<sup>1</sup>, Савин А.В.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>СарГУ, Саратов

<sup>2</sup>СФ ИРЭ РАН, Саратов

Как хорошо известно (см., например, [1–3]), в симметрично связанных системах существует мультистабильность, выражающаяся в сосуществовании синхронных и несинхронных аттракторов. Целью настоящей работы было изучение трансформаций как области пространства параметров, в которой реализуется мультистабильность, так и бассейнов притяжения соответствующих аттракторов при отстройке связи от симметричной.

Исследование проводилось на простейшей модельной системе в виде двух логистических отображений с инерционной [4]

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 1 - \lambda_1 x_n^2 + \varepsilon_1 (y_n - x_n), \\y_{n+1} &= 1 - \lambda_2 y_n^2 + \varepsilon_2 (x_n - y_n),\end{aligned}\quad (1)$$

и диссипативной

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= 1 - \lambda_1 x_n^2 + \varepsilon_1 (y_n^2 - x_n^2), \\y_{n+1} &= 1 - \lambda_2 y_n^2 + \varepsilon_2 (x_n^2 - y_n^2),\end{aligned}\quad (2)$$

связью, при этом коэффициенты связи выбирались в виде  $\varepsilon_1 = \varepsilon - \delta$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon + \delta$  и варьировалась «отстройка» связи от симметричного случая  $\delta$ .

Обнаружено, что в случае симметричной связи область мультистабильности на плоскости  $(\lambda_1, \lambda_2)$  располагается вдоль диагонали. При увеличении «отстройки» связи  $\delta$  область мультистабильности становится несимметричной и весьма быстро сокращается в размерах, сохраняясь, однако, и при константах связи различных знаков.

Бассейны притяжения аттракторов при этом могут существенно искажаться. Так, если в случае симметричной связи в любой точке области мультистабильности, в том числе и вблизи её границы, бассейны притяжения синхронного и несинхронного аттракторов имеют типичную для связанных систем форму, то при несимметричной связи устройство бассейнов притяжения в различных точках пространства параметров может существенно различаться: возможно «изрешечивание» бассейнов притяжения как синхронного, так и несинхронного аттракторов, объединение различных фрагментов бассейна синхронного аттрактора в одну связную область, а также (при больших отстройках связи) фрактализация бассейнов притяжения.

1. Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е., Астахов В. В., Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем, Саратов, изд-во СГУ, 1999.
2. Астахов В. В., Безручко Б. П., Ерастова Е. Н., Селезнёв Е. П., *ЖТФ*, (1990), т. 60, вып. 10, С. 19 – 26.
3. Астахов В. В., Безручко Б. П., Гуляев Ю. В., Селезнёв Е. П., *Письма в ЖТФ*, 1989, т. 15, вып. 3, С. 60 – 64.
4. Кузнецов С. П., *Письма в ЖТФ*, 1983, т. 9, №2, С. 94 – 98.

## Генератор гиперболического хаоса с запаздыванием

Кузнецов С.П., Пономаренко В.И.

СФ ИРЭ РАН, Саратов

При исследовании хаоса математики используют строгую концепцию гиперболичности, объясняющую рождение и существование странного аттрактора. С появлением экспериментальной работы [1] увеличился интерес к гиперболическим аттракторам в физических системах.

В работе предложена неавтономная нелинейная система с запаздыванием, как пример бесконечномерной системы, в которой предположительно реализуется гиперболический странный аттрактор. Система построена на базе осциллятора Ван-дер-Поля с дополнительной запаздывающей обратной связью. Упрощенная модель описывается уравнением

$$\ddot{x} - A(\cos(2\pi t/T) - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x = \varepsilon x(t - 3T/4)\dot{x}(t - 3T/4)\cos(\omega_0 t),$$

где  $x$  - динамическая переменная,  $\varepsilon$  - параметр дополнительной обратной связи,  $A$  - амплитуда дополнительного воздействия,  $T$  - время задержки,  $\omega_0$  - частота автоколебаний генератора Ван-Дер-Поля.

Параметр, ответственный за возбуждение автоколебаний, медленно изменяется во времени, совершая колебания периода  $T$ , причем на одном полупериоде этого процесса осциллятор находится в режиме генерации колебаний, а на втором – под порогом генерации. Возбуждение осциллятора при наступлении очередной стадии генерации обеспечивается приходом сигнала по цепи запаздывающей обратной связи, в которой сигнал подвергается квадратичному преобразованию на нелинейном элементе и дифференцированию посредством стандартной дифференцирующей цепочки. Далее сигнал проходит через линию задержки, которая вносит запаздывание на время  $T$ . После прохождения через нелинейный квадратичный элемент и смешения со вспомогательным сигналом частоты  $\omega_0$ , он воздействует на осциллятор. Предполагается, что  $T = 2\pi N/\omega_0$ , где  $N$  – целое число. Благодаря выбору  $T_0 = 3T/4$ , сигнал, испущенный в момент достижения максимальной величины параметра возбуждения, поступит в осциллятор как раз к началу очередной стадии активности, обеспечивая затравку для начала генерации. Продемонстрировано присутствие хаоса и то обстоятельство, что отображение для фазы сигнала на периоде  $T$  принадлежит к тому же топологическому классу, что и отображение Бернулли. Разработана схема и создан лабораторный макет описанного устройства. Получены результаты экспериментов, демонстрирующие ожидаемый вид отображения для фазовой переменной и портрет странного аттрактора в стробоскопическом сечении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №06-02-16619.

1. Кузнецов С.П., Селезнев Е.П. *ЖЭТФ* **129** (2006) С.1-13.

## Тройное соединение: механическая система с гиперболическим хаосом

Кузнецов С.П., Сатаев И.Р.

СФ ИРЭ РАН, Саратов

Рассмотрена механическая система, называемая *тройным соединением* ("triple linkage")[1,2]. К трем неподвижным шарнирам, расположенным в вершинах равностороннего треугольника

$$\mathbf{r}_1^0 = (x_1^0, y_1^0) = (1, 0), \quad \mathbf{r}_{2,3}^0 = (x_{2,3}^0, y_{2,3}^0) = (-1/2, \pm\sqrt{3}/2),$$

прикреплены стержни длины  $l_0$ . На их концах имеются подвижные шарниры, к которым прикреплены стержни длины  $l$ . Их противоположные концы соединены в одной точке посредством еще одного шарнира.

В работах [1,2] на основании анализа топологических и метрических свойств конфигурационного пространства и изоэнергетических поверхностей такой системы была показана принципиальная возможность существования однородно гиперболических хаотических динамических режимов в определенных областях значений массовых параметров и соотношения длин  $l_0$  и  $l$ .

В настоящей работе проведено численное моделирование динамики системы тройное соединение: получены уравнения динамики в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений, на основании численного решения этих уравнений рассчитаны ляпуновские показатели, другие нелинейно-динамические характеристики.

Рассмотрена также возможность введения в уравнения движения потенциальных сил и диссипации. Проведено численное моделирование системы при включении гравитационного потенциала и диссипации в форме вязкого трения в шарнирах.

1. Hunt T.J., MacKay R.S. *Nonlinearity* **16** (2003) 1499–1510
2. Hunt T.J. *Low Dimensional Dynamics: Bifurcations of Cantori and Realisations of Uniform Hyperbolicity*. PhD Thesis, Univ. of Cambridge (2000).

### **Универсальность и скейлинг при переходе к хаосу через удвоения периода в критической точке, выявляемой при анализе необратимых двумерных отображений с особенностью типа складки**

Седова Ю.В., Кузнецов А.П., Кузнецов С.П.

*СФ ИРЭ РАН, Саратов*

*СарГУ, Саратов*

В данной работе представлены результаты по изучению специфического типа перехода к хаосу, встречающегося при двухпараметрическом анализе диссипативной системы, в которой возможна ситуация, когда изменение одного параметра приводит к удвоениям периода, а другого - к касательной бифуркации. Такой тип критического поведения получил название С-тип. Рассмотрено двумерное необратимое отображение, представляющее собой каноническую модель указанной ситуации:

$$x_{n+1} = a - x_n^2 + by_n, \quad y_{n+1} = -x_n^2 + dy_n. \quad (1)$$

На плоскости параметров  $(d, a)$  этого отображения при фиксированных  $b = -0.6663$  и  $b = 0.6544$  обнаруживаются критические точки с замечательными свойствами: в каждой из них существует бесконечное самоподобное множество аттракторов - устойчивых циклов периода  $4^k$  или  $2 \cdot 4^k$  соответственно. Такое множество, допускающее анализ методом ренормгруппы, называется критическим квазиаттрактором. Вблизи критической точки продемонстрировано универсальное свойство скейлинга на примере устройства карты динамических режимов и бассейнов притяжения при критических значениях параметров отображения.

Изучена динамика изображающей точки в присутствии аддитивного некоррелированного шума. В ходе компьютерного эксперимента определялась доля изображающих точек, которые при действии шума на конечном временном интервале оставались в пределах бассейна притяжения данного периодического аттрактора. Изучена зависимость этой доли от интенсивности шума. Полученные зависимости обладают свойством скейлинга, состоящего в том, что при увеличении в 4 раза периода аттрактора интенсивность шума должна уменьшаться на универсальную константу  $\mu = 51.06903$ . Представлены иллюстрации, демонстрирующие случайный "дрейф" изображающей точки в системе с шумом по бассейнам периодических аттракторов.

Также в работе обсуждается устройство плоскости управляющих параметров двух неидентичных связанных логистических отображений, для которого является характерным сосуществование сценариев перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода и через разрушение квазипериодического режима. Найдена последовательность терминальных точек коразмерности два, представляющих собой концевые точки фейгенбаумовских линий и накапливающихся к критической точке С-типа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (04-02-04011), гранта Президента РФ (МК-4162.2006.2), Фонда содействия отечественной науке и аналитической ведомственной целевой программы Минобрнауки РФ и CRDF "Развитие научного потенциала высшей школы" (шифр CRDF BRHE REC-006 SR-006-X1/BF5M06 Y3-P-06-07).

## Формализация свойства обратимости отображения пекаря при хаотическом кодировании

Аникин В.М., Ноянова С.А.

СарГУ, Саратов

Различные модификации отображение пекаря нашли в последнее время интересные модельные применения, в том числе и в хаотическом кодировании информации.

Отображение пекаря определено на единичном квадрате и формируется из сдвига Бернулли по ординате  $x$  и сжимающего преобразования по ординате  $y$ . Двоичное представление отображения, как известно, имеет вид

$$x_{n+1} = 2x_n, y_{n+1} = y_n/2, x_n \in (0, 1/2), \quad (1)$$

$$x_{n+1} = 2x_n - 1, y_{n+1} = (y_n + 1)/2, x_n \in (1/2, 1). \quad (2)$$

Вид преобразования координат зависит лишь от значения  $x_n$  ( $x_n < 1/2$  или  $x_n > 1/2$ ), при этом значение  $y_n$  играет роль *индикатора* положения  $x_n$ .

В [1] показано, что отображение пекаря можно рассматривать как цифровой фильтр, на вход которого воздействует сигнал из разрядов начальной координаты  $y_0$ , а "обратные" преобразования описываются теми же самыми уравнениями (1), (2), если в них координаты поменять местами. Данные свойства позволяют восстановить траекторию при "обратном" движении, а именно: если в (1),(2) стартовать со значений  $\tilde{x}_0 = y_n, \tilde{y}_0 = x_n$ , полученных в результате  $n$  шагов, то в результате "обратного хода" будут получены величины  $\tilde{x}_n = y_0, \tilde{y}_n = x_0$ . Таким образом, траектории "вперед" и "назад" будут расположены симметрично относительно диагонали квадрата.

В самом деле, при  $x_0 < 1/2$  и произвольном  $y_0 \in (0, 1)$  имеет место следующее:  $x_1 = 2x_0, y_1 = y_0/2$ . Подставляя и  $\tilde{x}_0 = y_1$  и  $\tilde{y}_0 = x_1$  в (1) и (2), вернемся к исходным значениям  $\tilde{x}_1 = y_0, \tilde{y}_1 = x_0$ . Когда  $x_0 > 1/2$  при любом  $y_0$  получим  $x_1 = 2x_0 - 1, y_1 = (y_0 + 1)/2$ , так что подстановка в (1), (2) значений  $\tilde{x}_0 = y_1$  и  $\tilde{y}_0 = x_1$  дает опять же  $\tilde{x}_1 = y_0, \tilde{y}_1 = x_0$ .

Рассуждая по индукции, обнаружим, что использование (1), (2) в качестве преобразования "назад" при названных выше начальных условиях дает траекторию, симметричную траектории  $x_n = x_n(x_0, y_0; n), y_n = y_n(x_0, y_0; n)$  относительно прямой  $y = x$ . Это позволяет решать задачу декодирования, если полезную информацию соотносить с серией значений  $y_0$ , а кодирование понимать как изменение  $y_0$  при итерациях отображения пекаря.

1. Голубенцев А.Ф., Аникин В.М., Ноянова С.А. *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. **12** (2004). No. 3. 45-57.

## Хаотическая модель процесса инвестиций в национальной экономике

Аникин В.М., Аникина Ю.В.

СарГУ, Саратов

В [1] обрисован круг разнообразных экономических задач, в решении которых может "принимать участие" и хаотическая динамика. Здесь мы представим хаотическую модель процесса инвестиций в национальной экономике. Она основана на экономическом тождестве, выражающем равенство годового дохода сумме потребления и сбережения [2]. Считается, что расходы имеют медленную тенденцию к изменению во времени (в их структуре преобладают так называемые *автономные* расходы, не зависящие от дохода), а все сбережения инвестируются. Шведский экономист Тони Пу (Tonii Puu) [3] предложил описывать модель инвестиционного климата посредством хаотического отображения

$$x_{n+1} = 3x_n - 4x_n^3, x_n \in (-1, 1). \quad (1)$$

В качестве количественного показателя  $x_n$  выбирается изменение уровня доходов за год. С чисто математической точки зрения модель (1) интересна тем, что ее характеристики могут быть рассчитаны аналитически. Наша цель и состояла в "оснащении" модели (1) соответствующим математическим инструментарием.

Хаотичность отображения (1) обусловлена его топологической сопряженностью с "трехзвенным" кусочно-линейным отображением

$$\alpha_{n+1} = (1 - 3\alpha_n)\Theta_{0,1/3}(\alpha_n) + (3\alpha_n - 1)\Theta_{1/3,2/3}(\alpha_n) + (3 - 3\alpha_n)\Theta_{2/3,1}(\alpha_n), \quad (2)$$

где  $\Theta_{a,b}(\alpha)$  - характеристическая функция отрезка  $[a, b]$ . Показатель Ляпунова сопряженных отображений (1) и (2) одинаков:  $\Lambda = \ln 3$ . Инвариантным распределением отображения (2) является равномерное распределение; соответственно инвариантной плотностью отображения (1) является функция  $\rho(x) = 1/(\pi\sqrt{1-x^2})$ ,  $x \in (-1, 1)$ . Собственные числа оператора Перрона-Фробениуса отображения (1) являются знакопеременными:

$$\lambda_{2n+1} = -\frac{1}{3^{2n+2}}, \quad \lambda_{2n} = \frac{1}{3^{2n}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Собственными функциями оператора оператора Перрона-Фробениуса отображения (1) являются четные (по порядку) полиномы Бернулли и нечетные полиномы Эйлера аргумента  $\cos^{-1} x/\pi$ . Автокорреляционная функция траекторий  $x_n$  отображения (1) в стационарном (асимптотическом) режиме описывает "дискретный белый шум":  $R(n) = 0$  при  $n > 0$ .

1. Трубецков Д.И. *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. **14** (2006). No 2. 75-93.

2. Курс экономической теории. Общие основы экономической теории. Микроэкономика. Макроэкономика. Основы национальной экономики: Учебное пособие / Рук. авт. коллектива и науч. ред. проф. А.В. Сидорович. Изд-во МГУ, М., 2001.

3. Пу Т. *Нелинейная экономическая динамика*. РХД, Ижевск, 2000. Гл. 5.

## Полиномиальные собственные функции и собственные числа оператора Перрона-Фробениуса отображения Реньи

Аникин В.М., Аркадакский С.С., Ремизов А.С.

СарГУ, Саратов, Россия

Кусочно-линейное отображение Реньи

$$x_{n+1} = \{\beta x_n\}, \beta \in (1, 2) \quad (1)$$

(фигурные скобки обозначают операцию выделения дробной части) является хаотическим отображением (точным эндоморфизмом) [1], обладающим инвариантной плотностью в виде кусочно-постоянной функции с числом ступенек, определяемым значением коэффициента отображения  $\beta$  [2]. Рассматривается случай трехступенчатой инвариантной плотности, которая существует при трех значениях параметра отображения, являющихся принадлежащими интервалу  $(0, 1)$  действительными корнями трех кубических уравнений относительно  $\beta$  (на единичном интервале существуют две точки, в которых инвариантная плотность испытывает скачок).

В каждом из этих случаев оператор Перрона-Фробениуса отображения (1)

$$Pf(x) = \frac{1}{\beta} \left( f\left(\frac{x}{\beta}\right)\Theta_{0,1}(x) + f\left(\frac{x+1}{\beta}\right)\Theta_{0,\beta-1}(x) \right) \quad (2)$$

где  $\Theta_{a,b}$  - характеристическая функция отрезка  $[a, b]$ , обладает кусочно-постоянными собственными функциями, отвечающими девяти (!) сериям действительных и комплексно-сопряженных собственных чисел оператора, простейшие действительные из которых включают единичное значение и представляются в виде  $\lambda_n = 1/\beta^n$ .

Кусочно-полиномиальные собственные функции оператора (2) аналитически определяются в рамках идеологии производящих функций [3]; для каждой кусочной составляющей вводится своя производящая функция в виде

$$\Psi_m(x, t) = e^x H_m(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\psi_{m,k}(x)t^k}{k!}, \quad m = 1, 2, 3, \quad (3)$$

где  $\psi_{m,k}(x)$  - кусочно-полиномиальная составляющая собственной функции оператора (2). Определена процедура рекуррентного аналитического вычисления коэффициентов функции  $H(t)$ , отвечающих сериям найденных собственных чисел.



Особенности кусочно-линейного отображения Реньи (существенная чувствительность вида отображения и соответствующей инвариантной плотности в зависимости от значения параметра  $\beta$ ) делают его, как представляется, интересным модельным объектом при изучении динамики нейронов и в схемах хаотического кодирования информации.

1. Рохлин В.А. *Известия АН СССР. Сер. мат.* **25** (1961). 499-530.
2. Аникин В.М., Аркадакский С.С. *Радиотехника.* (2005). No 4. 78-85.
3. Голубенцев А.Ф., Аникин В.М. *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика.* **13** (2005). No 1. 3-17.

## Расчет корреляционных функций, ассоциированных с хаотическими отображениями

Аникин В.М., Муштаков А.В.

СарГУ, Саратов,

Для хаотического отображения

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad (1)$$

обладающего свойством перемешивания, корреляционные функции характеристик, ассоциированных с отображением, могут быть вычислены в асимптотическом приближении посредством усреднения по инвариантной плотности отображения. Можно выделить три вычислительные процедуры, соотносимые с видом отображения.

Пусть итеративная функция  $g(x)$  имеет  $m$  участков монотонности, разделенных точками  $a_k, k = 1, 2, \dots, m-1$ , т.е.  $g(x) = \{g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)\}$ ,  $g_k(x) = g(x)\chi_{a_{k-1}, a_k}(x)$ , где  $\chi_{a_{k-1}, a_k}(x)$  - индикаторная функция  $k$ -го отрезка монотонности. Тогда оператор Перрона-Фробениуса имеет вид

$$Pf(x) = \sum_{k=1}^m f(g_k^{-1}(x)) \left| \frac{dg_k^{-1}(x)}{dx} \right| \chi_{\tilde{a}_{k-1}, \tilde{a}_k}(x), \quad (2)$$

где  $\tilde{a}_{l-1} = g_l(a_{l-1}), \tilde{a}_l = g_l(a_l)$  Корреляционная же функция траекторий отображения  $x_{n+1} = g(x_n)$  вычисляется как

$$\int x g^n(x) \rho(x) dx - \left( \int x \rho(x) dx \right)^2 = \int x P^n(x \rho(x)) dx - \left( \int x \rho(x) dx \right)^2, \quad (3)$$

где  $g^n(x)$  -  $n$ -я итерация (1).

Если (1) является кусочно-линейным отображением с равномерной инвариантной плотностью, то аналитический расчет (3) сводится к определению результат многократного действия (2) на переменную  $x$ . Заметим, что линейная собственная функция оператора (2) для кусочно-линейных отображений с ветвями  $g_k(x)$ , отображающими область  $[a_{k-1}, a_k]$  на полный интервал определения (1), выражается полиномом Бернулли первой степени  $B_1(x) = x - 1/2$  [1].

Если отображение (1) не обладает инвариантным равномерным распределением, но может быть сопряжено обратимой заменой переменных с базовым отображением, обладающим такой плотностью, вычисление (3) сводится к определению действия (2) для базового отображения на сопрягающую функцию, а это может потребовать знания дополнительных собственных функций оператора (2).

Наконец, в случае отображения с инвариантной плотностью  $\rho(x)$ , сопряжение которого с базовым (с равномерной инвариантной плотностью) не построено, вычисление (3) требует знания собственных функций оператора  $\hat{P}f(x) = P(\rho(x)f(x))/\rho(x)$ .

Приводятся примеры аналитического расчета корреляционных функций орбит и соотнесенных с ними наблюдаемых для отмеченных типов отображений.

1. Аникин В.М., Ремизов А.С., Аркадакский С.С. *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика.* **15**. No 2. 16-34.

## Синтез многомерных хаотических отображений

Аникин В.М., Ноянова С.А.

СарГУ, Саратов

Простейшим алгоритмом построения хаотического отображения в многомерной области является декартово произведение, когда процедура генерации хаотического вектора состоит из совокупности независимых хаотических отображений, функционирующих на определенных отрезках, принадлежащих различным координатным осям. Вероятно, первым отображением, построенным подобным способом, стало двумерное отображение "умножение хлебов" [1], определенное на единичном квадрате (компоненты хаотического вектора генерируются посредством несвязанных двоичных сдвигов Бернулли).

Свойства отображений, определенных для различных координат, позволяют аналитически сформулировать и свойства многомерного распределения. В частности, при таком подходе на основании решения задачи на собственные функции и собственные числа оператора Перрона-Фробениуса для одномерных отображений может быть найдено решение спектральной задачи и для синтезируемого многомерного распределения. Так, собственные функции оператора Перрона-Фробениуса декартова произведения двух отображений представляются произведением собственных функций операторов, отвечающих отдельным компонентам, а собственные числа - произведением соответствующих собственных чисел.

Моделирование хаотического вектора в многомерной области более сложной формы (отличной от квадрата, куба и т.п.) требует построения отображений, отвечающих вероятностным законам, устанавливающим соотношения между общим, условными и маргинальными распределениями отдельных компонент хаотического вектора [2]. Так, одно из хаотических отображений трехмерного шара единичного радиуса в сферических координатах может быть иметь вид

$$\varphi_{n+1} = \begin{cases} 2\varphi_n, & 0 \leq \varphi_n \leq \pi, \\ 2\varphi_n - 2\pi, & \pi \leq \varphi_n \leq 2\pi; \end{cases}$$

$$\rho_{n+1} = \begin{cases} 2\rho_n, & 0 \leq \rho_n \leq \sqrt[3]{1/2}, \\ 2\rho_n - 1, & \sqrt[3]{1/2} \leq \rho_n \leq 1; \end{cases}$$

$$\theta_{n+1} = \begin{cases} \cos^{-1}(2 \cos \theta_n - 1), & 0 \leq \theta_n < \pi/2, \\ \cos^{-1}(1 - 2 \cos \theta_n), & \pi/2 \leq \theta_n < \pi. \end{cases}$$

1. Арнольд В.И., Авец А. Эргодические проблемы классической механики. РХД, Ижевск, 1999, Приложение 14.
2. Goloubentsev A.F., Anikin V.M., Noyanova S.A. Int. Conf. "Control of Oscillation and Chaos". S.-Petersburg, Aug. 2000. 144-145.

## Распределение длительностей ламинарных фаз в случае перемежаемости "игольного ушка"

Куровская М.К.

СарГУ, Саратов

Перемежающееся поведение наблюдается в системах самой различной природы и возникает, в частности, при переходе от периодических колебаний к хаотическим [1], а также на границе режимов хаотической синхронизации связанных осцилляторов [2]. Механизмы, приводящие к возникновению перемежаемости в различных системах, а также статистические характеристики перемежающегося поведения исследуются на протяжении уже долгого времени, при этом данная проблема в последнее время вызывает все больший интерес со стороны исследователей, как с фундаментальной, так и прикладной точек зрения [3, 4].

Одним из типов перемежающегося поведения, который наблюдается вблизи границы фазовой синхронизации двух связанных хаотических осцилляторов, является перемежаемость "игольного ушка" [2,5-6]. Следует отметить, что для описания перемежающегося поведения традиционно используются две основные характеристики - зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности и распределение длительностей ламинарных фаз. Однако, если при рассмотрении перемежаемости

"игольного ушка" исследователи достаточно часто обращаются к зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности, то закон распределения длительностей ламинарных фаз для перемежаемости "игольного ушка" до настоящего времени известен не был.

В настоящей работе рассматривается распределение длительностей ламинарных фаз при перемежающемся поведении типа "игольного ушка" наблюдаемого вблизи границы фазовой синхронизации связанных хаотических осцилляторов. Впервые показано, что распределение длительностей ламинарных фаз в этом случае подчиняется экспоненциальному закону

$$N(t) = \frac{K}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \quad (1)$$

Данная зависимость была получена аналитически на основе подхода, связанного с рассмотрением перемежаемости "игольного ушка" как перемежающегося поведения типа I в закритической области значений управляющего параметра в присутствии дельта-коррелированного шума с нулевым средним [6].

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 07-02-00044) и Президентской программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-4167.2006.2).

1. Dubois M., Rubio M., Berge P. *Phys. Rev. Lett.* **51** (1983) 1446.
2. Pikovsky A., et al. *Phys. Rev. Lett.* **79**(1) (1997) 47-50.
3. Cabrera J.L., Milnor J. *Phys. Rev. Lett.* **89**(15) (2002) 158702.
4. Hramov A. E., Koronovskii A. A., Midzyanovskaya I. S., Sitnikova E., Rijn C. M. *Chaos* **16** (2006) 043111.
5. Rosa E., Jr., Ott E., Hess M.H. *Phys. Rev. Lett.* **80**(8) (1998) 1642-1645.
6. Kye W.-H., Kim C.-M. *Phys. Rev. E* **62**(5) (2000) 6304-6307.

## Исследование обобщенной хаотической синхронизации в автогенераторах СВЧ диапазона на основе клистронных усилителей

Стародубов А.В., Короновский А.А., Храмов А.Е., Жарков Ю.Д., Дмитриев Б.С., Скороходов В.Н.

СарГУ, Саратов

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию явления обобщенной хаотической синхронизации в автогенераторах СВЧ диапазона на основе клистронов. Экспериментальное исследование проводилось на примере системы однонаправленно связанных СВЧ автогенераторов на основе пятирезонаторных пролетных клистронных усилителей *KУ-134Е*. Один из клистронных автогенераторов использовался как ведущий, другой как ведомый. В линию связи между СВЧ автогенераторами был включен поляризационный аттенуатор для регулировки мощности подаваемого на ведомый автогенератор сигнала, а также ферритовый вентиль для предотвращения влияния ведомого автогенератора на ведущего.

Теоретическое исследование заключалось в проведении численного моделирования динамики системы однонаправленно связанных клистронных автогенераторов с запаздывающей обратной связью. Автономная модель клистронного автогенератора была взята из работы [1]. Параметры взаимодействующих автогенераторов как в эксперименте, так и при проведении численного моделирования были выбраны таким образом, что в автономном режиме клистронные автогенераторы демонстрировали хаотический режим колебаний.

В нашей работе мы предложили новый способ диагностики явления обобщенной синхронизации (ранее нами было теоретически показано существование исследуемого явления в системе однонаправленно связанных моделей двухрезонаторных клистронных автогенераторов [2]), основанный на анализе спектрального состава сигнала ведомого автогенератора, так как известные методики диагностики обобщенной синхронизации (метод ближайших соседей, расчет ляпуновских экспонент, метод вспомогательной системы), применяемые при численном моделировании, а также в экспериментах с низкочастотными автогенераторами оказываются неприменимыми при проведении экспериментальных исследований с СВЧ автогенераторами.

Предлагаемая методика заключается в исследовании трансформации спектрального состава сигнала ведомого автогенератора в зависимости от величины связи между ведущим и ведомым автогенераторами. Разработанная методика была применена как на данных, полученных в ходе экспериментальных исследований, так и на данных, полученных в результате численного моделирования. Полученные результаты демонстрируют хорошее качественное совпадение.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 06-02-81013-Бел-а, 06-02-16451-а), программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-4167.2006.2).

1. *Shigaev A.M., Dmitriev B.S., Zharkov Y., Ryskin N.M.*, IEEE Transactions on Electron Devices 52(5), (2005), 790–797.
2. *Стародубов А.В., Короновский А.А., Храмов А.Е., Жарков Ю.Д., Дмитриев Б.С.*, Письма в ЖТФ 33(14), (2007), 58–65.

## **Исследование полной хаотической синхронизации в сети распределенных элементов электронной природы**

**Филатова А.Е.**

*СарГУ, Саратов*

Последнее десятилетие активно развивается теория взаимодействия большого числа нелинейных систем – сетей нелинейных элементов [1]. Особое внимание исследователей привлекают сложные, состоящие из хаотических элементов сети, структура которых нерегулярна, характеризуется большой разнородностью в мощности межэлементной связи. Интерес к изучению подобных сетей связан как с необходимостью анализа разнообразных природных, социальных и технических объектов, так и с важностью изучения фундаментальных аспектов явления хаотической синхронизации в системе многих связанных парциальных подсистем [2]. Изменение управляющих параметров элементов сети и величины связи между взаимодействующими системами приводит к различным режимам коллективного поведения сети – асинхронная динамика, полная синхронизация, кластерная синхронизация [1].

В настоящей работе будет рассмотрен режим полной синхронизации сети, состоящей из распределенных пучково-плазменных систем сверхвысокочастотного диапазона. Исследование подобных сетей представляется весьма интересным в связи с широкими возможностями применения СВЧ-электроники для передачи информации с помощью хаотических колебаний, а также управления хаотическими колебаниями в системах СВЧ электроники.

В докладе представлено теоретическое и численное изучение сложной сети, состоящей из взаимосвязанных пучково-плазменных систем со сверхкритическим током – гидродинамических моделей диода Пирса. Показано, каким образом возможно диагностировать режим полной синхронизации и заранее сконструировать сеть для достижения максимально возможного диапазона искомого режима динамики без прямого численного расчета сети. Для диагностики устойчивости режима полной синхронизации разработан метод главного ляпуновского показателя для рассматриваемой сети распределенных пучково-плазменных систем СВЧ диапазона, позволяющий провести исследование режима полной синхронизации сети с помощью расчета динамики лишь одного элемента сети. В работе показано замечательное совпадение теоретического прогноза и результатов численного моделирования исследуемых сетей.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 07-02-00044 и 06-02-16451), Программой поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-4167.2006.2).

1. *Dorogovtsev S. N., Mendes J.F.F.*, Evolution of networks. Oxford University Press, 2003.
2. *Boccaletti S., Latora V., et all.*, Physics Reports. 424(2006) 175-308.

## **Индукцированная шумом неполная хаотическая синхронизация в распределенных системах, описываемых уравнениями Гинзбурга–Ландау**

**Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е.**

*СарГУ, Саратов*

Исследование хаотической синхронизации в распределенных системах в настоящее время представляет большой интерес для исследователей как с фундаментальной точки зрения, так и в связи с возможностью эффективного использования принципов хаотической синхронизации в различных приложениях [1]. Среди различных типов синхронного поведения хаотических осцилляторов можно выделить режим индуцированной шумом синхронизации, когда фактически два несвязанных хаотических осциллятора, находящихся под воздействием одного и того же источника шума начинают демонстрировать идентичное

поведение (“синхронизируются” между собой). В работе [2] показано большое сходство между режимами обобщенной хаотической синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом, соответственно для анализа этих двух режимов синхронного поведения можно использовать сходные методы анализа.

В данной работе исследуется индуцированная шумом синхронизация в распределенных автоколебательных системах, описываемых уравнениями Гинзбурга–Ландау. Уравнения Гинзбурга–Ландау являются классическими уравнениями теории колебаний и волн описывающими хаотические колебания в сплошной среде и часто используются при изучении явления синхронизации в распределенных системах [3].

В работе исследуются два несвязанных уравнения Гинзбурга–Ландау, в автономном режиме находящиеся в режиме генерации пространственно-временных хаотических автоколебаний. На обе системы (стартующие с разных начальных условий) действует один и тот же источник белого шума с различными функциями распределения плотности вероятности.

Показано, что в распределенных автоколебательных системах, описываемых уравнениями Гинзбурга–Ландау возникает режим индуцированной шумом синхронизации, при этом колебания в системах, на которые воздействует шум становятся идентичными, а максимальный условный ляпуновский показатель распределенной системы становится отрицательным, что соответствует случаям, хорошо известным для конечномерных динамических систем под действием шума [2].

Однако, в широком диапазоне управляющих параметров (мощность шума) поведение распределенной системы имеет особенности: максимальный условный ляпуновский показатель системы равен нулю, а колебания в системах под воздействием шума идентичны, но сдвинуты по пространству друг относительно друга на некую произвольную величину  $\delta$ . Подобный режим был назван режимом неполной индуцированной шумом синхронизации.

В работе численно и аналитически исследуются механизмы, приводящие к установлению режима неполной индуцированной шумом синхронизации в распределенных автоколебательных системах, рассматривается влияние функции распределения шумового источника на возникновение режима неполной индуцированной шумом синхронизации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 07-02-00044 и 06-02-16451), Программой поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-4167.2006.2)

1. Пиковский А.С., Розенблюм М.Г., Куртс Ю. *Синхронизация: фундаментальное нелинейное явление*. М. Техносфера: 2003.
2. Gramov A.E., Koronovskii A.A., Moskalenko O.I. *Phys. Lett. A.* **354**, 5-6 (2006) 423-427
3. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. *ЖЭТФ* **130** (2006) 749-764

## Генерация хаотических радиоимпульсов в системе с виртуальным катодом

**Филатов Р.А.**

*СарГУ, Саратов*

Хаотические радиоимпульсы являются перспективным носителем информации для сверхширокополосных беспроводных систем связи [1]. Для получения подобного сигнала можно использовать модуляцию стационарного хаотического сигнала на выходе источника хаоса. Однако при этом в хаотические импульсы преобразуется только часть мощности генерируемой источником хаоса. Это становится особенно существенно при большой скважности импульсов. Поэтому эффективнее использовать в качестве несущей сигнал генератора хаотических радиоимпульсов. В работе [1] предложен метод, позволяющий генерировать последовательность хаотических радиоимпульсов, путем воздействия внешнего сигнала на хаотическую систему так, что генерация хаотических колебаний происходит на части периода внешнего воздействия. В данной работе теоретически исследуется автономный СВЧ-генератор хаотических радиоимпульсов на основе электронного пучка с виртуальным катодом (ВК) в рабочей камере заполненной газом низкого давления. Разработана численная модель, позволяющая учесть процессы ионизации остаточных газов и влияние положительных ионов на колебательные процессы в пучке с ВК. Исследована зависимость характеристик выходного сигнала генератора от параметров системы. Приведена схема использования данного генератора в прямохаотической системе передачи информации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 05-02-16286 и 06-02-81013), Программой поддержки ведущих научных школ РФ (НШ 4167.2006.2)

1. Dmitriev A.S., Kyarginsky V.Ey., Panas A.I. et al. *Int. J. Bifurcation and Chaos* **13** 6 (2003) 1495

## Экспериментальное исследование поведения неавтономных радиотехнических систем, демонстрирующих перемежаемость типа I, под действием шума

Короновский А.А., Куровская М.К., Овчинников А.А., Храмов А.Е.

*СарГУ, Саратов*

В докладе представлены результаты экспериментального исследования поведения неавтономных радиотехнических систем, демонстрирующих перемежаемость первого типа, под действием шума.

Перемежаемость представляет собой одно из интереснейших явлений, наблюдающихся в поведении нелинейных систем. Особый интерес в последнее время вызывает роль флуктуаций и шумов в нелинейных системах. Было обнаружено, что влияние шума может, в частности, приводить к упорядочиванию поведения хаотических систем, причем подобные явления проявляются в системах самой различной природы, например таких, как физические, химические и биологические, а также менять характеристики поведения систем, находящихся в режиме перемежаемости [1,2].

Очевидно, что в большинстве систем, демонстрирующих тот или иной тип поведения и представляющих определенный интерес для исследователей, может проявляться влияние шумов и флуктуаций, что может приводить к возникновению принципиально нового типа поведения. Особо следует подчеркнуть важность понимания влияния шумов и флуктуаций на поведение систем, изучаемых в ходе натурального эксперимента, для корректной интерпретации полученных результатов.

В докладе рассматривается поведение неавтономных радиотехнических систем, демонстрирующих перемежаемость типа I, в том случае, если на них действует шум с нулевым средним. В качестве объекта исследований был выбран радиотехнический генератор, работающий в периодическом режиме. Генератор синхронизировался внешним гармоническим сигналом и подвергался воздействию гауссова шума.

В результате натурального эксперимента показано, что исследуемая система, демонстрирующая без внешнего источника шума перемежаемость I-го типа, при воздействии шума демонстрирует поведение, статистические характеристики которого существенным образом отличаются от тех, которые известны для перемежаемости I-го типа. Экспериментальные данные находятся в хорошем согласии с теоретическими.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 07-02-00044, А.Е.Х. благодарит Президентскую программу поддержки молодых российских ученых – докторов наук (проект МД-1884.2007.2).

1. J.-H. Cho, M.-S. Ko, Y.-J. Park, and C.-M. Kim, Experimental observation of the characteristic relations of type-I intermittency in the presence of noise // Phys. Rev. E. 2002. V. 65, p. 036222.

2. А. Е. Храмов, А. А. Короновский, М. К. Куровская, А. А. Овчинников, and S. Boccaletti, Length distribution of laminar phases for type-I intermittency in the presence of noise // Phys. Rev. E. V. 76, p. 026206

## Некоторые результаты анализа изученности нелинейных эффектов в развитии оползневых процессов

Иванов А.В., Ремпен И.С., Федорова С.В., Яшков И.А.

*СарГУ, Саратов*

1. На фоне продолжающейся интеграции наук стало актуально использовать подходы нелинейной динамики и синергетики при изучении опасных геологических процессов в целом и оползневой опасности в частности. Нами проанализирована выборка работ из интерактивной базы данных ВИНТИ по оползневой тематике за последние 20 лет. Анализ показал, что на протяжении последних 20 лет роль синергетики в изучении оползней существенно увеличилась, возрос интерес ученых к нелинейным динамическим процессам и эффектам в развитии оползневых систем. В пользу данного утверждения говорит и возросшее число научных публикаций по нелинейной тематике, связанных с исследованием оползневых систем (с 7,5% в период 1986-1990 гг. до 60% в 2001-2005 гг.). За 20 лет (с 1986 по 2006 гг.) в базе ВИНТИ зарегистрировано около 4 тыс. работ по оползневой тематике. Из них 1% связан с изучением проявления нелинейных эффектов в развитии оползней.

2. В работах по нелинейной тематике делаются попытки эмпирического предсказания поведения оползней на различный интервал времени. Для достижения этой цели применяются различные подходы: анализируются геометрические параметры ряда оползней; проводится спектральный анализ временных рядов динамики склона оползня; конструируется функция плотности вероятности распределения оползней на анализируемой площади и т.д. Значительно число работ, предлагающих различные модели возникновения оползней: модели, базирующиеся на концепции клеточных автоматов, на системе дифференциальных

уравнений.

3. В Саратовском госуниверситете получен опыт взаимодействия специалистов, научных групп, кафедр в изучении нелинейных эффектов в оползневых процессах. В настоящее время предпринимаются попытки совместного исследования физиками, геологами и географами синергетических эффектов в эволюции природных систем и геоэкологических опасностей, в частности, проявлений самоорганизованной критичности и триггерного эффекта в эволюции оползневых процессов на урбанизированных территориях Нижнего Поволжья.

### **Источник широкополосного хаотического сигнала СВЧ диапазона на основе электронного потока с виртуальным катодом**

**Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А., Кузнецов Н.Н., Филатов Р.А., Трубецков Д.И., Храмов А.Е.**

*СарГУ, Саратов*

В последнее время вызывает значительный интерес разработка и создание источников широкополосных СВЧ колебаний малого и среднего уровня мощности. Интерес к подобным источникам определяется использованием их в различных современных информационно-телекоммуникационных системах на основе динамического хаоса, в нелинейных антеннах, системах шумовой радиолокации и радиопротиводействия.

В данном докладе представлены результаты создания и исследования нового электровакuumого прибора – низковольтного виркатора, который является источником маломощных хаотических СВЧ колебаний сантиметрового диапазона длин волн. Источником СВЧ колебаний в низковольтном виркаторе является электронный поток с виртуальным катодом, который формируется в пространстве дрейфа с тормозящим полем. В докладе обсуждается схема лабораторного макета низковольтного виркатора, приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований влияния различных факторов (ток пучка, тормозящий потенциал, внешнее магнитное поле и т. д.) на генерацию хаотических колебаний в электронном пучке с виртуальным катодом.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 07-02-12071-офи и 06-02-72007-МНТИ, а также Программой поддержки молодых докторов наук (проект МД-1884.2007.2) и Ведущих научных школ (проект НШ-4167.2006.2).

### **Нелинейные свойства оползневых объектов (на примере территории Саратова)**

**Иванов А.В., Короновский А.А., Федорова С.В., Шурыгина С.А., Яшков И.А.**

*СарГУ, Саратов*

В последние годы возрастает внимание к нелинейному анализу оползневых процессов, что говорит об усилении интереса исследователей к нелинейно-динамическим процессам и синергетическим эффектам в развитии оползневых систем и анализе оползневой опасности.

В настоящей работе проведен количественный анализ материалов оползневых структур с точки зрения нелинейной динамики. В частности, проводилась работа по количественному анализу на выявление явления саморганизованной критичности. Нелинейные свойства наиболее ярко проявляются на стадии активного движения и в структуре образующихся оползневых объектов. Анализ материалов (а именно, оползневых структур, сошедших в долине правого отворшка оврага Утешев, в районе с. Дубки на насыпе автомобильной дороги, а также 1-го и 2-го участка правого отворшка Бахчева оврага) показал, что ряд оползневых тел проявляют в своей структуре свойства самоподобия элементов тела, которое усиливается по мере развития оползневого процесса.

Благодаря результатам дешифрирования аэрофотоматериалов и результатам полевых наблюдений и промеров получены карты оползневых модельных участков. В итоге, по ходу работы были оценены статистические распределения величин, характеризующих оползневые структуры: длины, ширины и площади отдельных ячеек сошедшей породы, возникших в результате оползня. Было установлено, что график распределения числа ячеек по их площади в двойном логарифмическом масштабе достаточно хорошо ложится на прямую линию, и, следовательно, полученное распределение подчиняется степенному закону:  $N(S) \sim S^\alpha$ , с различным показателем степени для разных оползневых структур. данный вид степенного закона может соответствовать явлению самоорганизованной критичности, возникающей в системах различной природы, состоящих из большого числа элементов, взаимодействующих друг с другом.

Описанный выше анализ был проведен для различных оползневых структур за два предыдущих года.

И результаты, в частности, для 1-го участка правого отвершка Бахчева оврага за 2007 год не существенно отличались от аналогичных результатов за 2006 год. Это говорит о том, что показатель степени в полученном степенном законе можно рассматривать как статистическую характеристику оползневой структуры. Необходимо также в дальнейшем и анализ данных по массам (объемам) ячеек оползней.

На основе проведенных исследований сделано предположение о том, что в формировании оползневой структуры важную роль играет явление самоорганизованной критичности, которое, в свою очередь, связано со сложностью системы и особенностями, присущими критическим системам. Поэтому саморганизованно-критические модели можно использовать при описании землетрясений, снежных лавин, в биологической эволюции, экономических, политических, социальных и демографических кризисах, а также многих других явлениях, стоящих на грани безопасности и риска.

### **Формирование и динамика виртуального катода в слаборелятивистском электронном потоке во внешнем магнитном поле**

**Куркин С.А., Храмов А.Е.**

*СарГУ, Саратов*

В конце 70-х – начале 80-х гг. были предложены приборы – генераторы на виртуальном катоде (ВК), позволившие повысить уровень мощности генерации СВЧ излучения до сотен МВт. Генераторы на ВК или виркаторы в настоящее время остаются объектом интенсивных исследований, поскольку являются одним из перспективных источников излучения высокого уровня мощности. Принцип работы виркаторов основан на колебаниях ВК в электронном пучке с током, превышающим предельный вакуумный ток [1, 2]. В связи с этим актуальной задачей является определение величины критического тока пучка, при которой в системе формируется ВК.

В работах М.В. Кузелева и А.А. Рухадзе [3] были найдены условия формирования виртуального катода в релятивистских электронных пучках в предположении одномерного движения электронного потока (бесконечного фокусирующего электроны магнитного поля). Однако в настоящее время слабо изучен вопрос о влиянии величины фокусирующего электронного пучка магнитного поля на условия формирования виртуального катода в электронном потоке.

В настоящем докладе представлены результаты численного исследования условий формирования виртуального катода в слаборелятивистском электронном пучке, находящимся во внешнем магнитном поле. Обнаружено два типа динамики виртуального катода в зависимости от величины внешнего фокусирующего электроны магнитного поля [4].

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 05-02-16286 и 06-02-72007-МНТИ, а также Программой поддержки молодых докторов наук (проект МД-1884.2007.2).

[1] Granatstein V. L., Alexeff I. High Power Microwave Sources. Artech House Microwave Library, 1987.

[2] Дубинов А. Е., Селемир В. Д. РЭ, 47 (2002) 575.

[3] Кузелев М. В., Рухадзе А. А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.

[4] Морозов М.Ю., Храмов А.Е. Влияние внешнего магнитного поля на величину критического тока электронного пучка, при котором формируется виртуальный катод. Физика плазмы. 33, 7 (2007) 610-619

### **Исследование возникновения автомодуляции в гирогенераторе со встречной волной и запаздывающей обратной связью**

**Белоглазкина М.В.**

*СарГУ*

Одним из важных и перспективных приборов современной электроники больших мощностей является гирогенератор со встречной волной (гиро-ЛВВ), который активно исследуется в последнее время как источник мощного СВЧ излучения (до десятков МВ) в миллиметровом диапазоне длин волн [1-3]. К недостаткам гирогенератора со встречной волной следует отнести характерные для него многочастотные режимы генерации, которые возникают с увеличением тока винтового электронного пучка или длины пространства взаимодействия пучка со встречной волной [4]. В данной работе излагаются результаты теоретического и численного исследования возникновения автомодуляции (как периодической, так и хаотической) в гирогенераторе со встречной волной и с внешней запаздывающей ОС, и показано, что:



- При определенных фазах коэффициента обратной связи наблюдается уменьшение пускового значения параметра неизохронности, т.е. самовозбуждение giro-ЛВВ облегчается;
- Изменение длительности задержки в цепи ОС не оказывает существенного влияния на вид зависимости порога самовозбуждения giro-ЛВВ от фазы коэффициента ОС, сдвигая ее на некоторую величину, определяемую запаздыванием;
- Если порог самовозбуждения лампы снижается, то порог возникновения автомодуляции (как периодической, так и хаотической) растет.

1. Felch K.L., Danly B.G., Jory H.R. et al // Proc. IEEE 1999. V.87. 5. P.752;
2. Nusinovich G.S., Vlasov A.N., Antonsrn T.M., // Phys. Rev. Lett. 2001. V.87. 21. P.278301-1;
3. Grudiev A., Schnemann K. // Phys. Rev. E 2003. V.68. P.016501;
4. Трубецков Д.И., Храмов А.Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т.2. - М.: Физматлит, 2004.

## Multistability of synchronous regimes in oscillatory ensembles

Kryukov A.K., Kanakov O.I., Osipov G.V., Kurths J.

*Nizhniy Novgorod State University, Nizhniy Novgorod*

We study synchronous behavior in ensembles of locally coupled nonidentical oscillators. As individual elements we consider weak and strong nonlinear van der Pol oscillators. We show that in a chain of  $N$  elements  $2^{(N-1)}$  different regimes of global synchronization are possible. Multistability of synchronous state can be caused by the coupling of the elements or by their individual dynamics.

## Фазовая динамика связанных неидентичных, неизохронных осцилляторов Ван-дер-Поля с произвольной связью.

Кузнецов А.П.<sup>1</sup>, Станкевич Н.В.<sup>2</sup>, Тюрюкина Л.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> СФ ИРЭ РАН, Саратов

<sup>2</sup> СарГУ, Саратов

Система связанных автоколебательных осцилляторов Ван-дер-Поля и Ван-дер-Поля-Дуффинга является базовой моделью теории колебаний, иллюстрирующей явление синхронизации и сопутствующие эффекты. Однако эта задача характеризуется большим количеством физических параметров и непростой картиной бифуркаций в пространстве этих параметров [1-4]. Соответственно, обнаруживается множество интересных и взаимосвязанных колебательных эффектов. При этом оказывается, что разные физические факторы ведут к синхронизации с различными фазовыми условиями. В тоже время при некоторых условиях действие разных факторов оказывается эквивалентным. Отметим, что связанным осцилляторам Ван-дер-Поля и Ван-дер-Поля-Дуффинга посвящена обширная литература. Однако в силу очень большого числа параметров охватить общую картину очень сложно. Поэтому обычно описываются лишь ее отдельные фрагменты. Например, достаточно традиционными ограничениями является рассмотрение идентичных и изохронных систем, использование укороченных уравнений и др. [2,4].

В настоящей работе указанная выше задача рассматривается на примере системы связанных неидентичных, неизохронных осцилляторов Ван-дер-Поля с диссипативной и инерционной связью следующего вида:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\lambda_1 - x^2)\dot{x} + (1 - \Delta/2)x + \beta x^3 + \varepsilon(x - y) + \mu(\dot{x} - \dot{y}) &= 0, \\ \ddot{y} - (\lambda_2 - y^2)\dot{y} + (1 - \Delta/2)y + \beta y^3 + \varepsilon(y - x) + \mu(\dot{y} - \dot{x}) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Система (1) исследовалась аналитически и численно. Аналитическое исследование проводилось в рамках следующих предположений. Во-первых, рассмотрение проводилось в рамках квазигармонического приближения на основе укороченных уравнений, что позволяет использовать метод медленно меняющихся амплитуд. Во-вторых, возмущения орбит осцилляторов считались слабыми, что позволило, как и в классической теории вынужденной синхронизации, перейти к уравнению для разности фаз осцилляторов,

которое представляет собой некоторое обобщение известного уравнения Адлера [1]. Численное исследование системы проводилось с использованием метода карт динамических режимов, который позволяет визуализировать всю систему языков синхронизации, включая их внутренне устройство. Кроме того были обсуждены также особенности задачи, состоящие в наличии целого ряда симметрий относительно фазы, которые приводят к симметриям относительно физических факторов.

*Работа поддержана грантом РФФИ № 06-02-16619.*

1. Пиковский А., Розенблум М., Куртс Ю. Синхронизация, фундаментальное нелинейное явление. Техносфера, Москва, 2003.
2. Aronson D.G., Ermentrout G.B., Kopell N. *Physica D* **41** (1990)
3. Кузнецов А.П., Паксютов В.И. *Изв. вузов ПНД* **4** (2005)
4. Ivanchenko M.V., Osipov G.V., Shalfeev V.D., Kurths J. *Physica D* **189** (2004)

## Взаимодействие ритмических процессов в функционировании структурных элементов почек

Павлов А.Н.<sup>1</sup>, Павлова О.Н.<sup>1</sup>, Сосновцева О.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>СарГУ, Саратов

<sup>2</sup>Датский технический университет, Лундбю, Дания

В работе изучаются особенности взаимодействия ритмических процессов в динамике индивидуальных функциональных элементов почек (нефронов). В отличие от предыдущих исследований, посвященных данной тематике, мы акцентируем внимание на взаимодействии всех ритмов, наблюдаемых в структуре сигналов давления ультрафильтрата в проксимальных канальцах: сравнительно быстрых колебаний (HF) с частотой 0.1 – 0.25 Гц, вызванных миогенной динамикой сосудов, медленных колебаний (LF) с частотой 0.02 – 0.04 Гц, обусловленных наличием механизма канальцево-гломерулярной обратной связи и очень медленных процессов (VLF < 0.01 Гц).

Установлены различия эффектов синхронизации ритмов для случая нормы и патологии (гипертонии) [1]. В частности, показано, что при нормальном артериальном давлении в большинстве случаев наблюдается эффект полной синхронизации, а при гипертонии - эффект частичной синхронизации. На основе техники двойного вейвлет-анализа [2,3] изучены особенности модуляции LF и HF ритмов. Показано, что в обоих случаях существенное влияние на механизмы почечной авторегуляции кровотока оказывают очень медленные ритмические компоненты (0.002 – 0.01 Гц), предположительно связанные с вариациями давления крови в приносящей артериоле.

Полученные результаты демонстрируют существенные различия эффектов взаимодействия ритмов для крыс с нормальным и повышенным артериальным давлением, причем, эти различия наблюдаются для всех ритмических процессов [4]. Результаты исследования трех частотных диапазонов (VLF, LF и HF) хорошо согласуются между собой [4] и показывают, что повышение артериального давления увеличивает степень взаимодействия всех механизмов почечной авторегуляции.

1. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Mosekilde E., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H., Marsh D.J. *American Journal of Physiology* (2007) (in press)
2. Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Brazhe N.A., Brazhe A.R., Erokhova L.A., Maksimov G.V., Mosekilde E. *Physical Review Letters* **94** (2005) 218103
3. Marsh D.J., Sosnovtseva O.V., Pavlov A.N., Yip K.-P., Holstein-Rathlou N.-H. *American Journal of Physiology* **288** (2005) R1160
4. Павлов А.Н., Павлова О.Н., Сосновцева О.В. *Известия ВУЗов, Прикладная нелинейная динамика* **15**(2) (2007)

## Synchronization in ensembles of cardiac pacemakers

Petrov V.S., Osipov G.V., Chan C.-K., Kurths J.

*Nizhniy Novgorod State University, Nizhniy Novgorod*

We study the dynamics in small and large ensembles of cardiac oscillatory cells used for modeling of sino-atrial node. We analyze the influence of networks configuration, coupling strength and individual system

parameters on synchronization phenomena. We found regimes of global and cluster regular synchronization and their characteristics, chaotic dynamics.

## Волны внутриклеточной концентрации кальция в условиях пространственной неоднородности свойств эндоплазматического ретикулума

Сердобинцева Ю.А., Рязанова Л.С., Постнов Д.Э.

СарГУ, Саратов

Ионы кальция выступают в качестве универсальной межклеточной сигнальной системы, которая контролирует многие аспекты нейроглиальных взаимодействий. Механизм колебаний концентрации кальция основывается на процессах обратной связи, которые зависят от притока кальция из внеклеточного пространства и от высвобождения из внутриклеточных депо [1].

Работа посвящена изучению динамики кальциевых волн в глиальных клетках. Известно, что в глиальных клетках различных организмов процессы регуляции кальциевого обмена могут существенно отличаться. Так, например, в гигантской глиальной клетке пиявки распределение и свойства эндоплазматического ретикулума в теле клетки и в отростках неодинаковы [2]. Интерес вызывает процесс перехода кальциевой волны из одной области клетки в другую. Поэтому целью работы являлось изучение процесса распространения кальциевых волн в среде с неоднородными параметрами.

В ходе работы был осуществлен переход от разработанной на основе [3] количественной модели к упрощенной безразмерной модели со сходной динамикой. При этом было обнаружено, что баланс кальциевого обмена можно регулировать изменением всего лишь одного параметра.

Исследовано влияние эндоплазматического ретикулума на динамику внутриклеточного кальция. Обнаружено, что при уменьшении его роли в кальциевом обмене возбудимые свойства системы сохраняются. С помощью специально разработанных программ получены результаты моделирования, демонстрирующие различные режимы поведения кальциевых волн при вариации параметров. Исследованы процессы перехода кальциевых волн между средами с различной ролью эндоплазматического ретикулума. Показано, что процессы перехода волны из одной среды в другую носят нелинейный характер, происходит изменение скорости распространения волны, а также наблюдаются явления наложения частот, в связи с чем образуются пакеты волн. Также обнаружено, существенное влияние структуры границы двух сред на характер зарождения и распространения волн. В частности, на границе раздела возможно возникновение спиральных волн.

1. G.W. De Young, J.Keizer A single-pool inositol 1,4,5-triphosphate-receptor-based model for agonist-stimulated oscillations in Ca<sup>2+</sup> concentration, Proc. Natl. Acad. USA, Biophysics 89 (1992) 9895-9899.
2. C. Lohr, J.W. Deitmer, Calcium signaling in invertebrate glial cells, Glia 54 (2006) 642-649.
3. S. Nadkarni, P. Jung, Dressed neurons: modeling neural-glia interactions, Phys. Biol. 1 (2004) 35-41.

## Широкополосная синхронизация в неидентичных по управляющему параметру в системах связанных осцилляторов Ван дер Поля и Ван дер Поля - Дуффинга

Кузнецов А.П., Паксютов В.И., Роман Ю.П.

СарГУ, Саратов

Изучению систем связанных осцилляторов Ван дер Поля и Ван дер Поля-Дуффинга посвящено большое количество работ, но в основном, в них рассматривается случай идентичных управляющих параметров подсистем [1,2]. Более интересным с точки зрения вида областей синхронизации в пространстве параметров может оказаться случай неидентичных управляющих параметров, приводящий к усложнению динамики системы [3].

В данной работе рассматривается система, состоящая из двух осцилляторов Ван дер Поля - Дуффинга, а также система из двух осцилляторов Ван дер Поля (случай отсутствия фазовой нелинейности) с диссипативной связью, заданная в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} - (\lambda_1 - x^2)\frac{dx}{dt} + x + \beta_1x^3 + \mu\left(\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt}\right) &= 0 \\ \frac{d^2y}{dt^2} - (\lambda_2 - y^2)\frac{dy}{dt} + (1 + \delta)y + \beta_2y^3 + \mu\left(\frac{dy}{dt} - \frac{dx}{dt}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - управляющие параметры осцилляторов,  $\delta$  - частотная расстройка второго осциллятора относительно первого,  $\mu$  - коэффициент диссипативной связи,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  - параметры фазовой нелинейности по типу осциллятора Дуффинга.

В работе было проведено численное исследование системы с помощью метода карт динамических режимов [4] и продемонстрировано различие плоскостей параметров расстройка собственных частот - величина связи в случае идентичных и неидентичных управляющих параметров, состоящее в появлении бесконечной горизонтальной полосы конечной ширины по коэффициенту связи как границы между областями гибели колебаний и квазипериодических режимов, ограниченной линиями  $\mu = \lambda_1$  сверху и  $\mu = \lambda_2$  снизу. Наличие синхронизации системы при сколь угодно больших значениях расстройки собственных частот осцилляторов можно назвать "широкополосной синхронизацией".

В работе были построены фазовые портреты и временные реализации для каждого осциллятора в характерных точках различных областей карты динамических режимов. Было также проведено исследование синфазной и противофазной синхронизации, прослежено образование новых "петель" на фазовом портрете второго осциллятора при движении внутри полосы широкополосной синхронизации. Было проведено исследование укороченных уравнений с целью получения аналитических оценок для нижней и верхней границ области широкополосной синхронизации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-02-16733).

1. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. Синхронизация, фундаментальное нелинейное явление. Техносфера, Москва, 2003.
2. D.G. Aronson, G.B. Ermentrout, N.Kopell. Amplitude Response of Coupled Oscillators. Physica D. **25** (1990).
3. А.П. Кузнецов, В.И. Паксютов, Ю.П. Роман. Особенности синхронизации в системе неидентичных связанных осцилляторов Ван дер Поля и Ван дер Поля-Дуффинга. Широкополосная синхронизация. Изв. вузов "ПНД": принято к печати, 2007.
4. С.П. Кузнецов. Динамический хаос. Физматлит, Москва, 2006.

## Синхронизация в системе связанных идентичных осцилляторов Ван дер Поля-Дуффинга в присутствии внешнего воздействия

Кузнецов А.П., Станкевич Н.В., Тюрюкина Л.В.

СарГУ, Саратов  
СФ ИРЭ РАН, Саратов

Явление синхронизации нелинейных динамических систем в настоящее время привлекает к себе внимание исследователей, поскольку оно связано с широким спектром задач, имеющим как фундаментальное, так и прикладное значение. Данный класс задач включает в себя не только проблемы физики, но также касается и других областей естествознания [1]. Можно выделить два типа синхронизации: взаимная и внешним воздействием. Традиционно [1-3] для исследования взаимной синхронизации используется система связанных осцилляторов Ван дер Поля-Дуффинга, являющаяся эталонной моделью теории колебаний, допускающей реализацию в виде электронных схем. В данной работе исследуется эта система под импульсным воздействием, что позволяет учесть "взаимодействие" двух типов синхронизации. Уравнение системы имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x + \beta x^3 + \mu(\dot{x} - \dot{y}) + \varepsilon(x - y) &= A \sum \delta(t - nT), \\ \ddot{y} - (\lambda - y^2)\dot{y} + y(1 + \delta) + \beta y^3 + \mu(\dot{y} - \dot{x}) + \varepsilon(y - x) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\lambda$  - управляющий параметр осцилляторов,  $\delta$  - расстройка собственных частот осцилляторов,  $\beta$  - параметр фазовой нелинейности (или неизохронности),  $\mu$ ,  $\varepsilon$  - коэффициенты диссипативной и инерционной связи соответственно,  $A$  - амплитуда,  $T$  - период внешних импульсов.

Рассматриваемая система (1) позволяет исследовать динамику при различных типах связи между осцилляторами. Инерционная связь (члены пропорциональные  $x - y$ ) создает поправку к собственным частотам осцилляторов, не влияя при этом непосредственно на фазы колебаний осцилляторов. Однако этот вид связи изменяет амплитуды колебаний и воздействует на фазу благодаря наличию неизохронности в системе. В связи с этим наиболее оптимальный способ исследования данной системы - численный. Второй тип связи в данной системе - диссипативный (члены пропорциональные  $\dot{x} - \dot{y}$ ). В случае  $\mu < 0$  такая связь вносит в каждую из подсистем дополнительное затухание и приводит к появлению эффекта гибели

колебаний. Отдельно можно выделить случай  $\mu > 0$ , тогда связь называют активной. Для нее характерен эффект раскачки колебаний.

В работе было проведено детальное исследование картины синхронизации и сложной динамики системы для различных типов связи по отдельности, а также при комбинированной связи под импульсным воздействием. Были построены карты динамических режимов как на плоскости параметров связи осцилляторов, так и на плоскости параметров внешней силы.

*Работа поддержана грантом РФФИ 06 – 02 – 16773*

1. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge University Press. 2001.
2. Кузнецов А.П., Паксютов В.И. *ПНД* 6 (2003) 48.
3. Кузнецов А.П., Паксютов В.И. *ПНД* 4 (2005) 3.

## **Управление фазой колебаний в нелинейной электронной схеме модели нейрона Щапин Д.С.**

*ИПФ РАН, Нижний Новгород*

В настоящее время моделирование динамических свойств как отдельно взятых нейронов, так и сетей взаимодействующих клеток при помощи электронных схем вызывает интерес у многих исследователей [1]. Использование таких электронных схем имеет потенциальный интерес для разработки систем обработки информации нового поколения, основанных на нейродинамических принципах [2]. Кроме того, большой интерес вызывает использование "искусственных" нейронов в биомедицинских разработках, на сегодняшний день, уже проведены эксперименты по соединению электронных моделей с биологическими нейронами [3].

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию аналоговой электронной модели, качественно воспроизводящей основные динамические режимы нейронов нижних олив (НО). Показано, что данная схема отражает два важных функциональных свойства таких нейронов. Во первых, нейроны НО генерируют квазисинусоидальные подпороговые колебания с частотой 4-12 Гц (характерные для для оливо-мозжечковой системы млекопитающих), на пике которых возникают короткие (1-2 мс) импульсы действия или спайки. Во вторых, нейроны НО обладают эффектом фазовой автоперестройки [2]. При воздействии внешним стимулом фаза колебаний перестраивается к одному и тому же значению и не зависит от начальных условий (начальной фазы), а определяется только параметрами внешнего стимула. Данный эффект позволяет осуществлять синхронизацию больших ансамблей подобных элементов. Кроме того, данный эффект не требует абсолютной идентичности элементов ансамбля, которые могут иметь небольшой разброс по частотам. Так же данная электронная модель демонстрирует режимы так называемых берстовых колебаний, присущих другому типу колебательных нейронов.

Работа поддержана грантами РФФИ (проекты 06-02-16137, 05-02-17441) и Ведущими Научными Школами Российской Федерации (Научная Школа 0 7309.2006.2).

1. S. Binczak, V. B. Kazantsev, V. I. Nekorkin & J.-M. Bilbault "Experimental study of bifurcation in modified Fitzhugh-Nagumo cell" *Electron. Lett.* 39, 961-962, 2003.
2. V. B. Kazantsev, V. I. Nekorkin, V. I. Makarenko, and R. Llinas "Self-referential phase reset based on inferior olive oscillator dynamics" *Procs. Natl. Acad. Sci. USA* vol. 101 (52), pp. 18183-18188, 2004.
3. A. Szucs, P. Varona, A. R. Volkovskii, H. D. I. Abarbanel, M. I. Rabinovich, & A. I. Selverston "Interacting biological and electronic neurons generate realistic oscillatory rhythms" *Neurorep.* 11, 563-569, 2000.

## **О воздействии шума на систему с гиперболическим хаосом: численное наблюдение "затенения" траекторий**

**Жалнин А.Ю., Кузнецов С.П.**

*СФ ИРЭ РАН, Саратов*

В настоящей работе численно исследуется действие шума на потоковую систему с гиперболическим хаотическим аттрактором типа Смейла-Вильямса, предложенную в работе [1]:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (A \sin 2\pi t/T - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \sin \omega_0 t + D\xi(t), \\ \ddot{y} - (-A \sin 2\pi t/T - y^2)\dot{y} + 4\omega_0^2 y &= \varepsilon x^2 + D\xi(t).\end{aligned}$$

Модельная система представляет собой пару связанных осцилляторов Ван-дер-Поля с базовыми частотами колебаний, отличающимися вдвое, с параметрами возбуждения, медленно и противофазно модулирующимися во времени, и с особым типом связи между осцилляторами. При этом обеспечивается эстафетная передача фазы колебаний, так что эволюция фазы за один период модуляции описывается отображением Бернулли, как в известной дискретной модели Смейла-Вильямса. На систему действует гауссов белый шум ( $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \xi(t) \xi(t - \tau) \rangle = \delta(\tau)$ ), параметр амплитуды которого можно варьировать в значительных пределах.

Продемонстрировано численными расчетами, что для любой траектории системы с шумом можно подобрать траекторию системы без шума, такую, что она будет приближена к зашумленной траектории на сколь угодно длительном интервале времени (т. н. “затеняющая” траектория [2]). Подбор траектории осуществляется путем малых вариаций соответствующей ей начальной фазы. При этом среднее расстояние между траекторией системы с шумом и затеняющей её траекторией системы без шума не зависит от длины рассматриваемого временного интервала, то есть экспоненциальное разбегание этих хаотических траекторий отсутствует! Среднее расстояние между ними зависит лишь от параметра амплитуды шума  $D$ , и эта зависимость имеет линейный характер при вариации параметра в пределах  $D \in [0.0, 0.1]$ . Проведенный расчет значений полного спектра ляпуновских экспонент системы для разных амплитуд шума показывает, что эти значения слабо зависят от уровня шума, действие которого существенно проявляется лишь при амплитуде  $D \sim 0.5$ . Наблюдаемое поведение хорошо согласуется с математическими результатами относительно действия шума на гиперболический аттрактор [3].

Работа выполнена при поддержке грантов CRDF (BRHE REC-006 ANNEX BF4M06 APPENDIX 10, Y2-P-06-16) и РФФИ-ННИО (грант 04-02-04011).

1. S.P. Kuznetsov. *Phys. Rev. Lett.* **95** (2005) 144101.
2. R. Bowen. *Amer. J. Math.* **92** (1970) 725-747.
3. Ю.И. Кифер. *ИАН СССР. Сер. Матем.* **38** (1974) 1091.

## Динамика импульсов возбуждения в модели электрически связанных нейронов

Касаткин Д.В., Некоркин В.И.

ИПФ РАН, Нижний Новгород

Возникновение кратковременных структур возбуждения является типичным свойством многих нейронных систем. Формирование таких структур в значительной степени определяется как внутренними свойствами нейронов, так и видом межнейронных соединений [1].

В данной работе на примере простейшей системы из двух электрически связанных нейронов обсуждаются механизмы коллективного возбуждения. Каждый нейрон описывается моделью ФитцХью-Нагумо с модифицированной правой частью. Предполагается, что в отсутствие связи первый нейрон находится в режиме непрерывной генерации периодических спайков, а второй нейрон – в возбудимом режиме и генерирует отклик только при достаточно сильном внешнем воздействии. Установлено, что в зависимости от величины коэффициента связи между элементами динамика модели может быть как регулярной, так и хаотической. Существует несколько зон хаотической динамики, разделенных областями регулярной динамики системы. При малых связях один из нейронов находится в состоянии относительного покоя и генерация спайков отсутствует. При этом второй нейрон демонстрирует периодическую спайковую активность. При увеличении связи в системе устанавливается режим, отвечающий появлению во втором нейроне на фоне подпороговых колебаний импульсов возбуждения, амплитуда которых сравнима с амплитудой колебаний первого элемента. Дальнейшее увеличение связи приводит к тому, что оба элемента переходят в состояние покоя. Изучены важнейшие характеристики колебательных процессов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 05-02-17441, 06-02-16137), грантов Президента РФ для поддержки молодых ученых (МК-4659.2007.2) и ведущих научных школ (НШ-7309.2006.2).

1. Bem T., Rinzel J. *J. Neurophysiol.* **91** (2004) 693

## Локальная динамика уравнений с большим запаздыванием

Кащенко И.С.

ЯрГУ, Ярославль

В работе изучается локальная динамика уравнения первого порядка с запаздыванием

$$\frac{dx}{dt} + x = ax(t - T) + f_2x^2(t - T) + f_3x^3(t - T) + \dots$$

при условии, что время запаздывания является достаточно большим, т.е.  $\varepsilon = T^{-1} \ll 1$ .

Показано, что характеристический квазиполином линеаризованного в нуле уравнения

$$\varepsilon\lambda + 1 = ae^{-\lambda}$$

имеет корни, стремящиеся к мнимой оси только, когда  $a$  близко к  $\pm 1$ . Положим  $a = \pm(1 + \mu a_1)$  ( $0 < \mu \ll 1$ ). Тогда сразу бесконечное количество корней стремятся к мнимой оси при  $T \rightarrow \infty$ ,  $\mu \rightarrow 0$ . Таким образом, все возникающие критические случаи имеют бесконечную размерность.

Основной результат состоит в том, что в критических случаях локальная динамика исходного уравнения описывается семейством систем параболического типа. Так, например, если  $a = -(1 + \varepsilon^p a_1)$  ( $0 < p < 2$ ), то роль нормальной формы будет играть краевая задача

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{1}{2} \left( \omega_1 \frac{\partial}{\partial r_1} + \omega_2 \frac{\partial}{\partial r_2} + \dots + \omega_n \frac{\partial}{\partial r_n} \right)^2 u + a_1 u + (f_2^2 + f_3) u^3$$

с краевыми условиями следующего вида

$$\begin{aligned} u(\tau, r_1, \dots, r_{n_j}, \dots, r_n) &= -u(\tau, r_1, \dots, r_{n_j} + \frac{\pi}{\omega_{n_j}}, \dots, r_n), & j = 1, \dots, 2m + 1, \\ u(\tau, r_1, \dots, r_{n_j}, \dots, r_n) &= u(\tau, r_1, \dots, r_{n_j} + \frac{\pi}{\omega_{n_j}}, \dots, r_n), & j = 2m + 2, \dots, n. \end{aligned}$$

Здесь  $n$  — некоторое натуральное число,  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  произвольные положительные числа,  $m$  — неотрицательное целое число такое, что  $2m + 1 \leq n$ , а  $\{n_j\}_{j=1}^n$  — перестановка набора  $\{1, 2, \dots, n\}$ .

При разных значениях  $m$  и разных перестановках  $\{n_j\}_{j=1}^n$  мы будем получать различные краевые задачи, каждая из которых будет описывать локальную динамику в некоторой части окрестности нулевого решения исходного уравнения. Таким образом, мы получили в качестве нормализованной формы семейство краевых задач, зависящее от непрерывных параметров  $\omega_j > 0$  ( $j = 1, \dots, n$ ), перестановки  $\{n_j\}_{j=1}^n$  и  $m$ . При различных значениях параметров (а так же при различном их количестве) динамика этой задачи может быть, вообще говоря, различной, что обеспечивает богатство локальной динамики исходной системы.

## Особенности локальной динамики систем параболического типа и систем с запаздыванием

Кащенко С.А.

ЯрГУ, Ярославль

Исследуется локальная динамика двух важных классов эволюционных систем: систем параболического типа

$$\left[ \frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + Au + F(u) \right] \quad (1)$$

с периодическими краевыми условиями

$$[u(t, x + L) \equiv u(t, x);] \quad (2)$$

и системы с запаздыванием вида

$$\left[ \frac{du}{dt} = Au + Bu(t - T) + F(u, u(t - T)). \right] \quad (3)$$

Здесь  $u \in R^n$  нелинейные вектор функции  $F(u)$  и  $F(u, v)$  имеют в нуле порядок выше первого. В краевой задаче (1)–(2) положим  $\varepsilon = L^{-1}$ , а в системе (3) —  $\varepsilon = T^{-1}$ .

Основное предположение состоит в том, что параметр  $\varepsilon$  является достаточно малым: т.е.  $0 < \varepsilon \ll 1$ . При этом условии рассматривается задача о поведении решений (1)–(2) и (3) в достаточно малой, но не зависящей от  $\varepsilon$  окрестности нулевого состояния равновесия.

Как оказывается, в этих системах критические в задаче об устойчивости случаи имеют бесконечную размерность: бесконечно много корней соответствующего характеристического уравнения для линеаризованных систем стремятся к мнимой оси при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

Построены эволюционные системы, представляющие собой одно или несколько связанных комплексных уравнений типа Гинзбурга-Ландау, которые играют роль нормальных форм. Их нелокальная динамика, а она может быть достаточно сложной, определяет поведение в окрестности нулевого состояния равновесия исходную систему.

На основе полученных результатов рассмотрены важные прикладные задачи в области оптоэлектроники и радиофизики.

## О базисе инвариантного подпространства оператора Перрона-Фробениуса для отображения Реньи

Аникин В.М., Аркадакский С.С., Ремизов А.С., Василенко Л.П.

*СарГУ, Саратов*

Исследование одномерных хаотических отображений в рамках операторного подхода основано на решении задачи на собственные числа и собственные значения для оператора Перрона-Фробениуса (ОПФ). Решение этой задачи тесно связано с определением структуры инвариантного подпространства оператора. Хорошо изучен случай кусочно-линейных отображений, каждая ветвь которых отображает участок определения на весь отрезок  $[0,1]$ . К числу таких отображений принадлежат сдвиги Бернулли и разнообразные пилообразные отображения с одинаковым угловым коэффициентом монотонных участков итеративной функции. Для этих отображений минимальное инвариантное подпространство ОПФ содержит лишь индикаторную функцию единичного отрезка, что, в частности, предопределяет существование инвариантного распределения в форме равномерного закона.

В более общем случае, когда хотя бы одна из кусочно-линейных ветвей монотонности итеративной функции хаотического отображения не является полной, происходит изменение вида инвариантного распределения и всей структуры собственных функций ОПФ. Так, для отображения Реньи

$$x_{n+1} = \{\beta x_n\}, 1 < \beta < 2$$

(фигурные скобки означают операцию выделения дробной части числа) базис инвариантного подпространства ОПФ может состоять из конечного или бесконечного набора индикаторных функций подынтервалов единичного интервала, левая граница которых есть нуль. Значения правых границ отрезков определяется последовательностью, генерируемой самим отображением Реньи при начальном значении  $x_0 = 1$ .

## Динамика локализованных структур в средах неоднородными в пространстве параметрами

Кияшко С.В., Назаровский А.В.

*ИПФ РАН, Нижний Новгород*

В данном сообщении мы приводим результаты по изучению динамики локализованных структур с дефектами, возникающих при параметрическом возбуждении капиллярных волн и при термоконвекции. При параметрическом возбуждении капиллярных волн в средах с однородными параметрами обычно возбуждаются однородные в пространстве структуры стоячих волн. Однако при наличии плавной неоднородности глубины в тонких слоях жидкости или при неоднородной в пространстве накачке инкремент для возбуждающихся волн будет неоднороден в пространстве. В результате могут возникнуть локализованные в пространстве структуры стоячих волн, в то время как в остальной части пространства волны отсутствуют. Экспериментально показано, что количество возникающих структур и их динамика зависит от величины и вида неоднородности параметров и амплитуды накачки. Экспериментально показано что процесс взаимодействия локализованных структур, приводящий к их взаимной пространственной ориентации



хорошо описывается системой связанных уравнений типа Гизбурга-Ландау. Экспериментально установлено что в жидкости большой вязкости с неоднородной глубиной или неоднородной накачкой возможно существование локализованных спиральных волн с дефектами. Дефекты могли возникать на границах случайным образом и возникала хаотическая спиральная волна у которой во времени менялось число ее рукавов и направление вращения. Исследуется также возникновение локализованных структур при неоднородном нагреве жидкости и параметрической накачке. Экспериментально показано, что количество локализованных структур и их динамика зависит от пространственного распределения нагрева жидкости и величины накачки. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 05-02-17066.

1. Кияшко С.В., Назаровский А.В., Изв. РАН. Сер. физ. 2004. Т. 68. № 12. С. 1776.

## Особенности самовоздействия пучков электромагнитных волн на границе раздела сред

Кочетов А.В., Миронов В.А., Шер Э.М.

ИПФ РАН, Нижний Новгород

Возможность захвата электромагнитных пучков в нелинейные поверхностные волны (НПВ) [1], которые являются перспективными объектами для решения ряда проблем спектроскопии поверхности нелинейных сред [2], показана для плоских гауссовых пучков [3,4] и цилиндрических пучков, скользящих вдоль границы раздела [5,6]. Результаты исследований по установлению области параметров оптимальных гауссовых пучков [4-6] обобщены на трехмерные падающие пучки [7,8].

В данной работе аналитически и путем численного моделирования показана возможность возбуждения нелинейных поверхностных пучков падающими пучками в трехмерном пространстве. В частности, определена область параметров оптимальных пучков для такого возбуждения. Показана связь такого возбуждения и гигантского нелинейного эффекта Гусса-Хенхен, состоящего в значительном увеличении сдвига траектории распространения отраженного от границы пучка света от линии геометрического отражения. До сих пор в связи с известной сложностью поведения двумерных пучков на границе раздела линейной и нелинейной сред, которая, как показано в работе, сохраняется и для трехмерных пучков с неоптимальными параметрами, экспериментальные измерения характеристик нелинейного эффекта Гусса-Хенхен удалось провести только на границе среды с дефокусирующей нелинейностью, например, в [9], где гигантский нелинейный эффект Гусса-Хенхен отсутствует. Проведенное в данной работе исследование взаимодействия падающих пучков с границей нелинейной среды в условиях возбуждения нелинейных поверхностных пучков может способствовать экспериментальному наблюдению данного эффекта.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований №№ 05-02-17509, 06-02-16739, 06-02-17334.

1. Литвак А. Г., Миронов В. А. *Изв. Вузов. Радиофизика* **11** (1968) 1911.
2. Поверхностные поляритоны Под ред. В. М. Аграновича и Д. Л. Милса. М.: Наука, 1985.
3. Ахмедиев Н.Н., Корнеев В.И., Кузьменко Ю.Б. *ЖЭТФ* **88** (1985) 522
4. Богомолов Я. Л., Кочетов А. В., Литвак А. Г., Миронов В. А. *ЖЭТФ* **98** (1990) 1191.
5. Kochetov A.V., Litvak A.G., Mironov V.A., Sher E. M. *Physica D.* **87** (1995) 342.
6. Кочетов А. В., Литвак А. Г., Миронов В. А, Шер Э. М. *Изв. Вузов. Радиофизика* **38** (1995) 246.
7. Кочетов А. В., Миронов В. А, Шер Э. М. Материалы межд. конф. "ЛФиОТ-2006", Гродно, Беларусь 2006 38.
8. Кочетов А. В., Миронов В. А, Шер Э. М. *Изв. Вузов. Радиофизика* **49** (2006) 425.
9. Emile O., Galstyan T., Le Floch A., Bretenaker F. *Phys. Rev. Lett.* **35** (1995) 1511.

## Перемешивание и ляпуновские показатели хаотических систем

Логонов М.Ю., Бутковский О.Я.

ВлГУ, Владимир

В работе исследуется свойство перемешивания [1] фазовых траекторий детерминированных хаотических систем, проявляющееся в "размывании" с течением времени любой области начальных условий по всему аттрактору и обсуждается связь этого свойства с локальной геометрией и локальными Ляпуновскими показателями таких систем. Сделана попытка оценить скорость перемешивания двух динамических

систем (Лоренца и Ресслера), с существенно различными геометрическими и динамическими свойствами аттрактора, а также приведены строгие результаты вычисления этой скорости для хорошо изученных отображений пекаря и подмастерья пекаря, которые интересны нетривиальной связью между своим временем предсказуемости и Ляпуновскими показателями [2].

Существующие результаты по аналитическим оценкам скорости перемешивания ([3]) позволяют определить скорость перемешивания для некоторых классов дискретных отображений, а также связать ее с их Ляпуновскими показателями, в то же время аналитическое вычисление скорости перемешивания для непрерывных динамических систем (например, задаваемых в виде ОДУ) является еще не решенной задачей. В работе предложен алгоритм вычисления скорости перемешивания хаотических систем и даны аналитические оценки изменения степени перемешивания траекторий со временем. Разработанный алгоритм позволил оценить локальные скорости перемешивания на аттракторах систем Лоренца и Ресслера. Выявлено, что на аттракторе Лоренца траектории с невысокой скоростью перемешивания достаточно компактно сконцентрированы около неустойчивых стационарных точек, а основной вклад в перемешивание траекторий вносят их перескоки между неустойчивыми орбитами вокруг этих точек. В системе Ресслера перемешивание в среднем по аттрактору гораздо слабее, что может объясняться ее ленточной структурой, когда траектории, существенную часть времени двигаясь внутри достаточно плоской “ленты”, не могут перемешиваться. Для обеих систем установлено, что области больших локальных Ляпуновских показателей не совпадают с областями сильного перемешивания. Таким образом, в реалистичных хаотических системах свойство локального перемешивания и локальные Ляпуновские показатели существуют достаточно независимо друг от друга, поскольку являются проявлением различных характеристик этих систем: геометрических для локального перемешивания и динамических для локальных Ляпуновских показателей. Однако действуя совместно, эти два свойства могут определять время предсказуемости хаотических систем, что особенно ярко проявляется для дискретных отображений типа отображения пекаря и ученика пекаря.

1. S. Wiggins, J.M. Ottino, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* **362** 2004.
2. L.A. Smith, in *Proc. Int. School of Physics "Enrico Fermi Course CXXXIII*. Italian Physical Society, Bologna, 1997.
3. V. Baladi, in *Smooth Ergodic Theory and its Applications*. Proc. Symp. Pure Mathematics, Providence, RI: AMS **69** 1999.

## Стохастические автоколебания в системах с сухим трением наследственного типа

Метрикин В.С.

ННГУ, Нижний Новгород

При относительном движении двух шероховатых тел оказалось [1], что коэффициент трения относительного покоя является монотонно возрастающей функцией времени совместного движения этих тел. В этой связи представляет определенный интерес исследование динамики движущихся относительно друг друга тел с учетом трения. Такие системы можно охарактеризовать как системы с «памятью».

Математическое исследование таких систем было начато в работе [2], а затем продолжено в работах [3,4]. Однако до сих пор нет полной ясности в вопросах, относящихся к бифуркациям периодических и хаотических движений в подобных системах.

В настоящей работе рассматривается класс математических моделей систем с «памятью» и с ударными взаимодействиями различных элементов, динамика которых может быть изучена с помощью исследования свойств одномерных и двумерных точечных отображений. Качественные и количественные характеристики хаотических движений изучались с привлечением показателя Ляпунова [5].

В работе качественно-численными методами проведено разбиение пространства параметров систем на области существования различных типов движений. При этом получены точные явные аналитические соотношения на параметры системы, определяющие уравнения границ различных типов движений, таких как « $n/2$ -оборотные стохастические режимы движения», « $m/2$ -оборотные устойчивые периодические режимы движения», «циклы кратных точек» ( $n$ ,  $m$ -целые числа) и другие более сложные движения.

Для более подробного изучения структуры пространства параметров был разработан программный продукт, который позволяет:

1. Построение точечных отображений секущих поверхностей и их приближенное изучение.

2. Построение бифуркационных диаграмм, позволяющих отслеживать поведение систем в зависимости от величины основных параметров.

1. Ишлинский А.Ю., Крагельский И.В. О скачках при трении // Журн. Техн. физики. 1944. Т.14. вып. 415. С.276–282.
2. Кашеневский Л.Я. Стохастические автоколебания при сухом трении // Инж. – физ. журн. 1984. Т.47. №1. С.143–147.
3. Ветюков М.М., Доброславский С.В., Нагаев Р.Ф. Автоколебания в системе с характеристикой сухого трения наследственного типа // Изв. АН СССР МТТ. 1990. №1. С.23–28.
4. Метрикин В.С., Нагаев Р.Ф., Степанова В.В. Периодические и стохастические автоколебания в системе с сухим трением наследственного типа // ПММ. 1996. Т.60. вып.5. С.859–864.
5. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир.1988. 237с.

## Природа хаоса

Лоскутов А.Ю.

*МГУ, Москва*

Анализ динамических системы со сложным, в том числе хаотическим поведением - один из важнейших разделов современной теоретической и математической физики. Это объясняется тем, что хаотическое поведение присуще очень широкому кругу явлений. Кроме того, теория динамических систем, в рамках которой и разрабатываются концепции динамической стохастичности, объединяет самые разные приложения, возникающие в естественных науках: от задач химической кинетики и медицинской физики до проблемы обработки и хранения информации. При этом одним из самых сложных для понимания вопросов остается вопрос о природе хаотичности.

В течение долгого времени представление о сложном и непредсказуемом поведении ассоциировалось в основном, с допущением, что в таких системах необходимо возбуждение по крайней мере чрезвычайно большого числа степеней свободы. Эта концепция, по-видимому, сформировалась под действием понятий, сложившихся в статистической механике. Однако, как оказалось, статистические законы а вместе с ними и статистическое описание не ограничены только очень сложными системами с большим числом степеней свободы. Случайное поведение может быть присуще и полностью детерминированным системам с небольшим числом степеней свободы. Дело здесь не в сложности и внешних шумах, а в появлении при некоторых значениях параметров экспоненциальной неустойчивости движения. Динамика систем, вызванная такого рода неустойчивостью, и называется динамической стохастичностью или детерминированным (динамическим) хаосом. Исследования последних двадцати лет показали, насколько типичным и всеобщим явлением оказывается динамический хаос.

В чем природа такого нерегулярного поведения? Где лежит граница между регулярной, но сложно организованной структурой и хаосом? Почему природа в основе своей самоподобна и в чем причины хаоса? Ответы на эти вопросы составляют основное содержание лекции.

## Multifrequency autoresonance and Whitham averaging of integrable systems

Novokshenov V.Yu.

*Institute of mathematics RAS, Ufa*

Autoresonance is a powerful technique for controlling the amplitude of nonlinear modes. It is a robust method because, over a broad range of parameters, it does not depend on the details of the system, nor on the amplitude or exact range of the sweeping drive.

Autoresonance is usually associated with single frequency mode excitations due to the synchronization and phase lock of various nonlinear modes with the driving force. Despite this we propose a model of multifrequency autoresonance which occur in completely integrable systems. This phenomenon is due to a number stable invariant tori governed by integrals of motion of the integrable system.

The basic autoresonant effect of phase locking appears here as Whitham deformations of the invariant tori. This provides also a possibility to transfer a certain initial  $n$ -periodic motion to a given  $m$ -periodic motion as a final state.

## Новая жизнь многорезонаторных клистронов

Дмитриев Б.С.

СарГУ, Саратов

В последние годы на факультете нелинейных процессов СГУ проводятся теоретические и экспериментальные исследования фундаментальных процессов нелинейной динамики, и в частности, в микроволновой электронике. Были разработаны и реализованы различные методы физического эксперимента для исследования процессов в различных системах типа "электронный поток - электромагнитное поле" [1].

Актуальной задачей современной радиофизики и электроники является исследование сложной динамики и хаоса в различных генераторах вакуумной сверхвысокочастотной (СВЧ) электроники. Для различных практических приложений весьма перспективными представляются автогенераторы с запаздывающей обратной связью на основе многорезонаторных клистронов, отличающихся высоким уровнем мощности и большим КПД. В качестве объекта исследований был взят промышленный пятирезонаторный клистрон среднего уровня мощности дециметрового диапазона.

Для проведения детальных экспериментальных исследований основных закономерностей и особенностей сложной динамики в таких приборах как в автономном режиме, так и при внешнем управлении автогенератором, была разработана многофункциональная измерительная установка и предложены методики измерений с оперативным управлением изменения режимов и параметров. Собранный автогенератор давал возможность идентифицировать характер колебаний в различных режимах работы автогенератора. В качестве управляющих параметров использовались ток и напряжение электронного пучка, затухание в цепи обратной связи и параметры внешнего сигнала. Варьированием управляющими параметрами легко реализовывались области одночастотной генерации, периодической автомодуляции, автомодуляции с удвоенным и учетверенным периодом и области хаотической динамики. Воздействие внешнего сигнала на автогенератор приводило к существенному изменению его свойств и характера колебаний в зависимости, как от исходного режима автономной системы, так и от частоты и амплитуды внешнего воздействия.

Подобный автогенератор является удобным объектом для физических исследований закономерностей хаотической синхронизации с простыми способами управления сложной динамикой. На нескольких схемах были исследованы различные типы синхронизации: влияние внешнего гармонического сигнала на характер колебаний автогенератора в зависимости от исходного режима работы (одночастотные колебания или "развитый" хаос), взаимная синхронизация двух связанных автогенераторов, режим полной синхронизации. Заметный интерес представляет подробное исследование эффекта полного подавления хаоса в клистронном автогенераторе внешним сигналом в широком диапазоне частот и мощностей внешнего воздействия. В связи с интересом к прямохаотическим системам связи был исследован генератор хаотических радиоимпульсов, построенный на основе такого клистронного автогенератора. Были проведены эксперименты по передаче и приему в эфире хаотических радиоимпульсов в лабораторных условиях.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект 06-02-16451).

1. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Клокотов Д.В. и др. *ЖТФ* **73** (2003) 105

## Топология и геометрия изображений

Макаренко Н.Г.

ГАО РАН, Санкт-Петербург

Лекция посвящена связям современной техники обработки цифровых изображений с методами хаотической динамики: *мультифрактальным формализмом, теорией катастроф и теорией Морса*.

Большая часть информации о распределенных системах доступна в форме матричных массивов - цифровых изображений. К ним относятся снимки земных ландшафтов, полученные с помощью космических аппаратов и цифровые данные космических обсерваторий *SOHO, Solar-B, TRACE* и других.

Основная проблема заключается в таких методах извлечения полезной информации, которые сохраняют пространственное разрешение снимка. Для физических задач желательно, кроме того, иметь способ компактного кодирования изменчивой пространственной сложности регистрируемых паттернов.

В лекции рассматриваются три современных подхода к анализу изображений. Первым является метод мультифрактальной сегментации, основанный на разбиении изображения на сингулярные компоненты, т.е. множества с одинаковым значением Гельдеровских показателей меры. Этот подход аналогичен описанию мультифрактальных мер для странных аттракторов динамических систем.

Второй основан на теории катастроф и теории Морса. Последовательная свертка поля яркости с гауссовским ядром позволяет рассматривать изображение в новом пространстве – пространстве масштабов - *scale space*, где дополнительной координатой является дисперсия ядра. Полученный гладкий образ удовлетворяет уравнению диффузии. Кроме обычных Морсовских особенностей — максимумов, минимумов и седел, — появляются новые особые точки, связанные с обращением в нуль лапласиана. Используя этот подход, для каждого изображения можно построить связный 3D граф, который кодирует топологическую сложность наблюдаемого паттерна.

Наконец третий подход основан на на понятии мультивариантной динамической системы. Он использует устойчивые и неустойчивые многообразия Морса, построенных для критических областей - аналогов критических точек. В результате можно построить 2D граф связности Морса.

Большая часть теоретических конструкций демонстрируется на примерах изображений земных ладшафтов и Солнечных магнитограмм.

## **К вопросу о хиральной асимметрии в живой и неживой природе**

**Поляков О.П.**

*МГУ, Москва*

Известно, что неравноправие “правого” и “левого” (хиральная асимметрия), широко встречается в биологических системах, причем как на макро-, так и на микро-уровне. Например, 90 % раковин моллюсков закручены вправо, зеркально симметричные молекулы финилаланина обладают существенно различными химическими свойствами, сахара вращают плоскость поляризации света только вправо, аминокислоты - только влево [1]. Существует несколько гипотез, объясняющих хиральную асимметрию в живой материи, однако достоверные причины ее возникновения не ясны [1,2]. Существенным фактором, необходимым для понимания этого феномена, является отсутствие наблюдений указанной асимметрии в неживой природе, в которой "правые" и "левые" антиподы либо реализуются с равной вероятностью и обладают идентичными свойствами, либо их неравноправие однозначно связывается с неэквивалентностью начальных условий [3]. В данной работе была обнаружена хиральная асимметрия в системе, состоящей из однородно намагниченной сферической магнитной частицы, обладающей одноосной анизотропией, находящейся под воздействием переменного магнитного поля, при эквивалентных с физической точки зрения начальных условиях. Если построить фазовую диаграмму для полярного угла вектора намагниченности, то при определенных условиях его динамика будет характеризоваться аттрактором типа двойной предельный цикл с ярко выраженной асимметрией. При изменении частоты внешнего поля может произойти бифуркация и динамика системы будет характеризоваться аттрактором, являющимся зеркально симметричным предыдущему. Такое изменение динамики может быть интерпретировано как переход от одного хирального состояния к другому. Важно отметить, что до включения переменного магнитного поля система была нехиральной, то есть зеркальная симметрия динамики магнитного момента наблюдалась при зеркально симметричных начальных условиях. В случае же переменного магнитного поля возможно управление хиральными состояниями с помощью изменения частоты его колебаний. Причем изменение хирального состояния происходит жестким образом или, иными словами, имеет бифуркационный характер. Отметим, что подобные бифуркации происходят в узком диапазоне значений управляющих параметров. В общем случае динамика такой системы проявляет свойства типичные для нелинейных неравновесных динамических систем, в частности, в такой системе возможен режим нерегулярной хаотической динамики [4].

1. Кизель В.А. Физические причины диссиметрии живых систем. Москва, Наука, 1985.
2. Твердислов В.А., Яковенко Л.В., Жаворонков В.А. *Российский химический журнал* № 1 51 (2007) 13
3. Поляков О.П. *Известия РАН. Серия физическая* № 12 63 (1999) 2379
4. Поляков О.П., Храмов А.Е. *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика* № 1 6 (1998) 10

## **Бифуркации автоколебательных режимов в потоке с виртуальным катодом**

**Корниенко В.Н., Привезенцев А.П., Ревякин А.А.**

*ИРЭ РАН, Москва,  
ЧелГУ, Челябинск*

Поток пространственного заряда с виртуальным катодом представляет собой распределенную автоколебательную систему, в динамике которой сосуществуют и взаимно трансформируются когерентная

структура и достаточно интенсивная хаотическая составляющие. В работе [1] методом плоских листов численно исследовались колебания виртуального катода в плоском эквипотенциальном промежутке, образованном плоскостью инжекции и коллектором. Было показано, что при срыве различных неустойчивых стационарных состояний для равных токов инжекции, значения которых близки к критическому значению, формируются различные колебательные режимы (нелинейные моды). Отношение частот колебаний для низкочастотной моды, формируемой из неустойчивого состояния с полным пролетом частиц, и высокочастотной моды, возникающей из состояния с виртуальным катодом, близко к трем. Наряду с различием в спектральных свойствах, нелинейные моды виртуального катода существенно отличаются друг от друга по амплитуде колебаний центра масс потока и наведенного тока.

Пролетный промежуток в режиме низкочастотной моды можно назвать “открытым”. Релаксационные колебания накопления и сброса заряда в этом режиме представляют периодически повторяющиеся стадии “открытого” состояния, когда подавляющая часть инжектируемых частиц достигает коллектора, и “закрытого” состояния, когда преобладают отражаемые виртуальным катодом частицы. В режиме высокочастотной моды пролетный промежуток можно назвать “закрытым”. Разделение частиц по типу траекторий в этих колебаниях отличается от разделения в стационарном потоке относительно небольшими высокочастотными флуктуациями. При этом амплитуда колебаний центра масс потока, наведенного тока и числа частиц в пролетном промежутке существенно меньше, чем в режиме низкочастотной моды.

В данной работе методом численного моделирования рассмотрено возбуждение одномодового узкополосного резонатора колебаниями виртуального катода. Такая постановка задачи в некотором смысле аналогична классической задаче об автогенераторе Ван дер Поля с дополнительным контуром.

Целью работы является исследование эффектов, связанных с существованием у потока с виртуальным катодом автоколебательных режимов с различным распределением потенциальной и кинетической энергии и влияющих на процесс генерации высокочастотного поля. Уравнения, описывающие динамику связанной системы “поток-резонатор”, и принятые безразмерные переменные аналогичны использованным в работе [2]. При исследовании зависимости эффективности генерации от величины тока инжекции и собственной частоты резонатора был обнаружен эффект срыва генерации. При переходе величиной тока инжекции или частоты резонатора некоторого критического значения происходит скачкообразное уменьшение мощности генерируемого поля. Проведенный анализ показал, что резкое падение мощности поля связано с переходом колебаний потока от режима открытой моды к режиму закрытой моды.

1. Привезенцев А.П., Саблин Н.И., Фоменко Г.П. *РЭ*, 1989. **33** (1989) С. 659
2. Корниенко В.Н., Привезенцев А.П. *РЭ*, 2006, **51** (2006), N 12, С. 1496

## О возможности реализации “гамильтоновского” критического поведения в дискретной модели неавтономной автоколебательной системы

Кузнецов А.П.<sup>1,2</sup>, Кузнецов С.П.<sup>1,2</sup>, Савин А.В.<sup>1,2</sup>, Савин Д.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *СФ ИРЭ РАН, Саратов*

<sup>2</sup> *СарГУ, Саратов*

Одним из наиболее распространенных и изученных сценариев усложнения динамики нелинейных систем и перехода к хаотическому поведению является реализация каскада бифуркаций удвоения периода ([1]). В диссипативных динамических системах реализуется фейгенбаумовский переход к хаосу, в консервативных же аналогичный сценарий характеризуется другими количественными закономерностями, что позволяет рассматривать его как особый, “гамильтоновский” тип перехода к хаосу, и, соответственно, “гамильтоновское” критическое поведение на пороге хаоса [1-3].

Однако непосредственно реализовать в физическом эксперименте консервативную систему невозможно, поскольку присутствие небольшой диссипации приводит к переходу “гамильтоновского” критического поведения в фейгенбаумовское [4-5]. Альтернативный вариант заключается в рассмотрении автоколебательной системы с внешним воздействием, компенсирующим потери энергии за период. Модельной системой в этом случае может служить осциллятор Ван-дер-Поля под импульсным воздействием, амплитуда которого зависит от координаты осциллятора:

$$\ddot{x} - (\varepsilon - \mu x^2)\dot{x} + x = \sum_m F(x)\delta(t - mT). \quad (1)$$

Выбирая внешнее воздействие в виде  $F(x) = 1 - \lambda x^2$ , можно, решив уравнение в промежутке между импульсами методом медленно меняющихся амплитуд, получить дискретное отображение, приближенно

описывающее динамику системы (1):

$$x_{n+1} = B \frac{1 - \lambda x_n^2 + y_n}{\sqrt{1 + C(x_n^2 + (1 - \lambda x_n^2 + y_n)^2)}}; y_{n+1} = B \frac{-\lambda x_n}{\sqrt{1 + C(x_n^2 + (1 - \lambda x_n^2 + y_n)^2)}}. \quad (2)$$

При выборе параметра  $C = 0$  эта система переходит в отображение Эно с постоянной диссипацией, в которой "гамильтоновское" критическое поведение реализуется на линии  $B = 1$ . При выборе ненулевого параметра  $C$  "гамильтоновское" критическое поведение можно наблюдать как феномен коразмерности 2. В настоящей работе была найдена соответствующая критическая точка на плоскости параметров  $(\lambda, C)$  при фиксированном значении параметра  $B$  и исследовано устройство пространства параметров в ее окрестности.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 06-02-16773), CRDF (грант Y4-P-06-06) и фонда некоммерческих программ "Династия".*

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006, 356с.
2. Green J.M. *et al.*, *Physica D*, 1981, v. 3, p. 468–486.
3. Collet P., Eckmann J.-P., Koch H., *Physica D*, 1981, v. 3, p. 457–467.
4. Reinout C., Quispel W., *Phys. Rev. A*, 1985, v.32, no. 6, p.3924-3928.
5. Chen C., Gyorgyi G., Schmidt G., *Phys. Rev. A*, 1986, v.34, no.3, p. 2568-2570.

## Особенности динамики почти консервативных дискретных систем с постоянной диссипацией

Кузнецов А.П.<sup>1,2</sup>, Савин А.В.<sup>1,2</sup>, Савин Д.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *СФ ИРЭ РАН, Саратов*

<sup>2</sup> *СарГУ, Саратов*

В настоящее время динамика систем, близких к консервативным, исследована сравнительно слабо. В то же время она представляется весьма интересной, поскольку в ней тем или иным образом должны проявляться особенности, иногда взаимоисключающие, присущие консервативной и существенно диссипативной динамике. В настоящей работе проводится исследование почти консервативной динамики дискретных систем с постоянной диссипацией на примере одной из классических моделей – известного отображения Икеды  $z_{n+1} = A + Bz_n \exp(i(|z_n|^2 + \psi))$  [1]. Поскольку оно является, в частности, дискретной моделью неавтономного нелинейного осциллятора Дуффинга ([2]), можно ожидать, что получаемые результаты будут обладать достаточно высокой степенью общности.

В работе исследовано устройство пространства параметров и фазового пространства отображения Икеды в случае слабой ( $B = 0.99$ ) диссипации, для чего применялись такие методы, как наблюдение за конденсацией облака точек на аттрактор, построение бифуркационных диаграмм для набора различных начальных условий [3], построение бассейнов притяжения и наблюдение за их динамикой при изменении управляющих параметров. Полученные результаты сравнивались с консервативным и диссипативным случаями.

Обнаружено, что почти консервативная динамика характеризуется сосуществованием большого числа низкопериодических аттракторов, расположение бассейнов притяжения которых в фазовом пространстве коррелирует с расположением областей резонансов в консервативном случае, а также чрезвычайным увеличением длины переходного процесса. Также исследована эволюция бассейнов притяжения основных аттракторов при изменении параметров системы. В частности, показано, что бассейны притяжения хаотических аттракторов сохраняют ненулевую площадь вплоть до режимов с крайне слабой диссипацией. Этот результат отличается от продемонстрированного в работе [4] для отображения Эно, что, как мы предполагаем, связано с отсутствием в отображении Икеды неустойчивых по Лагранжу режимов.

Кроме того, показано, что большая часть существующих в почти консервативном случае аттракторов разрушается уже небольшими амплитудами шума.

*Работа выполнена при поддержке фонда некоммерческих программ "Династия", CRDF (грант Y4-P-06-06) и РФФИ (грант 04-02-04011).*

1. Ikeda K., Daido H., Akimoto O., *Phys. Rev. Lett.*, 1980, v. 45, p. 709–712.

2. A. P. Kuznetsov, L. V. Turukina, E. Mosekilde, *Int. Journ. of Bif. and Chaos*, 2001, v. 11, no. 4, p. 1065–1078.
3. Feudel U. *et al.*, *Phys. Rev. E*, 1996, v. 54, no. 1, p. 71–81.
4. U. Feudel and C. Grebogi. *Chaos*, 1997, v. 7, № 4, p. 597–604.

## Controlling Chaos: Optimal Modification of Chaotic Systems Limit Sets

Talagaev Yu.V., Tarakanov A.F.

*Saratov State University, Balashov Branch, Balashov*  
*Borisoglebsk State Teachers Training Institute, Borisoglebsk*

Chaos control is an intensively developing field of investigation, that has showed its utility in a number of applications. One of the ways of increasing the efficiency of chaos control techniques is involving the devices of optimal control theory. In this direction some well-known control techniques were modified and some new ones were offered [1,2].

In the report we offer and prove the solution technique of the task frequently appearing in applications, when the modification of the system's limit set (chaotic attractor) is the aim of the control. Its difference from the tasks of classical control theory is that the qualitative characteristics of terminal state are not given beforehand. In the absence of information only the desirable kind of limit set that should be stable is postulated. As the problem lies on a joint of chaos control and bifurcation control methods, and the complete understanding of stabilization peculiarities requires the development of means of multiparametrical analysis. In this very case the term "corrective perturbation" corresponds to the situation of the system parametric perturbations most of all. System parameters under the correction cease to be fixed and turn into new variables. Hence, the change of the mode of functioning of the corrected dynamic system will essentially depend on bifurcation parameters values, captured during the correction. The demand of small parametric changes naturally leads us to strengthening the correction task via the demand of optimal modification of the limit set system. Based on Pontryagin's maximum principle the corrective functions and necessary conditions of achievement of the invariant stable set are found. The achievement of stabilization followed by modification of chaotic attractor system into an invariant stable set is confirmed by numerical experiments with Lorenz system. Several variants of correction are considered and the properties of optimal corrective functions are found out.

As a result, the theoretical apparatus of chaotic systems parametric space optimal correction is presented in the paper. Providing optimal stabilization, the correction of the dynamical system gives information about physical properties of the described object as system reaction on the total parametric perturbation. Correction technique is applicable to the wide family Lorenz-like chaotic systems and may be used in case of unspecified steady states. Then the comparison and efficiency rating of perturbation on single parameter is possible. Moreover, in practical applications, when the number of parameters available for correction is restricted the perturbation of only one parameter becomes more grounded and its results are predictable. Parametric correction may be considered as the link between the methods of chaos control and control bifurcation.

1. Talagaev Yu.V., Tarakanov A.F. Modification of chaotic systems limit sets by multiparametrical optimal correction. Submit. to the 3rd Int. IEEE Scient. Conf. on Physics and Control. 3rd-7th September 2007, University of Potsdam, Germany.
2. Talagaev Yu.V., Tarakanov A.F. *Tech. Phys. Let.* **32(12)** (2006) 1043-1046.

## Хаотическая динамика в системах связанных неавтономных осцилляторов с резонансным и нерезонансным механизмом передачи возбуждения

Кузнецов А.П.<sup>1</sup>, Кузнецов С.П.<sup>1</sup>, Пиковский А.С.<sup>2</sup>, Тюрюкина Л.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *СФ ИРЭ РАН, Саратов*

<sup>2</sup> *Потсдамский университет, Потсдам, Германия*

В последние годы появился ряд работ, в которых обсуждается возможность реализации в физических системах феноменов нелинейной динамики, известных до сих пор только применительно к абстрактным искусственно сконструированным моделям, таким как гиперболический аттрактор Смейла - Вильямса, отображение "кот Арнольда" и др. [1-3]. В них предложен подход состоящий в конструировании системы в виде двух связанных осцилляторов с эстафетной передачей возбуждения от одного осциллятора к другому



и медленной периодической модуляцией параметра, ответственного за бифуркацию рождения предельного цикла. При этом выделяют два способа передачи возбуждения: первый, когда возбуждение передается на рабочей частоте осциллятора, и второй, когда частота на которой передается возбуждение отличается от рабочей частоты осциллятора.

В настоящей работе на примере системы в виде двух связанных осцилляторов с одинаковой рабочей частотой следующего вида

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (A \cos \Omega t - x^2 - \dot{x}^2/\omega_0^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \dot{y}, \\ \ddot{y} - (A \cos \Omega t - y^2 - \dot{y}^2/\omega_0^2)\dot{y} + \omega_0^2 y &= \varepsilon x \dot{x},\end{aligned}\quad (1)$$

рассматриваются оба способа передачи возбуждения и проводится их сопоставление. Отметим, что система (1) в том виде, в котором она записана, отвечает тому, что передача возбуждения от одного осциллятора к другому осуществляется на частоте вдвое большей чем рабочая частота осцилляторов. Для того что бы передача возбуждения осуществлялась на рабочей частоте осцилляторов необходимо правые части обоих уравнений умножить на вспомогательный сигнал вида  $\cos \omega_0 t$ .

$$\begin{aligned}\ddot{x} - (A \cos \Omega t - x^2 - \dot{x}^2/\omega_0^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \dot{y} \cos \omega_0 t, \\ \ddot{y} - (A \cos \Omega t - y^2 - \dot{y}^2/\omega_0^2)\dot{y} + \omega_0^2 y &= \varepsilon x \dot{x} \cos \omega_0 t,\end{aligned}\quad (2)$$

Было проведено качественное описание обоих вариантов рассматриваемой системы и показано, что отображение для фазы осцилляторов (за период внешнего воздействия) демонстрирует гиперболический аттрактор, который представляет собой вариант соленоида Смейла - Вильямса с четырьмя оборотами вкладываемого в исходный тороид образа после растяжения и поперечного сжатия. Помимо качественного описания указанных моделей, проведено их численное моделирование и сопоставление.

*Работа поддержана грантом РФФИ и ННАО № 04-02-04011.*

1. Kuznetsov S. *Phys. Rev. Lett.* **35** (2005)
2. Belykh et. all *Int. J. of Bif. and Chaos* **15** (2005)
3. Isaeva O., Jalnin A, Kuznetsov S. *Phys. Rev. E* **74** (2006)

## A comparative study of co-existing attractors in Gaussian map and q-Gaussian map

Vinod Patidar

*Banasthali Vidyapith Deemed University, India*

In a recent study Jaganathan and Sinha [Phys. Letters A 338 (2005) 277-287] have introduced a scheme for the q-deformation of nonlinear maps using the logistic map as an example and shown that the q-logistic map exhibits a wide spectrum of dynamical behaviours including the co-existence of attractors (which is a rare phenomenon in one-dimensional maps). In this paper, we aim to analyze another famous one-dimensional map - the Gaussian map (a known one-dimensional map exhibiting co-existing attractors) subject to the same q-deformation scheme. We compare the dynamical behaviour of the conventional Gaussian map and q-deformed Gaussian map for various values of deformation parameter.

## Теоретико-групповые методы для упрощения исследования устойчивости нелинейных динамических режимов в системах с дискретной симметрией

Жуков К.Г., Чечин Г.М.

*ЮФУ, Ростов-на-Дону*

Различные динамические режимы в нелинейной механической системе  $\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$  с дискретной группой симметрии  $G_0$  могут быть классифицированы по ее подгруппам  $G_j \in G_0$  [1, 2]. При помощи развитых в этих работах теоретико-групповых методов для каждой такой подгруппы может быть найдено соответствующее ей колебательное состояние, обладающее симметрией  $G_j$ . Такое состояние может быть представлено в виде некоторой линейной комбинации базисных векторов всех неприводимых представлений группы  $G_0$  с зависящими от времени коэффициентами. Фактически эта линейная комбинация представляет собой определенную суперпозицию симметрично-обусловленных колебательных мод. При этом, в силу

определенных правил отбора для передачи возбуждения между модами с разной симметрией [2] в процесс колебаний оказываются вовлеченными не все моды, а лишь ограниченный их набор, сохраняющийся с течением времени. Такие наборы были названы в [2] бушами колебательных мод.

Каждый буш имеет свою область устойчивости в пространстве амплитуд и скоростей входящих в него мод. Согласно общепринятому методу исследования устойчивости нелинейных динамических режимов осуществляется линеаризация уравнений движения рассматриваемой системы в окрестности исследуемого режима. Далее проводится анализ устойчивости нулевого решения полученной системы  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{J}(t) \cdot \mathbf{y}$  линейных ОДУ с переменными коэффициентами [ $\mathbf{J}(t)$  — матрица Якоби] относительно компонент инфинитезимального вектора возмущений  $\mathbf{y}(t)$ .

В работе [3] нами была доказана следующая теорема:

**Теорема.** Матрица Якоби  $\mathbf{J}(t)$  системы, линеаризованной в окрестности некоторого буша, коммутирует со всеми матрицами  $\mathbf{M}(g)$  ( $g \in G_j$ ) механического представления группы симметрии  $G_j$  рассматриваемого буша.

Сформулированная теорема позволяет применить к линеаризованной системе  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{J}(t) \cdot \mathbf{y}$  известную теорему Вигнера [4], что в свою очередь, дает возможность расщепить эту систему на некоторое число независимых подсистем, используя аппарат теории неприводимых представлений групп симметрии.

В целях иллюстрации развиваемого метода в докладе рассматривается существенное упрощение линеаризованной системы  $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{J}(t) \cdot \mathbf{y}$  для случая нелинейных моноатомных цепочек и механической системы с точечной группой симметрии  $G_0 = O_h$ .

1. В.П. Сахненко, Г.М. Чечин, ДАН **330** (1993) 308; ДАН **338** (1994) 42.
2. G.M. Chechin and V.P. Sakhnenko, Physica D **117**, (1998) 43.
3. G.M. Chechin and K.G. Zhukov, Phys. Rev. E **73** (2006) 036216.
4. М.И. Петрашень, Е.Д. Трифонов, Применение теории групп в квантовой механике, М. “Наука”, 1967.

## Хаотическая прецессионная динамика намагниченности в тонкопленочных магнитных структурах

Шутый А.М., Семенцов Д.И.

УлГУ, Ульяновск

В докладе приводятся результаты исследования нелинейной динамики однородно прецессирующей намагниченности в тонкопленочных структурах с различной ориентацией кристаллографических осей.

Проведенный численный анализ уравнений Ландау-Лифшица показал наличие интервалов (по одному для пленок типа (111), (100) и два интервала для пленок типа (110)) величины подмагничивающего поля, в которых на частотах порядка 1, 10 МГц реализуются сложные по своим траекториям регулярные и хаотические высокоамплитудные прецессионные режимы. Амплитуда данных режимов определяется, главным образом, ориентациями равновесных состояний намагниченности. Выявлены хаотические режимы, сильно отличающихся как по степени хаотичности (толщине аттрактора), так и по фрактальной размерности аттрактора, которыми можно эффективно управлять за счет изменения параметров внешних магнитных полей.

Расчет спектра показателей Ляпунова показал, что при переходе между высокоамплитудными хаотическими и регулярными режимами сохраняется сумма показателей и отсутствует случай двух нулевых ляпуновских показателей, отвечающий квазигармоническому режиму. Для пленок типа (110) обнаружены хаотические режимы, временные сечения аттракторов которых имеют сильную зависимость от фазы переменного магнитного поля, при которой берутся данные сечения. Зависимость размеров сечений аттракторов от фазы переменного поля позволило показать, что полученные аттракторы не обладают свойством перемешивания, а отвечающие им хаотические режимы являются не стохастическими. Показано, что в отличие от пленок с другой ориентацией кристаллографических осей, в пленках типа (110) установление тех или иных динамических режимов определяется направлением поляризации переменного поля.

Выявленные особенности нелинейной динамики намагниченности значительно увеличивают многообразие реализуемых прецессионных режимов, а также способы управления данными режимами.

Работа поддержана грантом Президента РФ (No МД-3169.2007.2).

## Фрактальные свойства шумоподобных сигналов

Жанабаев З.Ж., Бейсебаева А.С., Наурызбаева А.Ж., Алимгазинова Н.Ш.

КазНУ, Алматы, Казахстан

Интегральное неравенство Гельдера для двух произвольных функций  $x_i(t)$ ,  $x_j(t)$  может быть записано в виде равенства через некоторый коэффициент, который может быть назван обобщенной метрической характеристикой:

$$K_{x_i, x_j}^{p, q} = \frac{\langle |x_i|^p \rangle^{1/p} \langle |x_j|^q \rangle^{1/q}}{\langle |x_i x_j| \rangle}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1. \quad (1)$$

Нами получены [1] уравнения для размерностей самоаффинных объектов, где фрактальные меры  $V_1$ ,  $V_2$  могут быть выражены через  $K_{x, t}^{p, q}$ :

$$\prod_{j=1}^n V_j(\delta)^{1/(d_j - D_n)} = \delta, \quad D_{1,2} = 1 + \frac{\ln K_{x, x}^{p, p} K_{x, t}^{p, q} / \delta}{2 \ln 1/\delta} \pm \sqrt{\frac{\ln^2 K_{x, x}^{p, p} K_{x, t}^{p, q} / \delta}{4 \ln^2 \delta} + \frac{\ln K_{x, x}^{p, p}}{\ln \delta}}. \quad (2)$$

Через показатель Херста  $H$  можно определить локальные фрактальные размерности  $D$  самоподобных и самоаффинных объектов:

$$D = 1/H, \quad D = 2 - H. \quad (3)$$

Результат  $D = 1/H$  наблюдается именно в самоподобном случае ( $p = 2, q = 2$ ), а результат  $D = 2 - H$  — в самоаффинном случае ( $p = 3, q = 3/2$ ). Видно, что размерности  $D_1$ ,  $D_2$ , вычисленные по формуле (3), при большой аффинности кривых ограничивают интервал значений  $D$ . Отметим, что вычисленная размерность Хаусдорфа (при  $K_{x, t}^{2, 2} = 1$ ) равна  $D_0 = 1, 3$ .

1. Жанабаев З.Ж., Байболатов Е.Ж., Бейсебаева А.С., Елдесбай А.Т. Известия НАН РК, Серия физико-математическая. 2005. N2, 48-60.

## Синхронизация и индуцированные шумом когерентные режимы в малых ансамблях нейронов с ионной связью

Постнов Д.Э., Рязанова Л.С., Жирин Р.А.

СарГУ, Саратов

Общеизвестно, что нейроны организованы в сети посредством электрических и химических синапсов. Этот тип взаимодействия «разработан» самой природой и служит выполнению нейронами своей основной функции, то есть передаче и обработке информации. Имеются, однако, и другие возможные пути взаимовлияния нейронов, менее значимые в нормальных условиях, но проявляющие себя, например, в условиях патологии. Один из таких малоизвестных и «непреднамеренных» путей взаимодействия — это изменение ионного состава межклеточной среды в результате деятельности самих нейронов. Не каждый тип ионов может служить в качестве агента такого типа взаимодействия. Так, концентрация ионов натрия, хлора, и особенно кальция внутри клетки много ниже, чем в межклеточном пространстве. По этой причине соответствующие ионные токи нейрона весьма мало сказываются на концентрациях этих ионов вне клетки. Совершенно иная ситуация с ионами калия, внутриклеточная концентрация которого много выше внеклеточной. Известно, что в определенных ситуациях, например, при ишемии, когда обмен участка ткани с остальной средой блокирован, концентрация калия за счет выброса его клетками возрастает в десятки раз. Значительный рост межклеточной концентрации калия обнаружен при дисфункции глиальных клеток, одной из важнейших функций которых является удаление излишнего калия от нейронов. Наконец, экспериментально установлено, что заметный прирост межклеточной концентрации калия вызывается и просто повышенной активностью группы нейронов. Поскольку соотношение концентраций калия вне и внутри клетки определяет значение его равновесного потенциала, описанное выше изменение концентрации может существенно влиять на режим работы близко расположенных нейронов. Таким образом возникает канал связи между нейронами, тем более сильный, чем более тесно расположены клетки. Свойства подобного взаимодействия (далее — ионная связь) существенно отличны от хорошо изученного случая диффузионной связи осцилляторов. В частности, ионная связь нелинейна, поскольку равновесный потенциал по калию связан с его внеклеточной концентрацией по логарифмическому закону и инерционна,

что обусловлено конечной скоростью изменения концентрации. В нашей работе предпринято исследование основных свойств и динамических режимов малых ансамблей моделей нейронов как при спонтанной генерации импульсов (автоколебательный режим), так и при возбуждении внешним шумом, имитирующим информационный сигнал сложной структуры. Показано, что ионная связь имеет двойственную природу, что приводит к противофазной, либо синфазной синхронизации колебаний во взаимодействующих нейронах в зависимости от выбора параметров связи. Установлено, что совместное действие ионной связи и связи посредством электрического синапса порождает режим, при котором длительность отклика нейронов непредсказуемым образом зависит от малых вариаций интенсивности стимула [1]. При воздействии шума на ансамбли нейронов с ионной связью обнаружен ряд нелинейных эффектов, таких, как возникновение новых временных масштабов индуцированных шумом колебаний и так называемый индуцированный шумом коллективный разряд [2]. Авторы полагают, что рассмотренные системы являются частным случаем более широкого класса систем со связью посредством распределения ресурса [3], изучение которых позволяет расширить существующие представления о проявлениях синхронизации в детерминированных и стохастических нелинейных системах.

[1]. D.E. Postnov, L.S. Ryazanova, E. Mosekilde and O.V. Sosnovtseva. International Journal of Neural Systems, Vol. 16, No. 2 (2006), 99-109.

[2]. D.E. Postnov, L.S. Ryazanova, R.A. Zhirin, E. Mosekilde and O.V. Sosnovtseva. International Journal of Neural Systems (in press, 2007).

[3]. D.E. Postnov, O.V. Sosnovtseva, E. Mosekilde. CHAOS 15, 1 (12), 2005.

## **Сложные нелинейные процессы в распределенных автоколебательных системах сверхвысокочастотной электроники и радиофизики**

**Храмов А.Е.**

*СарГУ, Саратов*

Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований нелинейных процессов в системах сверхвысокочастотной электроники в контексте применения подобных сложных режимов в различных современных информационно-телекоммуникационных системах и устройствах.

В лекции будут затронуты следующие вопросы: (1) генерация сверхширокополосных хаотических сигналов в различных системах электроники сверхвысоких частот; (2) управление пространственно-временными хаотическими колебаниями в пучках заряженных частиц; (3) классическая и хаотическая синхронизация электронно-волновых устройств СВЧ диапазона.

Работа поддержана РФФИ, проекты 05-02-16286, 07-02-12071 и 06-02-72007, а также Президентской программой поддержки ведущих научных школ России.

## **Обобщенная хаотическая синхронизация**

**Короновский А.А.**

*СарГУ, Саратов*

Представлены результаты исследования механизмов возникновения обобщенной хаотической синхронизации в связанных сосредоточенных и распределенных динамических системах, демонстрирующих режимы хаотических автоколебаний.

В лекции будут затронуты следующие вопросы: (1) понятие обобщенной синхронизации и методы ее диагностики; (2) механизмы и закономерности возникновения обобщенной хаотической синхронизации, обобщенная перемежающаяся синхронизация; (3) обобщенная синхронизация в распределенных автоколебательных средах различной природы.

Работа поддержана РФФИ, проекты 06-02-81013 и 07-02-00044, а также Президентской программой поддержки ведущих научных школ России.

## Динамика трехмерного тора в дискретной модели нелинейного осциллятора при трехчастотном воздействии

Селезнев Е.П., Юрина Е.С., Захаревич А.М.

СарГУ, Саратов

Изучение перехода от регулярного поведения к хаосу через квазипериодические режимы - одна из центральных тем в нелинейной динамике. Начиная с основополагающих работ Ландау и Рюэлля и Такенса, многие авторы обращались к теоретическому и экспериментальному исследованию различных аспектов таких переходов. В настоящее время достаточно хорошо исследован сценарий перехода к хаосу через разрушение двумерных торов, то есть квазипериодических колебаний с двумя несоизмеримыми частотами. В том числе изучены особенности этого перехода, связанные с рождением странного нехаотического аттрактора [1-4]. Логическим продолжением работы в этом направлении является исследование эволюции трехмерных торов. Интерес исследований в этом направлении с одной стороны связан с тем, что эволюция колебаний с тремя независимыми частотами мало изучена, с другой представляет интерес как появление дополнительной несоизмеримой частоты в спектре колебаний влияет на сценарии перехода к хаосу. Целью данной работы является численное исследование эволюции трехмерного тора в модели нелинейного осциллятора при трехчастотном воздействии.

В качестве модели взято квадратичное отображение с квазипериодическим воздействием вида

$$\begin{cases} x_{n+1} = \lambda - x_n^2 + \varepsilon \cos(y_n) + \delta \cos(z_n) \\ y_{n+1} = y_n + \omega_1 \bmod 1 \\ z_{n+1} = z_n + \omega_2 \bmod 1 \end{cases}$$

где  $x, y, z$  - динамические переменные,  $\varepsilon, \delta$  - амплитуды дополнительного воздействия,  $\omega_1, \omega_2$  - частоты дополнительного воздействия. В ходе исследований  $\omega_1 = (\sqrt{5} - 1)/2$ , а  $\omega_2 = \pi/4$ . В процессе исследований для различных значений параметра  $\delta$  на плоскости параметров  $(\lambda, \varepsilon)$  построены карты ляпуновских показателей, соответствующие регулярным и хаотическим режимам колебаний. Оценка корреляционной размерности показывает, что в динамике системы имеются режимы, обладающие фрактальными свойствами и отрицательным ляпуновским показателем, что в свою очередь указывает на наличие странного нехаотического аттрактора. В целом структура пространства управляющих параметров остается качественно схожей с аналогичной для двумерного тора [3,4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, гранты № 05-02-16305 и № 06-02-16619.

1. Grebodgi C., Ott E., Pelican S., Yorke J. *Physica.*, **13** (1984) 261.
2. Pikovsky A. and Feudel U., *CHAOS.*, **5** (1995) 253.
3. Bezruchko V.P., Kuznetsov S.P., Seleznev Ye.P., *Phys. Rev. E.*, **62** (2000) 7828.
4. Кузнецов С.П., Пиковский А.С. Фойдель У., "Нелинейные волны - 2004". - Нижний Новгород: ИПФ РАН, (2005), 484.
5. Селезнев Е.П., Захаревич А.М., *Письма в ЖТФ.*, **31** (2005) 13.
6. Анищенко В.С., Астахов В.В. и др. *Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах.*(2003), 544 с. ил.

## Переход хаос – гиперхаос в диссипативно связанных нелинейных осцилляторах с иррациональным соотношением частот воздействия

Селезнев Е.П., Захаревич А.М.

СарГУ, Саратов

Переход от одиночного осциллятора к связанным осцилляторам, а затем к цепочкам и решеткам является классическим приемом исследования в теории колебаний и волн и рассматривается как промежуточный этап при последовательном переходе к волновым процессам. Во многих работах исследование связанных неавтономных осцилляторов ограничено синфазным (рациональным) соотношением частот воздействия. Логическим шагом в этом направлении является исследование динамики связанных нелинейных осцилляторов с иррациональным соотношением частот воздействия. В этом случае динамика

системы инвариантна к начальным фазам или разности начальных фаз воздействия. Как следствие в поведении связанной системы отсутствует мультистабильность, характерная, например, для синфазно возбуждаемых связанных нелинейных осцилляторов. Опираясь на результаты [1-4], для связанной системы можно предположить набор возможных в системе аттракторов: гладкие торы, странные нехаотические и хаотические аттракторы, а также гиперхаос. Целью данной работы является экспериментальное на примере возбуждаемых колебательных контуров с полупроводниковыми диодами и численное, на примере связанных уравнений Тода, исследование структуры пространства управляющих параметров, переходов к хаосу и гиперхаосу в систем диссипативно связанных нелинейных осцилляторов при иррациональном соотношении частот.

В итоге исследована структура пространства управляющих параметров. При сильной связи она качественно соответствует аналогичной для нелинейного осциллятора с квазипериодическим воздействием. Типичными в такой системе являются сценарии перехода к хаосу через рождение странного нехаотического аттрактора и через режим перемежаемости тор - хаос. На основе оценки спектра ляпуновских показателей и анализа проекций фазовых портретов в обратном времени численной модели показано, что переход к гиперхаосу происходит плавным образом.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований, гранты N 05-02-16305 и N 06-02-16619.

1. Pikovsky A. and Feudel U., *CHAOS*, **5** (1995) 253.
2. Bezruchko V.P., Kuznetsov S.P., Seleznev Ye.P., *Phys. Rev. E.*, **62** (2000) 7828.
3. Кузнецов С.П., Пиковский А.С. Фойдель У., "Нелинейные волны - 2004". - Нижний Новгород: ИПФ РАН, (2005) 484.
4. Селезнев Е.П., Захаревич А.М., *Письма в ЖТФ.*, **31** (2005) 13.

## Статистические свойства оценки коэффициента фазовой синхронизации

Сидак Е.В.<sup>1</sup>, Смирнов Д.А.<sup>2</sup>, Безручко Б.П.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> СарГУ, Саратов

<sup>2</sup> СФ ИРЭ РАН, Саратов

Обнаружение синхронизации между колебательными системами – важная задача в различных областях науки. Явление синхронизации играет существенную роль, например, в нейрофизиологии [1]. Определенный уровень синхронизации обеспечивает нормальное функционирование мозга. Но слишком высокий ее уровень свидетельствует о патологии и характерен для таких заболеваний как эпилепсия и болезнь Паркинсона, сопровождающихся нарушениями движения (эпилептические припадки и паркинсоновский тремор).

Для оценки синхронизации между двумя колебательными системами по измеренным сигналам  $x_n$  и  $y_n$  ( $n = 1, \dots, N$ ) используются различные коэффициенты фазовой синхронизации. Наиболее распространен следующий индекс:

$$\rho = \sqrt{\langle \cos(\phi_x(n) - \phi_y(n)) \rangle^2 + \langle \sin(\phi_x(n) - \phi_y(n)) \rangle^2},$$

где  $\phi_x, \phi_y$  – фазы сигналов, угловые скобки означают усреднение по времени. Величина  $\rho$  принимает значения от нуля до единицы. При этом  $\rho = 1$  для строго синхронного режима,  $\rho = 0$  для несвязанных осцилляторов со слабой фазовой нелинейностью, если ряды бесконечно длинные. На практике ряды конечны, а иногда весьма коротки, т.е. включают в себя всего несколько десятков характерных периодов колебаний. При этом можно получить близкое к 1 значение  $\rho$  для несвязанных осцилляторов [2].

Цель данной работы состоит в исследовании вероятностных свойств оценки коэффициента  $\rho$ , полученной по временным рядам колебаний несвязанных осцилляторов, в зависимости от их параметров. Объект – фазовые осцилляторы:

$$\dot{\phi}_{x,y}(t) = \omega_{x,y} + b_{x,y} \cos(\phi_{x,y}(t)) + \xi_{x,y}(t),$$

где  $\omega_{x,y}$  – частоты,  $b_{x,y}$  – коэффициенты фазовой нелинейности,  $\xi_{x,y}(t)$  – белый шум.

По ансамблю реализаций модельной системы были получены распределения оценки коэффициента  $\rho$  при различных параметрах осцилляторов. Получены зависимости среднего значения и дисперсии оценки  $\rho$ , 95%-го квантиля ее распределения от длины ряда, расстройки частот, уровня шума, коэффициентов нелинейности.

При нулевой расстройке частот и длине ряда 10 характерных периодов,  $\rho$  превышает 0.97. При расстройках частот меньше 0.1, оценка  $\rho$  принимает значения от 0.5 до 1 даже при длинах ряда до 100 характерных периодов. С увеличением уровня шума среднее значение  $\rho$  медленнее спадает при увеличении расстройки частот. При малом шуме закон этого уменьшения близок к  $\sin \Delta\omega / \Delta\omega$ . Оценка  $\rho$  слабо зависит от коэффициента фазовой нелинейности, если он не превышает величин 0.3-0.4. Полученные зависимости 95%-го квантиля распределения от параметров могут использоваться для тестирования значимости полученных величин  $\rho$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 07-05-00381, 05-02-16305) и программы Президиума РАН "Математические методы в нелинейной динамике".

1. Г.Д.И. Абарбанел и др., *Успехи физических наук*, **166**, (1996) 363.
2. С. Allefeld, J. Kurths, *Int. J. Bif. Chaos*, **14** (2004) 405.

Научное издание

VIII МЕЖДУНАРОДНАЯ ШКОЛА

“ХАОТИЧЕСКИЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ И ОБРАЗОВАНИЕ СТРУКТУР”

ХАОС-2007

**МАТЕРИАЛЫ ШКОЛЫ**

Ответственный за выпуск – профессор Ю.И. Левин

Оригинал–макет подготовлен в пакете  $\text{\LaTeX}$