

*На правах рукописи*

ПОПОВ Павел Вячеславович

ХАОТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ  
СИСТЕМ, ДЕМОНИСТРИРУЮЩИХ  
ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ХАОС  
(эталонные модели теории колебаний, электронно-волновые системы с  
обратной волной)

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико–математических наук

Саратов – 2008

Работа выполнена на кафедре электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов и в Научно-исследовательском институте естественных наук (отделение физики нелинейных систем) Саратовского государственного университета им Н.Г. Чернышевского.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
профессор  
**Храмов Александр Евгеньевич**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
**Осипов Григорий Владимирович**

кандидат физико-математических наук,  
доцент  
**Павлов Алексей Николаевич**

Ведущая организация: Саратовский государственный  
технический университет, г. Саратов

Защита состоится “18” декабря 2008 г. в 15 часов 30 минут в 34 ауд. 3 корпуса СГУ на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 при Саратовском государственном университете (410012, г.Саратов, ул.Астраханская, 83).

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке СГУ.

Автореферат разослан “17” ноября 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

Аникин В.М.



## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность исследуемой проблемы.** Изучение нелинейной динамики, явления динамического хаоса и процессов самоорганизации в пространственно-распределенных системах различной природы является одной из актуальных задач в области радиофизики и современной теории колебаний и волн<sup>1</sup>. Интерес к данным исследованиям определяется большой фундаментальной и практической важностью данного вопроса для естествознания в связи с тем, что многие важные системы являются распределенными и демонстрируют сложные, в том числе и хаотические режимы колебаний. К анализу пространственно-непрерывных моделей, демонстрирующих пространственно-временной хаос и процессы образования структур, сводятся многие задачи радиофизики, физики плазмы, сверхвысокочастотной электроники, нелинейной оптики, экологии, биофизики, химической кинетики и т.д.

Одним из важных направлений исследований в нелинейной динамике является исследование неавтономной динамики, включая хаотическую синхронизацию в системах, демонстрирующих режимы динамического хаоса<sup>2</sup>. Однако, большинство исследований явления хаотической синхронизации проводилось либо для модельных систем с малым числом степеней свободы (связанные системы с дискретным временем (отображения), потоковые системы, описываемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений)<sup>3</sup>, либо для дискретных моделей пространственно-распределенных автоколебательных систем, представляющих собой цепочки и решетки связанных осцилляторов или отображений<sup>4</sup>. В последнее время наблюдается большой интерес к изучению синхронизации в сложных сетях нелинейных хаотических элементов, которые также представляют собой дискретные системы, состоящие из большого числа элементов с разнообразными связями<sup>5</sup>. Для систем с малым числом степеней свободы в настоящее время изучены основные закономерности явления хаотической синхронизации, выделено несколько различных типов синхронного поведения связанных хаотических систем (полная, обобщенная, фазовая, индуцированная шумом синхронизации, синхронизация временных масштабов и др.).

Однако существует значительный дефицит результатов по исследованию хаотической синхронизации в пространственно-непрерывных рас-

---

<sup>1</sup>Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.–Ижевск: РХД, 2000. 3-е издание.

Walgraef D., Spatio-temporal pattern formation, N.Y.: Springer-Verlag, 1996.

<sup>2</sup>Пиковский А., Розенблюм М., Куртс Ю. Синхронизация. Универсальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.

Анищенко В. С., Астахов В. В., Вадивасова Т. Е. и др. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

<sup>3</sup>Voccaletti S., Kurths J., Osipov G. et al. The synchronization of chaotic systems. Physics Reports, **366** (2002) 1.

<sup>4</sup>Афраймович В.С., Некоркин В.И., Осипов Г.В., Шалфеев В.Д., Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации, Горький: ИПФ АН СССР, 1989.

Theory and applications of coupled map lattices / Ed. K. Kaneko. Chichester: Wiley & Sons, 1993.

<sup>5</sup>Voccaletti S., Latora V., Moreno V., Chavez M., Hwang D.-U. Complex Networks: Structure and Dynamics. Physics Reports. 424 (2006) 175–308.

пределенных автоколебательных системах, описываемых уравнениями в частных производных. Исследования хаотической синхронизации в связанных распределенных системах в основном ограничивались анализом наиболее простых и хорошо изученных типов хаотической синхронизации, а именно, полной<sup>6</sup> и фазовой<sup>7</sup> синхронизации. В настоящее время слабо изучена проблема возникновения обобщенной хаотической синхронизации в распределенных средах различной природы. Остается открытым вопрос о возможности возникновения индуцированной шумом синхронизации и синхронизации временных масштабов в пространственно-распределенных хаотических системах. Связанным с этим и практически неизученным вопросом является также вопрос о характерных особенностях хаотической синхронизации активных сред, обусловленных их пространственной распределенностью. Очевидно, что распределенные системы характеризуются существенно бóльшим разнообразием колебательных явлений, чем системы с малым числом степеней свободы, процессами образования и взаимодействия структур, возможностью введения более сложных и многообразных типов связи между системами. Поэтому можно ожидать, что в распределенных системах будут наблюдаться принципиальные особенности возникновения режимов хаотической синхронизации, обусловленные как распределенностью систем, так и способами введения связи между ними. Вместе с тем эти вопросы практически не исследованы в настоящее время.

Наряду с фундаментальным значением анализ хаотической синхронизации в распределенных автоколебательных средах имеет и прикладную важность. В частности, анализ хаотической синхронизации пространственно-распределенных автоколебательных систем существенен при изучении совместных колебаний пучково-плазменных и электронно-волновых систем<sup>8</sup>. Для таких систем характерно наличие сложной пространственно-временной динамики в широком диапазоне управляющих параметров систем. Явление синхронизации хаотических колебаний в электронно-волновых системах возможно использовать для управления спектральными характеристиками хаотической СВЧ генерации, стабилизации частоты и фазы генераторов, повышения выходной мощности хаотической генерации путем сложения сигналов от разных синхронизируемых генераторов, секретной передачи информации с помощью хаотических сигналов<sup>9</sup>. Отметим, что в работе<sup>10</sup> обсуждалась воз-

<sup>6</sup> *Bragard J., Arecchi F. T., Boccaletti S.* Characterization of synchronized spatiotemporal states in coupled non identical complex Ginzburg-Landau equations. *Int. J. Bifurcation and Chaos.* 10 (2000) 2381.

*Zhou C.T.* Synchronization in nonidentical complex Ginzburg-Landau equations. *Chaos.* 16 (2006) 013124.

*Filatova A., Hramov A.E., Koronovskii A.A., Boccaletti S.* Synchronization in networks of spatially extended systems. *Chaos.* 18 (2008) 023133.

<sup>7</sup> *Chen J. Y., Wong K. W., Zheng H. Y., Shuai J. W.* Intermittent phase synchronization of coupled spatiotemporal chaotic systems. *Phys. Rev. E.* 64 (2001) 016212.

<sup>8</sup> *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.*, Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2-х т., М.: Физматлит, 2003, 2004.

<sup>9</sup> *Дмитриев А.С., Панас А.И.*, Динамический хаос: новые носители информации для систем связи, М.: Физматлит, 2002.

<sup>10</sup> *White J.K., Moloney J.V.* Multichannel communication using an infinite dimensional spatiotemporal chaotic system. *Phys. Rev. A.* 59 (1999) 2422-2426

возможность использования режимов полной хаотической синхронизации в распределенной автоколебательной среде для кодирования информации и эффективной многоканальной передачи данных.

Таким образом, исследование различных типов хаотической синхронизации в связанных распределенных системах представляется весьма важным и актуальным как с фундаментальной, так и прикладной точки зрения, что позволяет считать тему диссертации, посвященную анализу хаотической синхронизации в распределенных системах, описываемых уравнениями в частных производных, актуальной и важной для радиофизики и современной теории колебаний и волн.

**Цель диссертационной работы** определена кругом вышеперечисленных вопросов и заключается в изучении различных типов хаотической синхронизации в распределенных активных средах, демонстрирующих пространственно-временной хаос, выявление характерных особенностей хаотической синхронизации активных сред, обусловленных их пространственной распределенностью, анализ различных типов связи между распределенными системами, а также изучение механизмов, приводящих к установлению синхронных состояний в распределенных хаотических системах.

В диссертационной работе подробно рассматриваются следующие вопросы.

- Механизмы установления обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных распределенных активных средах, описываемых уравнениями Гинзбурга–Ландау.
- Исследование влияния вида однонаправленной связи и флуктуаций на режимы обобщенной хаотической синхронизации в связанных уравнениях Гинзбурга–Ландау.
- Механизмы и особенности возникновения индуцированной шумом синхронизации в распределенных автоколебательных средах, описываемых комплексными уравнениями Гинзбурга–Ландау, под действием внешнего источника шума.
- Рассмотрение особенностей возникновения режима индуцированной шумом синхронизации, обусловленных пространственной распределенностью рассматриваемых активных сред.
- Синхронизация временных масштабов в системе связанных электронно-волновых сред с обратной волной, находящихся в режимах развитого хаоса, определение количественных характеристик хаотической синхронизации, исследование пространственной динамики неавтономной электронно-волновой системы при воздействии внешнего хаотического сигнала.
- Хаотическая синхронизация в связанных системах с обратной волной в случае распределенного ввода внешнего сигнала в активную электронно-волновую систему.

Результаты исследований, изложенные в диссертационной работе, позволяют выявить основные особенности установления режимов хаотической синхронизации в связанных пространственно-распределенных системах, сравнить явление хаотической синхронизации в системах с малым числом степеней свободы и в распределенных автоколебательных системах, что дает возможность проанализировать те особенности явления хаотической синхронизации, которые характерны только для распределенных систем.

**Научная новизна.** Научная новизна результатов, представленных в диссертационной работе, заключается в установлении основных закономерностей возникновения различных типов синхронного поведения распределенных систем, демонстрирующих пространственно-временной хаос, обнаружении новых типов синхронного поведения, характерных только пространственно-распределенных систем, разработке методов анализа хаотической синхронизации в системах с бесконечным числом степеней свободы. В работе получены следующие новые результаты:

- Впервые обнаружен и исследован режим обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных распределенных автоколебательных системах, описываемых одномерными комплексными уравнениями Гинзбурга–Ландау. Проведено аналитическое и численное исследование физических механизмов, приводящих к установлению обобщенной синхронизации в связанных распределенных системах.
- Рассмотрено влияние типа однонаправленной пространственной связи между распределенными системами на установление режимов обобщенной синхронизации. Показано существование нового типа хаотической синхронизации в случае пространственно-неоднородной связи, названного частичной обобщенной синхронизацией. Впервые изучен вопрос об устойчивости режима обобщенной синхронизации к флуктуациям и шумам в активной среде.
- Впервые показана возможность возникновения индуцированной шумом хаотической синхронизации в хаотических пространственно-распределенных системах, находящихся под действием общего распределенного источника шума. Аналитически и численно изучены механизмы возникновения индуцированной шумом синхронизации. Впервые изучен вопрос о влиянии типа шума на установление индуцированной шумом синхронизации в распределенной системе.
- Обнаружен новый тип синхронного поведения в распределенной автоколебательной системе, описываемой уравнением Гинзбурга–Ландау под действием источника шума, названный неполной индуцированной шумом синхронизацией. Построена аналитическая теория возникновения данного типа синхронизации в системе, описываемой уравнением Гинзбурга-Ландау с периодическими граничными условиями.

- Впервые исследована хаотическая синхронизация однонаправленно связанных автоколебательных сред электронно-волновой природы с обратной волной и кубичной фазовой нелинейностью с помощью метода синхронизации временных масштабов.
- Изучено влияние на хаотическую синхронизацию распределенной подачи хаотического сигнала в пространство взаимодействия системы с обратной волной (ЛОВ с поперечным полем), используя электродинамическую структуру в виде связанных волноведущих систем. Впервые показано, что использование распределенного ввода сигнала позволяет снизить порог наступления синхронизации временных масштабов по-сравнению с сосредоточенным вводом сигнала в ЛОВ с поперечным полем.

**Личный вклад.** Основная часть представленных в диссертации научных результатов получена лично автором. В большинстве совместных работ автором выполнены все численные и аналитические расчеты. Постановка задач, разработка методов их решения, объяснение и интерпретация результатов были осуществлены либо лично автором, либо совместно с научным руководителем и другими соавторами научных работ, опубликованных соискателем.

**Научная и практическая значимость.** В диссертационной работе решается задача, имеющая важное значение для радиофизики, нелинейной динамики и физики открытых систем, связанная с установлением общих закономерностей неавтономной динамики и хаотической синхронизации пространственно-распределенных активных сред, демонстрирующих режимы пространственно-временного хаоса. Исследования проводились на основе моделей распределенных сред, являющихся базовыми для современной теории колебаний и волн (комплексные уравнения Гинзбурга–Ландау, самосогласованные модели систем “электронный поток – обратная электромагнитная волна”). Поэтому полученные в диссертационной работе результаты носят достаточно общий характер и могут быть перенесены на другие радиофизические (а также биологические, экологические, физиологические, химические и др.) системы. Научные результаты, полученные в ходе выполнения диссертационной работы, позволяют продвинуться в понимании общих закономерностей установления режимов хаотической синхронизации в связанных распределенных автоколебательных системах различной природы, выявить общие черты и, что не менее важно, характерные особенности синхронизации в конечномерных и распределенных системах. Таким образом полученные результаты имеют большое фундаментальное значение для радиофизики и теории колебаний и волн.

Вместе с тем, полученные в диссертации результаты имеют и практическую значимость для разработки и улучшения современных информационно-телекоммуникационных систем, использующих в качестве носителя информации детерминированный хаос. Важной прикладной задачей диссертационной работы явилось исследование влияния де-

терминированных хаотических сигналов на генерацию в лампе обратной волны (ЛОВ), которая является широко используемым генератором СВЧ излучения в сантиметровом и миллиметровом диапазоне длин волн. Полученные результаты позволяют разработать эффективные методы управления спектром хаотической генерации ЛОВ внешним сигналом. В частности, предложена эффективная схема распределенного ввода синхронизирующего хаотического сигнала в ЛОВ с использованием связанных линий передачи, позволяющая снизить требуемую мощность внешнего сигнала.

По результатам проведенных исследований получен патент на изобретение Российской Федерации. Результаты, полученные в диссертации, использовались в ряде НИР и в ряде научных грантов, которые перечислены ниже, а также внедрены в учебный процесс по специальности “Физика открытых нелинейных систем” и направлению подготовки бакалавров и магистров “Радиофизика” на факультете нелинейных процессов в ГОУ ВПО “Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского”.

**Достоверность полученных результатов.** Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием строгих математических процедур, традиционных численных методов при численном моделировании процессов, протекающих в хаотических системах, анализом устойчивости и сходимости численных схем. Достоверность результатов подтверждается их воспроизводимостью, сопоставлением результатов, полученных аналитически и численно, совпадением результатов, полученных при использовании различных методов диагностики хаотической синхронизации, а также отсутствием противоречий с известными в научной литературе достоверными общепризнанными результатами.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Она содержит 144 страницы текста и 35 иллюстраций. Библиографический список содержит 134 наименования на 12 страницах.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

**Во введении** обоснована актуальность тематики проведенных исследований, их новизна и практическая значимость, сформулирована цель исследования и приведены основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту, дано краткое изложение содержания работы.

**В первой главе** рассматривается возможность возникновения обобщенной синхронизации в распределенных автоколебательных средах, приводятся результаты аналитических и численных исследований физических механизмов, приводящих к обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных автоколебательных средах с различными типами связи.

В качестве объекта исследований в первой главе рассмотрены однонаправленно связанные распределенные автоколебательные среды,



описываемые комплексными уравнениями Гинзбурга–Ландау, которые являются эталонными моделями нелинейной динамики, демонстрирующими различные автоколебательные и волновые режимы, включая пространственно-временной хаос<sup>11</sup>.

В разделе 1.1 дается краткий обзор исследований обобщенной синхронизации в системах с малым числом степеней свободы, а также вводится понятие обобщенной синхронизации для однонаправленно связанных распределенных систем. В разделе 1.2 рассматриваются модификации методов диагностики обобщенной синхронизации применительно к пространственно-распределенным автоколебательным системам: метод вспомогательной системы и метод старшего условного ляпуновского показателя, которые традиционно используются при анализе обобщенной синхронизации в системах с малым числом степеней свободы. В случае метода вспомогательной системы введена интегральная количественная характеристика – критерий наличия обобщенной синхронизации, представляющая собой усредненную по пространству разность состояний ведомой и вспомогательной систем.

Раздел 1.3 посвящен исследованию обобщенной синхронизации в однонаправленно-связанных уравнениях Гинзбурга–Ландау, а также анализу влияния типа связи и флуктуаций на установление и устойчивость режима обобщенной синхронизации.

Исследуемая математическая модель распределенных автоколебательных сред представляет собой систему двух однонаправленно связанных одномерных уравнений Гинзбурга–Ландау относительно комплексных полей  $u(x, t)$  и  $v(x, t)$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u - (1 - i\alpha_d)|u|^2u + (1 + i\beta_d)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = v - (1 - i\alpha_r)|v|^2v + (1 + i\beta_r)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \varepsilon\mathcal{F}[u, v, x], \quad (2)$$

с периодическими граничными условиями:

$$u(x, t) = u(x + L, t), \quad v(x, t) = v(x + L, t), \quad (3)$$

где  $L$  – пространственный период системы,  $\alpha_{d,r}$  и  $\beta_{d,r}$  – управляющие параметры.

Уравнение (1) описывает ведущую (автономную), а уравнение (2) – ведомую распределенную систему. Функция  $\mathcal{F}[u, v, x]$  – функция связи – определяет вид связи между взаимодействующими системами, скалярный параметр  $\varepsilon$  – коэффициент связи – характеризует интенсивность связи.

Вначале исследуется случай однородной по пространству диффузионной связи между системами, когда функция связи имеет вид  $\mathcal{F}[u, v, x] = u(x, t) - v(x, t)$ . Показано, что с ростом коэффициента связи  $\varepsilon$  в системе

<sup>11</sup> Aranson I. S., Kramer L. The World of the Complex Ginzburg-Landau Equation. Reviews of Modern Physics. 74 (2002) 99.

возникает режим обобщенной синхронизации, характеризующий установление функциональной связи между состоянием ведущей и ведомой системы:  $v(x, t) = F[u(x, t)]$ . Границы возникновения обобщенной синхронизации определялись как с помощью метода вспомогательной системы, так и с помощью расчета максимального ляпуновского показателя.

Далее в разделе 1.3 рассматривается влияние различных типов связи на установление режима обобщенной синхронизации. Во-первых, исследуется дискретная по пространству (“игольчатая”) связь между пространствами систем, когда связывается лишь конечный набор точек пространства взаимодействующих систем:  $\mathcal{F}[u, v, x] = \delta(x - N\Delta X)(u(x, t) - v(x, t))$ ,  $N = 0, 1, 2, \dots$ , где  $\delta(\xi)$  – дельта-функция Дирака,  $\Delta X$  – расстояние между точками пространства, в которых введена связь. Показано, что существует зависимость порога установления обобщенной синхронизации от параметра неоднородности  $\Delta X$  связи между системами. Во-вторых, рассматривается неоднородная по пространству связь, когда взаимодействие происходит только в ограниченной области пространства длиной  $D < L$ :  $\mathcal{F}[u, v, x] = H\left(x - \frac{(L/2-D)}{2}\right) H\left(\frac{(L/2+D)}{2} - x\right) (u - v)$ , где  $H$  – функция Хевисайда. В этом случае было обнаружено возникновение нового режима синхронного поведения, названного *частичной обобщенной синхронизацией*. Этот режим характеризуется наличием режима обобщенной синхронизации только в ограниченной области  $D_s$  ( $D_s < D < L$ ) пространства систем, в то время как в остальной части пространства ( $L - D_s$ ) режим обобщенной синхронизации не наблюдается. Показано, что в случае сильной неоднородности пространства распределенной системы расчет условного ляпуновского показателя может приводить к неправильной диагностике обобщенной синхронизации. В частности, условный ляпуновский показатель, рассчитанный по всей системе в целом может принимать отрицательные значения, в то время как обобщенная синхронизация во всем пространстве систем не наблюдается. Было также показано, что воздействие шумов и флуктуаций на колебания в связанной системе не приводит к изменению порога установления обобщенной синхронизации, что позволило сделать вывод об устойчивости исследуемого эффекта к шумам.

Детально изучены механизмы возникновения обобщенной хаотической синхронизации в связанных распределенных системах, для чего используется метод модифицированной системы<sup>12</sup>. Согласно этому методу следует рассмотреть модифицированную систему, получающуюся из уравнения (2) путем приравнивания нулю сигнала ведущей системы  $u(x, t) = 0$ . С помощью данного метода показано, что для всех типов связи возникновение обобщенной синхронизации обусловлено подавлением собственных пространственно-временных хаотических колебаний с помощью внесения в распределенную активную среду дополнительной диссипации. Так, во-первых, введение дополнительного диссипатив-

<sup>12</sup> Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V. Generalized synchronization in coupled Ginzburg-Landau equations and mechanisms of its arising. Phys. Rev. E. 72, 3 (2005) 037201.

ного слагаемого в комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау приводит к уменьшению мощности собственных колебаний в активной среде и, во-вторых, смещение пространственно-временного состояния системы в области фазового пространства с сильной диссипацией за счет увеличения амплитуды внешнего воздействия с ростом параметра связи также приводит к подавлению собственной динамики ведомой системы. Показано, что в отличие от систем с малым числом степеней свободы<sup>13</sup>, в распределенной системе реализуются сразу оба механизма установления обобщенной синхронизации.

Раздел 1.4 посвящен анализу сценария перехода от асинхронной динамики к обобщенной синхронизации в связанных распределенных системах. Показано, на пороге возникновения обобщенной синхронизации в сравнительно узкой области значений параметра связи наблюдается режим перемежающегося поведения, названный по аналогии с поведением систем с малым числом степеней свободы<sup>14</sup> режимом перемежающейся обобщенной синхронизации. Показано, что подобное перемежающееся поведение на границе обобщенной синхронизации в связанных распределенных системах классифицируется как режим on-off перемежаемости<sup>15</sup>.

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена исследованию индуцированной шумом синхронизации в распределенных автоколебательных системах, находящихся в режимах пространственно-временных хаотических колебаний, под действием внешнего источника шума. В настоящее время данный тип поведения нелинейных систем привлекает особое внимание исследователей благодаря тому, что индуцированная шумом синхронизация проявляется на стыке детерминированного и случайного поведения<sup>16</sup> и демонстрирует тот факт, что воздействие шумов на ансамбль идентичных несвязанных хаотических систем может способствовать установлению идентичного поведения первоначально несогласованных хаотических систем, что делает выявление механизмов индуцированной шумом синхронизации в различных системах важным для понимания различных нелинейных эффектов в различных физических, химических, экологических и живых системах<sup>17</sup>.

---

<sup>13</sup> *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Generalized synchronization: a modified system approach. *Phys. Rev. E.* 71 (2005) 067201.

<sup>14</sup> *Boccaletti S., Valladares D.L.* Characterization of intermittent lag synchronization. *Phys. Rev. E.* 62 (2000) 7497.

*Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators. *Europhysics Lett.* 70 (2005) 169.

<sup>15</sup> *Heagy J.F., Platt N., Hammel S.M.* Characterization of on-off intermittency. *Phys. Rev. E.* 49 (1994) 1140.

<sup>16</sup> *Toral R., Mirasso C. R., Hernández-García E., Piro O.* Analytical and numerical studies of noise-induced synchronization of chaotic systems. *Chaos.* 11 (3) (2001) 665.

*Goldobin D. S., Pikovsky A.S.* Synchronization and desynchronization of self-sustained oscillators by common noise. *Phys. Rev. E.* 71 (4) (2005) 045201.

<sup>17</sup> *Neiman A., Russell D.F.* Synchronization of Noise-Induced Bursts in Noncoupled Sensory Neurons. *Phys. Rev. Lett.* 88 (13) (2002) 138103.

*Lorenzo M. N., Perez-Munuzuri V.* Colored noise-induced chaotic array synchronization. *Phys. Rev. E.* 60 (3) (1999) 2779-2787.

Традиционно, для систем с малым числом степеней свободы под индуцированной шумом синхронизацией<sup>18</sup> понимается режим, когда случайный сигнал, воздействующий на две идентичные по управляющим параметрам несвязанные хаотические системы  $\mathbf{p}(t)$  и  $\mathbf{g}(t)$ , стартующие с различных начальных условий ( $\mathbf{p}(t_0) \neq \mathbf{g}(t_0)$ ), приводит к синхронизации поведения систем, т.е. системы после завершения некоторого переходного процесса начинают демонстрировать идентичное поведение  $\mathbf{p}(t) = \mathbf{g}(t)$ . Возможность появления режимов индуцированной шумом синхронизации в распределенных системах не исследовалась.

Как и в первой главе в качестве объекта исследования рассматривается активная среда, описываемая уравнением Гинзбурга–Ландау. В разделе 2.1 кратко обсуждается явление индуцированной обобщенной синхронизации в системах с малым числом степеней свободы, а также рассматривается связь данного явления с другими типами синхронного поведения нелинейных систем. В разделе 2.2 формулируется исследуемая математическая модель, представляющая собой два несвязанных идентичных одномерных уравнения Гинзбурга–Ландау с периодическими граничными условиями, находящиеся под действием общего источника шума с асимметричной функцией распределения. Также в разделе 2.2 рассматриваются метод численного интегрирования системы уравнений в частных производных в присутствии стохастического слагаемого, а также способ задания источника шума с необходимой функцией распределения; обсуждается вопрос об эффективной мощности шума, зависящей от шагов пространственно-временной сетки численной схемы.

В разделе 2.3 с помощью численного анализа показано, что в исследуемой системе с ростом интенсивности шума наблюдается установление идентичной динамики в каждой из систем, находящихся под действием шума, т.е. установление режима индуцированной шумом синхронизации. Проведено детальное исследование влияния различных управляющих параметров на режим индуцированной шумом синхронизации. Обнаружено возникновение нового типа синхронного поведения динамических систем под воздействием шума — *неполной индуцированной шумом синхронизации*, возникновение которого возможно только в пространственно-распределенных системах с трансляционной симметрией. Неполная индуцированная шумом синхронизация отличается от всех известных типов синхронного поведения активных сред, демонстрирующих пространственно-временной хаос. Этот режим может наблюдаться в широком диапазоне интенсивностей внешнего шумового сигнала, когда максимальный ляпуновский показатель принимает значение, равное нулю, а состояния двух идентичных распределенных систем под воздействием общего источника шума неидентичны. В тоже самое время существует свидетельство синхронности колебаний: если состояние одной из систем сдвинуть в пространстве относительно другой на некоторую

---

<sup>18</sup> *Fahy S., Hamann D.R.* Transition from chaotic to nonchaotic behavior in randomly driven systems. Phys. Rev. Lett. 69(5), (1992) 761

величину, то поведение систем станут идентичными, и в них будет наблюдаться индуцированная шумом синхронизация.

В разделе 2.4. дано теоретическое описание индуцированной и неполной индуцированной шумом синхронизации пространственно-распределенных систем, аналитически найдены пороги возникновения данных синхронных режимов, хорошо согласующиеся с численными результатами.

В разделе 2.5 рассмотрено влияние типа источника шума на установление режимов индуцированной шумом синхронизации в пространственно-распределенных системах, и показано, что существенную роль в возникновении данного типа синхронного поведения играет среднее значение шума, тогда как вид функции распределения случайной величины слабо влияет на порог установления синхронной динамики.

Полученные результаты возникновения режима неполной индуцированной шумом синхронизации на примере комплексных уравнений Гинзбурга–Ландау, находящихся под действием общего источника шума, имеющего ненулевое среднее, позволяют предположить что подобное поведение будет реализовываться в широком круге подобных систем. Так как влияние шума может приводить к образованию структур<sup>19</sup>, можно ожидать, что неполная индуцированная шумом синхронизация может наблюдаться и для систем под воздействием шума с нулевым средним значением для других типов пространственно-временных структур (например, для бегущих волн).

**Третья глава** диссертационной работы посвящена исследованию хаотической синхронизации двух электронно-волновых сред со взаимодействующими встречными волнами и кубичной фазовой нелинейностью (ЛОВ с поперечным полем). Для исследования хаотической синхронизации используется метод, основанный на введении непрерывного множества фаз хаотического сигнала с помощью непрерывного вейвлетного преобразования (синхронизация временных масштабов)<sup>20</sup>.

В разделе 3.1 кратко рассмотрены результаты теоретического анализа синхронизации различных электронно-волновых систем СВЧ диапазона. Описание метода синхронизации временных масштабов приведено в разделе 3.2 диссертации. В разделе 3.3 приведены основные уравнения модели, описывающие исследуемую систему связанных электронно-волновых сред взаимодействующих встречных волн с кубичной фазовой нелинейностью. Исследуемая связанная система определяется следую-

---

<sup>19</sup> *García-Ojalvo J., Hernández-Machado A., Sancho J. M.* Effects of External Noise on the Swift-Hohenberg Equation. *Phys. Rev. Lett.* 71 (1993) 1542.

<sup>20</sup> *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* An approach to chaotic synchronization. *CHAOS.* 14, 3 (2004) 603.  
*Hramov A.E., Koronovskii A.A.* Time scale synchronization of chaotic oscillators. *Physica D.* 206, 3-4 (2005) 252.

щей самосогласованной нестационарной системой уравнений<sup>21</sup>

$$\frac{\partial F_{1,2}}{\partial \tau} - \frac{\partial F_{1,2}}{\partial \xi} = -A_{1,2}I_{1,2}, \quad (4)$$

$$\frac{\partial I_{1,2}}{\partial \xi} + j|I_{1,2}|^2 I_{1,2} = -A_{1,2}F_{1,2}, \quad (5)$$

где индекс “1” соответствует ведущей, а индекс “2” — ведомой активным средам. Однонаправленная связь между автоколебательными системами записывается в виде нестационарного граничного условия для медленно меняющейся амплитуды поля  $F_2(\xi, \tau)$  ведомой активной среды:

$$I_1(\xi = 0, \tau) = 0, \quad F_1(\xi = 1.0, \tau) = 0, \quad (6)$$

$$I_2(\xi = 0, \tau) = 0, \quad F_2(\xi = 1.0, \tau) = \rho F_1(\xi = 0.0, \tau), \quad (7)$$

где  $\rho = R \exp[j\theta]$  – комплексный коэффициент связи ( $R$  – амплитуда и  $\theta$  – фаза коэффициента связи).

В разделе 3.4 с помощью метода синхронизации временных масштабов, численно анализируются хаотические колебания в двух однонаправленно связанных электронно-волновых генераторах с обратной волной (ЛОВ с поперечным полем). Показано, что с ростом амплитуды коэффициента связи  $R$  между СВЧ-генераторами наблюдается возникновение режима хаотической синхронизации, который характеризуется возникновением фазовой связи между временными масштабами хаотических колебаний полей в ведомой и ведущей системах. Анализ динамики установления хаотической синхронизации с увеличением параметра связи показал, что вначале возникает захват фаз высокочастотных компонент спектра мощности, соответствующих частотам синхронизма электронной и электромагнитной волн. Синхронизация низкочастотных модуляционных колебаний происходит при бóльших значениях коэффициента связи. Рассчитана количественная характеристика степени синхронизации связанных генераторов – мера хаотической синхронизации, которая растет с ростом амплитуды коэффициента связи. Показано, что в асинхронном режиме хаотических колебаний пространство активной среды условно делится на две области, в одной из которых, примыкающей к входу системы  $\xi = L$ , устанавливается хаотическая синхронизация временных масштабов колебаний ВЧ поля. Длина области синхронных колебаний неавтономной активной среды (длина синхронизации  $\xi_s$ ) растет с ростом связи, и установление режима хаотической синхронизации связанных генераторов определяется условием, что длина синхронизации ведомого генератора становится равной длине активной среды  $\xi_s = L$ .

В разделе 3.5 рассмотрены вопросы наиболее эффективного ввода хаотического сигнала в пространство взаимодействия электронно-волновой

<sup>21</sup> Трубецков Д.И., Четвериков А.П. Автоколебания в распределённых системах “электронный поток – встречная (обратная) электромагнитная волна”. Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2 (1994) 3.

системы с обратной волной. Было показано, что использование распределенного ввода в ЛОВ с поперечным полем внешнего сигнала, воздействующего на электронный поток вдоль всей длины пространства взаимодействия, позволяет уменьшить необходимую мощность внешнего сигнала для установления режима хаотической синхронизации по сравнению со случаем сосредоточенного воздействия внешнего хаотического сигнала на коллекторном конце ЛОВ. Для обеспечения распределенного хаотического воздействия в качестве электродинамической структуры ЛОВ использовались связанные линии передачи.

Таким образом, в третьей главе показано, что использовании метода синхронизации временных масштабов позволяет эффективно изучить хаотическую синхронизацию в связанных электронно-волновых генераторах со сложной динамикой, так как имеющиеся классические методы ввода фазы хаотического сигнала не позволяют анализировать подобные хаотические сигналы со сложной топологией аттрактора. Одновременно метод синхронизации временных масштабов позволил разделить хаотическую синхронизацию низкочастотных модуляционных колебаний амплитуды поля и синхронизацию высокочастотных спектральных компонент генерации ЛОВ, что также невозможно было бы сделать, используя традиционные подходы к анализу хаотической синхронизации.

В **Заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

## ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. При введении диффузионной однородной по пространству однонаправленной связи между двумя активными средами, описываемыми комплексными уравнениями Гинзбурга–Ландау, с ростом коэффициента связи наблюдается установление режима обобщенной хаотической синхронизации. Воздействие шума достаточно большой интенсивности не приводит к разрушению режима обобщенной синхронизации в распределенной системе. При введении “игольчатой” связи обобщенная синхронизация наступает при больших значениях интенсивности связи, чем в случае однородной по пространству связи.

2. При введении однонаправленной связи между двумя автоколебательными средами в ограниченной области пространства функциональная зависимость между состояниями ведущей и ведомой активных сред устанавливается только в ограниченной области пространства (частичная обобщенная синхронизация). В случае неоднородной по пространству связи использование для диагностики обобщенной синхронизации распределенной системы условного ляпуновского показателя приводит к неверным результатам.

3. При воздействии распределенного источника шума с асимметричной функцией распределения на распределенные системы, описываемые уравнением Гинзбурга–Ландау и находящиеся в режимах пространственно-временного хаоса, рост интенсивности шума приводит к установлению

идентичных состояний в каждой из систем, т.е. к установлению режима индуцированной шумом синхронизации.

4. При воздействии распределенного источника шума с асимметричной функцией распределения на пространственно-распределенные системы, описываемые уравнением Гинзбурга–Ландау с периодическими граничными условиями, в определенном диапазоне управляющих параметров с ростом интенсивности шума наблюдается режим, характеризующийся нулевым старшим ляпуновским показателем и неидентичной динамикой каждой из систем, находящихся под действием шума (неполная индуцированная шумом синхронизация). Сдвиг по пространственной координате одной из активных систем относительно другой на определенную величину, зависящую от выбора начальных условий, приводит к установлению идентичных состояний в каждой из распределенных систем. Нарушение трансляционной симметрии систем приводит к разрушению режима неполной индуцированной шумом синхронизации.

5. Распределенный ввод в ЛОВ с поперечным полем внешнего сигнала при использовании в качестве электродинамической структуры связанных линий передачи позволяет уменьшить необходимую мощность внешнего сигнала для установления режима хаотической синхронизации по сравнению со случаем сосредоточенного воздействия внешнего хаотического сигнала на коллекторном конце ЛОВ.

**Апробация работы и публикации.** Настоящая диссертационная работа выполнена на кафедре электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов и в НИИ естественных наук (отделение физики нелинейных систем) СГУ.

Материалы диссертационной работы использовались при выполнении г/б НИР “Исследование нестационарных процессов и образования структур в распределенных системах радиофизики, вакуумной и твердотельной СВЧ электроники” (номер государственной регистрации НИР: 01.2.00 107765), проектов Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 05–02–16273, 06–02–81013, 07–02–00639, 08–02–00102), Президентской программой поддержки ведущих научных школ РФ (конкурсы 2006–2007 и 2008–2009 гг., руководитель научной школы – чл.-корр. РАН, проф. Д.И. Трубецков), грантом ФНП “Династия” и Международного центра фундаментальной физики (г. Москва), программой Министерства образования и науки РФ “Развитие научного потенциала высшей школы” (проект 333); НОЦ “Нелинейная динамика и биофизика” при Саратовском госуниверситете (грант REC–006 of U.S. Civilian Research & Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union); ФЦНТП “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники” на 2005–2006 года (2006–РИ–19.0/001/053, 2006–РИ–19.0/001/054, 2006–РИ–112.0/001/228).

Представленные результаты неоднократно докладывались на различных семинарах и конференциях, среди которых: International Symposium



“Topical Problems of Nonlinear Wave Physics (NWP-2005)”, Nonlinear Dynamics: Theory and Applications (St.-Petersburg — Nizhny Novgorod, August 2005), International Seminar and Workshop on Constructive Role of Noise in Complex Systems (Dresden, Germany, June–July 2006), IX Всероссийская научная школа–семинар “Волновые явления в неоднородных средах” (Звенигород, май 2004), VII Международной школа–семинар “Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС–2004)” (Саратов, октябрь 2004), XII Всероссийская научная школа–конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2004” (Саратов, ноябрь 2004), Международная школа–семинар по фундаментальной физике для молодых ученых “Квантовые измерения и физика мезоскопических систем” (Владимир, февраль 2005), X Всероссийская школа–семинар “Физика и применение микроволн” (Звенигород, май 2005), III Международная конференция “Фундментальные проблемы физики” (Казань, июнь 2005), Вторая летняя научная школа Фонда некоммерческих программ “Династия” (Москва, июль 2005), VII Всероссийская научная конференция “Нелинейные колебания механических систем” (Нижний Новгород, сентябрь 2005), XIII Всероссийская научная школа–конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2005” (Саратов, ноябрь 2005), XIII зимняя школа–семинар по СВЧ электронике и радиофизике (Саратов, февраль 2006), XIII научная школа “Нелинейные волны — 2006” (Нижний Новгород, март 2006), X Всероссийская научная школа–семинар “Волновые явления в неоднородных средах” (Звенигород, май 2006), XIV Всероссийская научная школа–конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2006” (Саратов, ноябрь 2006), XI Всероссийская научная школа–семинар “Физика и применение микроволн (Волны–2007)” (Звенигород, май 2007), VII Международная школа “Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС–2007)” (Саратов, октябрь 2007), Sixth EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (Saint Petersburg, June 30 – July 4, 2008).

Результаты диссертационной работы докладывались на научном семинаре кафедры электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов.

По материалам диссертации опубликовано 17 научных работ в центральных реферируемых научных журналах, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание учёной степени доктора и кандидата наук, получен один патент Российской Федерации на изобретение, опубликовано более 10 тезисов и статей в трудах конференций.

**Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:**

1. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V. Incomplete noise-induced synchronization of spatially extended systems. Phys. Rev. E. 77, (2008) 036215

2. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V. Generalized synchronization in coupled Ginzburg-Landau equations and mechanisms of its arising. *Phys. Rev. E*. 72, 3 (2005) 037201
3. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Обобщенная хаотическая синхронизация в связанных уравнениях Гинзбурга-Ландау. *ЖЭТФ*. 130, 4(10) (2006) 748-764
4. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V., Rempen I.S. Chaotic synchronization of coupled electron-wave systems with backward waves. *CHAOS*. 15, (2005) 013705
5. Бунина В.В., Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Хаотическая синхронизация в связанных лампах обратной волны с распределенным вводом сигнала. *Изв. РАН. Сер. физическая*. 69, 12 (2005) 1727-1731
6. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Хаотическая синхронизация однонаправленно связанных ламп обратной волны с поперечным полем. *Изв. РАН. Сер. физическая*. 68, 12 (2004) 1794-1798
7. Дмитриев Б.С., Жарков Ю.Д., Короновский А.А., Попов П.В., Скороходов В.Н., Храмов А.Е. Исследование синхронизации автоколебаний в лампе обратной волны (теория и эксперимент). *ЖТФ*. 77, 9 (2007) 108-114
8. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Хаотическая синхронизация однонаправленно связанных электронных сред со встречной волной. *ЖТФ*. 75, 4 (2005) 1-10
9. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Индуцированная шумом синхронизация пространственно-временного хаоса в уравнении Гинзбурга-Ландау. *ЖЭТФ*. 134, 5(11) (2008) 1048-1058
10. Попов П.В. Перемежающаяся обобщенная синхронизация в распределенных автоколебательных средах на примере комплексных уравнений Гинзбурга-Ландау. *Письма в ЖТФ*. 33, 18 (2007) 61-69
11. Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В., Храмов А.Е. Способ скрытой передачи информации, основанный на явлении обобщенной синхронизации. *Изв. РАН. Сер. физическая*. 72, 1 (2008) 143-147
12. Попов П.В., Короновский А.А., Храмов А.Е. Обобщенная синхронизация в уравнениях Гинзбурга-Ландау с локальной по пространству связью. *Письма в ЖТФ*. 32, 14 (2006) 81-88
13. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Обобщенная синхронизация и механизм ее возникновения в связанных автоколебательных средах. *Письма в ЖТФ*. 31, 22 (2005) 9-16
14. Филатов Р.А., Попов П.В., Короновский А.А., Храмов А.Е. Синхронизация пространственно-временного хаоса в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током. *Письма в ЖТФ*. 31, 6 (2005) 9-16
15. Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В., Храмов А.Е. Некоторые общие подходы к анализу хаотической синхронизации в связанных динамических системах. *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 12, 6 (2004) 159-190
16. Попов П.В. Влияние флуктуаций на синхронизацию автоколебаний в распределенной электронно-волновой системе взаимодействующих встречных волн. *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 12, 5 (2004) 39-45
17. Короновский А.А., Попов П.В., Храмов А.Е. Метод модифицированной системы для анализа хаотической синхронизации в распределенных автоколебательных системах. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 12, 10 (2007) 33-36
18. Короновский А.А., Москаленко О.И., Попов П.В., Храмов А.Е. Способ секретной передачи информации: Патент на изобретение No 2295835, 2007. // Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 20.03.2007. Бюллетень N 8.

19. Попов П. В., Короновский А. А., Храмов А. Е. Исследование индуцированной шумом синхронизации в пространственно-распределенной системе, описываемой уравнением Гинзбурга-Ландау. Труды школы-семинара “Волны–2006”. Московская область, пансионат “Университетский” (22–27 мая 2006 года, Москва). 2006. С.14-16.
20. Короновский, А.А., Попов, П.В., Храмов, А.Е., Хаотическая синхронизация электронно-волновой среды с обратной волной с распределенным вводом сигнала. Труды X Всероссийской школы-семинара “Физика и применение микроволн” (23–28 мая 2005 года, Звенигород, Московская область, Россия). 2005. С.9.
21. Короновский, А.А., Попов, П.В., Храмов, А.Е., Хаотическая синхронизация двух ламп обратной волны с поперечным полем и распределенным вводом сигнала. Материалы 15-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника и телекоммуникационные системы” (12–16 сентября 2005 года, Севастополь, Крым, Украина). 2005. С.673-674.
22. Короновский, А.А., Попов, П.В., Храмов, А.Е., Обобщенная синхронизация в связанных уравнениях Гинзбурга–Ландау. Труды VII Всероссийской научной конференции “Нелинейные колебания механических систем” (19–22 сентября 2005 года, Нижний Новгород). 2005. С.114-115.
23. Короновский, А.А., Попов, П.В., Храмов, А.Е., Изучение синхронизации хаотических автоколебаний двух связанных электронно-волновых систем взаимодействующих встречных волн. Труды IX Всероссийской школы-семинара “Волновые явления в неоднородных средах (Волны — 2004)” (24–29 мая 2004 года, Москва). 2004. С.4.
24. Короновский, А.А., Попов, П.В., Храмов, А.Е., Хаотическая синхронизация колебаний в связанных электронно-волновых системах с обратными волнами, Материалы VII Международной школы “Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС–2004)” (1–6 октября 2004 года, Саратов, Россия). 2004. С.126-127.
25. Hramov A.E., Koronovskii A.A., Popov P.V. Incomplete noise-induced synchronization in Ginzburg–Landau equation. Proc. of the 6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2008) (Saint Petersburg, June 30 – July 4, 2008). P.243-247.

## Автореферат

---

Подписано к печати 07.11.2008 Формат 60 × 84 1/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура “Times”  
Усл. печ. л. 1,39 (1,5). Тираж 120 экз. Заказ 216-Т.

---

Отпечатано с готового оригинал–макета  
Типография СГУ.  
410012, Саратов, Большая Казачья, 112а, корпус 8.  
тел.: (8452) 27-33-85