

На правах рукописи

КОРОНОВСКИЙ Алексей Александрович

СИНХРОННОЕ ПОВЕДЕНИЕ, СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА
И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ
СИСТЕМАХ И ЭТАЛОННЫХ МОДЕЛЯХ
НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ

01.04.03 – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико–математических наук

Саратов – 2007

Работа выполнена на кафедре электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов и в отделении физики нелинейных систем научно-исследовательского института естественных наук Саратовского государственного университета.

Научный консультант: чл.-корр. РАН,
доктор физико-математических наук,
профессор **Трубецков Дмитрий Иванович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Анищенко Вадим Семенович**,
доктор физико-математических наук,
профессор **Сухоруков Анатолий Петрович**,
доктор физико-математических наук,
профессор **Шалфеев Владимир Дмитриевич**

Ведущая организация: Институт прикладной физики
Российской Академии Наук,
г. Нижний Новгород

Защита состоится “8” октября 2007 г. в 15 часов 30 минут в 34 ауд. III корпуса СГУ на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 по специальности 01.04.03 в Саратовском государственном университете (410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Саратовского государственного университета (Саратов, ул. Университетская, 42).

Автореферат разослан “23” августа 2007 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

В.М. Аникин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследуемой проблемы. Изучение поведения нелинейных динамических систем (как с сосредоточенными, так и распределенными параметрами), способных демонстрировать сложное поведение, уже давно находится в центре внимания исследователей. Одним из центральных моментов является изучение неавтономной динамики нелинейных систем, прежде всего проблем, связанных с исследованиями явления синхронизации, берущих свое начало с работ Гюйгенса.

Синхронизация имеет важное фундаментальное и практическое значение (например, в биологических и физиологических задачах¹, химических², экологических³, астрономических⁴, при скрытой передаче информации с помощью хаотических сигналов⁵, при управлении системами сверхвысокочастотной электроники⁶ и т.п.). Первоначально рассматривалась синхронизация периодических колебаний, однако интенсивное развитие теории динамического хаоса вызвало новый интерес к проблеме синхронизации автоколебательных систем, демонстрирующих хаотическую динамику. С развитием теории динамического хаоса и хаотической синхронизации исследователями было выявлено и исследовано достаточно большое число различных типов хаотического синхронного поведения связанных динамических систем с потоковым временем: *полная синхронизация* (В.С. Анищенко, В.В. Астахов, В.С. Афраймович, М.И. Рабинович, С.П. Кузнецов, А.С. Пиковский, Т.Л. Carroll, Н. Fujisaka, L.M. Pecora, Т. Yamada и др.), *синхронизация с запаздыванием* (лаг-синхронизация) (М. Закс, А.С. Пиковский, М.Г. Розенблюм, J. Kurths, Y.C. Lai и др.), *обобщенная синхронизация* (Н.Ф. Рульков, М.М. Сущик, Л.С. Цимринг, Н.Д. Abarbanel, L. Kocarev, U. Parlitz и др.), *частотная синхронизация* (В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, Д.Э. Постнов), *фазовая синхронизация* (В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасова, Г.В. Осипов, А.С. Пиковский, Д.Э. Постнов, М.Г. Розенблюм,

¹L. Glass. Synchronization and rhythmic processes in physiology (London). 2001. Vol. 410. Pp. 277–284. V.S. Anishchenko, A.G. Balanov, N.B. Janson et al. Int. J. Bifurcation and Chaos 10 (2000) 2339.

²P. Parmananda Phys. Rev. E 56 (1997) 1595

³B. Blasius, L. Stone Int. J. Bifurcation and Chaos 10 (2000) 2361

⁴M. Palus, J. Kurths, U. Schwarz et al. Int. J. Bifurcation and Chaos 10 (2000) 2519

⁵А.С. Дмитриев, А.И. Панас. Динамический хаос: новые носители информации для систем связи. М.: Физматлит, 2002.

⁶Д.И. Трубецков, А.А. Короновский, А.Е. Храмов. Изв. вузов. Радиофизика XLVII(5-6) (2004) 343

S. Boccaletti, J. Kurths, Y.C. Lai, C.T. Zhou и др.) и *частичная синхронизация* (П.С. Ланда). Активно исследуется также неавтономное поведение динамических систем, находящихся под негармоническим (импульсным, квазипериодическим) воздействием (А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Е.П. Селезнев), проводились исследования хаотической синхронизации в нелинейных системах с дискретным временем (отображениях). Значительный интерес в последнее время вызывает изучение ансамблей связанных хаотических осцилляторов, в частности, изучается синхронизация в цепочках, решетках и сетях нелинейных элементов (В.Н. Белых, Б.П. Безручко, А.С. Дмитриев, С.П. Кузнецов, Г.В. Осипов, В.Д. Шалфеев, S. Boccaletti, M. Hasler, E. Mosekilde и др.). В таких ансамблях связанных нелинейных элементов возможны режимы *кластерной синхронизации*, при которой существуют кластеры, демонстрирующие режим полной синхронизации, в то время как между этими кластерами полная синхронизация отсутствует. В том случае, если число элементов в ансамбле невелико, вместо термина “кластерная синхронизация” обычно используют термин “*частичная синхронизация*”.

Во многом эти исследования обусловлены, прежде всего, физическими, физиологическими задачами и задачами нейродинамики. На исследования процессов, происходящих в головном мозге, опирающихся на идеи, методы и подходы, используемые в нелинейной динамике для описания поведения связанных систем, также возлагаются большие надежды. Большое число исследователей успешно проводят активные исследования в вышеперечисленных направлениях (В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Б.П. Безручко, А.Р. Волковский, А.С. Дмитриев, В.Б. Казанцев, П.С. Ланда, В.В. Матросов, В.И. Некоркин, Г.В. Осипов, А.И. Панас, А.С. Пиковский, М.Д. Прохоров, В.И. Пономаренко, В.П. Пономаренко, С.О. Старков, А.П. Сухоруков, Д.И. Трубецков, В.Д. Шалфеев, S. Boccaletti, L.O. Chua, P. Grassberger, L. Kocarev, J. Kurths, U. Parlitz, R.Q. Quiroga, M.G. Velarde, C.T. Zhou и многие другие).

В то же самое время, несмотря на значительный интерес к вышеназванным проблемам и большое число публикаций по данному направлению (как в отечественных, так и зарубежных научных журналах), утверждать, что в рассматриваемой области все задачи уже решены, было бы явно преждевременно. Существует большое число вопросов, ответы на которые еще не найдены и решение которых могло бы способствовать значительному продвижению вперед в понимании основных закономерностей и

особенностей неавтономного поведения нелинейных систем, способных демонстрировать сложное поведение. Ряд вопросов, требовавших разрешения, и рассматривается в настоящей диссертационной работе.

Одним из важнейших вопросов представляется вопрос о *взаимосвязи* различных типов хаотического поведения систем с непрерывным временем (фазовая синхронизация, частотная синхронизация, обобщенная синхронизация, синхронизация с запаздыванием, полная синхронизация) друг с другом. Существуют работы⁷, в которых данная проблема рассматривается, в частности, достаточно давно было известно, что связанные хаотические осцилляторы с непрерывным временем могут с увеличением параметра связи между ними переходить от режима фазовой синхронизации к режиму синхронизации с запаздыванием⁸ (через режим перемежающейся синхронизации с запаздыванием⁹) и, затем, стремиться к режиму полной синхронизации, что сопровождается последовательной синхронизацией спектральных компонент Фурье-спектров взаимодействующих систем¹⁰. В то же самое время полной ясности о взаимосвязи этих режимов синхронного поведения не было. В настоящей диссертационной работе впервые выявлена взаимосвязь между различными типами хаотической синхронизации и предложено описание их с единых позиций на основе предложенной концепции *синхронизации временных масштабов*.

Важно отметить, что при описании каждого из типов хаотической синхронизации, рассматриваемых по отдельности, также остается много невыясненных вопросов. В частности, такие вопросы существуют для хаотической *фазовой синхронизации*, которая в настоящее время является одним из центральных понятий в теории хаотической синхронизации¹¹. Одним из вопросов в

⁷R. Brown, L. Kocarev. Chaos 10 (2000) 344; S. Boccaletti, L.M. Pecora, A. Pelaez. Phys. Rev. E 63 (2001) 066219; A. Shabunin, V. Demidov, V. Astakhov, V. S. Anishchenko. Phys. Rev. E 65 (2002) 056215.

⁸M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths. Phys. Rev. Lett. 78 (1997) 4193.

⁹S. Boccaletti, D.L. Valladares. Phys. Rev. E 62 (2000) 7497.

¹⁰В.С. Анищенко, В.В. Астахов, С.М. Николаев, А.В. Шабунин. Радиотехника и электроника 45(2) (2000) 179.

¹¹Следует сразу оговориться, что в русскоязычной литературе под термином “фазовая синхронизация”, возникшем достаточно давно, изначально понималось другое явление [В.В. Шахгильдян, Л.Н. Белюстина. Фазовая синхронизация. М.: Связь, 1975; В.П. Пономаренко, В.В. Матросов. Радиотехника и электроника 29(6) (1984) 1125; В.П. Пономаренко, В.В. Матросов. Радиотехника и электроника 28(4) (1993) 721], суть которого состоит в следующем: синхронизация генераторов колебаний достигается за счет воздействия на них полученного некоторым способом преобразования фаз этих генераторов, причем генераторы и преобразователи фаз могут быть са-

этой области, требующих рассмотрения, является, в частности, вопрос о разрушении (установлении) режима хаотической фазовой синхронизации. Как правило, различий между теми или иными особенностями установления режима фазовой синхронизации не делают. В качестве исключений следует упомянуть попытку обосновать существование трех различных способов перехода к фазовой синхронизации в зависимости от свойств системы¹², а также рассмотрение универсального поведения, возникающего на границе фазовой синхронизации в системе с удвоениями периода (система Ресслера под периодическим внешним воздействием)¹³. Как следует из проведенного в настоящей диссертационной работе исследования эта проблема тесно связана с вопросом о перемежающемся поведении, возникающем на границе установления режима фазовой синхронизации¹⁴.

Еще одним важным и интересным вопросом является вопрос о режиме *обобщенной синхронизации*¹⁵, возникающем в однопольно связанных хаотических осцилляторах. Данный тип синхронного поведения явным образом выделяется среди других типов хаотической синхронизации и по типу синхронного поведения, и по способам диагностики. Важно отметить, что режим обобщенной синхронизации может возникать между двумя *совершенно различными* хаотическими осцилляторами, например, между осцилляторами с разной размерностью фазового пространства, в том числе и между хаотическими осцилляторами с сосредоточенными и распределенными параметрами. В литературе обсуждаются вопросы о взаимосвязи этого типа хаотического поведения с другими режимами хаотической синхронизации, но если тот факт, что синхронизация с запаздыванием является частным случаем режима обобщенной

мой различной природы. В настоящее время в русскоязычной научной литературе [В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, и др. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003; А.С. Пиковский, М.Г. Розенблум, Ю. Куртс. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003] термин “фазовая синхронизация” широко используется и в смысле *хаотической фазовой синхронизации*, когда имеет место захват мгновенных фаз хаотических сигналов, при этом мгновенная фаза может быть введена различными способами, хотя, конечно, это вносит некоторую путаницу. Поэтому сразу отметим, что в настоящей диссертационной работе термин “фазовая синхронизация” используется в указанном выше смысле “хаотической фазовой синхронизации”.

¹²G.V. Osipov, B. Hu, C.T. Zhou et al. Phys. Rev. Lett. 91 (2003) 024101.

¹³S.P. Kuznetsov, I.R. Sataev Phys. Rev. E 64 (2001) 046214.

¹⁴A.S. Pikovsky, G.V. Osipov, M.G. Rosenblum et al. Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 47; S. Boccaletti, E. Allaria, R. Meucci, F.T. Arecchi. Phys. Rev. Lett. 89 (2002) 194101.

¹⁵N.F. Rulkov, M.M. Sushchik, L.S. Tsimring, H.D. Abarbanel. Phys. Rev. E 51 (1995) 980.

синхронизации достаточно очевиден, то взаимосвязь обобщенной синхронизации с фазовой синхронизацией менее очевидна. В частности, изначально полагалось, что режим обобщенной синхронизации является более “сильным”¹⁶, нежели режим фазовой синхронизации, то есть считалось, что если в системе наблюдается режим обобщенной синхронизации, то в этом случае будет наблюдаться и режим фазовой синхронизации, в то время как обратное неверно. Иными словами, считалось, что возможны случаи, когда фазовая синхронизация наблюдается, а обобщенная — нет. Впоследствии был найден контрпример¹⁷, когда режим обобщенной синхронизации наблюдался в системе при отсутствии режима фазовой синхронизации. В этой же работе было показано, что в связанных хаотических системах Ресслера при малых расстройках значений управляющих параметров величина параметра связи, при которой возникает режим обобщенной синхронизации, примерно в два раза больше, чем при больших расстройках. Для всех других известных типов хаотической синхронизации зависимость порога возникновения синхронного режима от параметра расстройки ведет себя другим образом: по мере уменьшения величины расстройки управляющих параметров систем, значение параметра связи, при котором устанавливается соответствующий синхронный режим, уменьшается. Природа подобного “аномального” поведения порога обобщенной синхронизации так и не была объяснена.

Следует также отметить, что и механизмы, приводящие к установлению режима обобщенной синхронизации, описаны в литературе слабо. Как правило, возникновение режима обобщенной синхронизации объясняется тем, что старший условный ляпуновский показатель ведомой системы становится отрицательным¹⁸, однако это “объяснение” является скорее критерием диагностики существования режима обобщенной синхронизации, не поясняющим механизмов, которые приводят к установлению этого режима. Таким образом, и в описании обобщенной синхронизации хаотических систем существуют пробелы, требующие дальнейшего изучения.

Наконец, еще одним актуальным вопросом, рассматриваемым в данной диссертации, является вопрос о перемежающемся по-

¹⁶U. Parlitz, L. Junge, W. Lauterborn. Phys. Rev. E 54 (1996) 2115

¹⁷Z. Zheng, G. Hu. Phys. Rev. E 62 (2000) 7882

¹⁸L.M. Pecora, T.L. Carroll. Phys. Rev. A 44 (1991) 2374; K. Pyragas. Phys. Rev. E 54 (1991) R4508

ведении, в том числе и вблизи границ синхронизации¹⁹ и переходных процессах, наблюдаемых в динамике нелинейных систем. Важным аспектом при этом является разработка новых методов и подходов, направленных на выделение различных типов поведения системы в рамках одной временной реализации. В настоящей диссертационной работе впервые предложен метод выделения ламинарных и турбулентных фаз во временных рядах, основанный на непрерывном вейвлетном преобразовании и концепции временных масштабов. Предложенные методы и подходы с успехом применены к различным системам, в том числе и нефизической природы. Среди подобных систем особое место занимают социальные системы, представляющие значительный интерес для исследователей, поскольку понимание происходящих в них процессов и механизмов, обуславливающих эти процессы, представляется чрезвычайно важным как с теоретической, так и практической точек зрения. В то же самое время, следует отметить, что описание подобных систем и процессов с использованием аналитического аппарата нелинейной динамики и радиофизических методов представляет в настоящее время обширное поле деятельности для исследователей. Заключительная глава диссертационной работы, в которой впервые приведен ряд результатов по исследованию нелинейных процессов и сложной динамики в таких социальных системах, как экономическая, демографическая системы, а также система высшей школы Российской Федерации, может рассматриваться как скромная попытка проведения исследований в этом направлении.

Таким образом, можно утверждать, что круг явлений и задач в области неавтономной динамики и сложного поведения нелинейных хаотических систем, требующих дальнейшего исследования, достаточно широк. Детальному изложению результатов изучения всех перечисленных выше вопросов и посвящена настоящая диссертационная работа. Перечень нерешенных проблем позволяет сделать вывод, что тема диссертационной работы является актуальной и важной для радиофизики и современной теории нелинейных динамических систем.

Цель диссертационной работы. Целью настоящей диссертационной работы является детальное изучение синхронного поведения нелинейных автоколебательных систем, демонстрирующих хаотическую динамику, выявление основных особенностей

¹⁹A.S. Pikovsky, M. Zaks, M.G. Rosenblum et al. Chaos 7 (1997) 680; N. Tsukamoto, S. Miyazaki, H. Fujisaka. Phys. Rev. E 67 (2003) 016212; A.E. Hramov, A.A. Koronovskii. Europhysics Lett. 70 (2005) 169.

различных типов синхронного поведения нелинейных систем, а также исследование сложной динамики и переходных процессов в радиофизических системах, а также эталонных моделях нелинейной теории колебаний.

Сделана попытка создания единой теории неавтономной динамики нелинейных систем и построения ее целостной физической картины. Первым этапом на пути построения единой картины является рассмотрение различных типов синхронного поведения динамических систем. Для реализации этого на примерах динамических систем малой размерности выявлены основные особенности различных типов синхронного поведения нелинейных систем, демонстрирующих хаотическую динамику, закономерности, и механизмы, ответственные за возникновение синхронных режимов, определены их качественные и количественные характеристики. Основными вопросами при подобном рассмотрении были:

- выявление различных типов разрушения режима фазовой синхронизации и механизмов, приводящих к возникновению различных сценариев перехода от режима фазовой синхронизации к асинхронному поведению;
- описание принципиально нового типа перемежающегося поведения, возникающего на границе возникновения режима фазовой синхронизации при больших значениях расстройки собственных частот взаимодействующих осцилляторов и выявление механизмов, ответственных за данный тип перемежаемости;
- взаимосвязь показателей Ляпунова с границей возникновения синхронного режима;
- механизмы, обуславливающие возникновение режима обобщенной синхронизации;
- взаимосвязь режимов обобщенной хаотической синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом;
- возможность использования режима обобщенной хаотической синхронизации для скрытой передачи информации.

После выяснения вышеописанных вопросов представлялось целесообразным попытаться ответить на два важнейших вопроса теории хаотической синхронизации: “Действительно ли различные типы хаотической синхронизации представляют собой разные типы синхронного поведения хаотических систем, или

это различные проявления одного феномена?” и “Возможно ли описание синхронного поведения связанных хаотических систем с единых позиций?”. Другой стороной данной проблемы является вопрос о том, как связаны между собой типы синхронного поведения в потоковых системах и отображениях.

Ответы на эти вопросы, изложенные в настоящей диссертационной работе, позволяют понять общие закономерности неавтономного поведения и синхронной динамики сложных нелинейных систем и создать достаточно целостную картину входящих в нее явлений, что, как уже отмечалось выше, и является основной целью настоящей диссертационной работы.

В заключительной части диссертационной работы рассмотрены эффекты, возникающие “на пороге” возникновения синхронного режима: переходные процессы и, соответственно, время необходимое для установления синхронного режима; перемежающееся поведение вблизи границы хаотической синхронизации различных типов и методика выделения различных фаз поведения систем с помощью непрерывного вейвлетного преобразования; применение полученных методик для изучения различных систем, в том числе и нефизической (биологической, социальной) природы.

В качестве объектов исследований в данной диссертационной работе выбраны динамические системы, являющиеся эталонными в нелинейной динамике (в частности, логистическое отображение, система Ресслера), а также системы, соответствующие радиофизическим объектам, таким как радиотехнические генераторы (генератор “TORUS”, генератор на туннельном диоде, генератор Чуа), а также сложные системы нефизической, в том числе и социальной, природы.

Научная новизна. Научная новизна результатов, представленных в диссертационной работе, заключается в установлении основных закономерностей, присущих неавтономной динамике и синхронному поведению связанных хаотических систем, выявлению механизмов, ответственных за возникновение типов режимов хаотической синхронизации, выработке универсального подхода для описания различных типов синхронной динамики хаотических систем с единых позиций, разработке методик по определению длительности переходных процессов систем, находящихся в непериодических (квазипериодических и хаотических) режимах колебаний, методик по выделению различных характерных типов поведения при перемежаемости, основанных на непрерывном вейвлетном преобразовании. Впервые получены

следующие основные результаты:

- предложен новый подход к описанию синхронного поведения, названный *синхронизацией временных масштабов*, позволяющий описывать все традиционные типы хаотической синхронизации с единых позиций;
- введена в рассмотрение количественная мера синхронизации взаимодействующих хаотических осцилляторов, представляющая собой относительную долю энергии вейвлетного спектра, приходящуюся на синхронные временные масштабы;
- изучены закономерности синхронизации спектральных компонент Фурье спектров связанных хаотических систем;
- проведено сопоставление поведения седловых периодических орбит, встроенных в хаотические аттракторы взаимодействующих хаотических осцилляторов, и синхронизации спектральных компонент;
- выявлены два различных типа разрушения режима фазовой синхронизации и изучены основные механизмы, приводящие к возникновению различных сценариев перехода от синхронных режимов колебаний к асинхронной динамике;
- обнаружен принципиально новый тип перемежающегося поведения, возникающий вблизи границы режима фазовой синхронизации при больших значениях расстройки собственных частот взаимодействующих осцилляторов; изучены механизмы, приводящие к данному типу перемежаемости, аналитически получены количественные характеристики этого типа перемежающегося поведения;
- определены механизмы, приводящие к возникновению режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах при различных значениях расстройки параметров взаимодействующих осцилляторов;
- выявлен и классифицирован тип перемежающегося поведения, возникающего на границе возникновения режима обобщенной хаотической синхронизации двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов. Показано, что данный тип перемежающегося поведения представляет собой on-off перемежаемость;

- выявлены причины, обуславливающие характер границы обобщенной синхронизации на плоскости управляющих параметров “расстройка взаимодействующих осцилляторов — сила связи”;
- проведено сопоставление режимов обобщенной хаотической синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом; показано, что режимы обобщенной хаотической синхронизации и синхронизации, индуцируемой шумом, хотя традиционно и считаются разными явлениями, обусловлены, по сути дела, одной причиной — подавлением собственных хаотических колебаний с помощью дополнительного введения диссипации. Различие между режимами обобщенной синхронизации и синхронизацией, индуцированной шумом, определяется, по сути дела, лишь характером внешнего сигнала, воздействующего на исследуемую систему;
- выявлена взаимосвязь между различными типами синхронной динамики хаотических систем с непрерывным (поток) и дискретным (отображения) временем. Показано, что при слабой расстройке управляющих параметров тип поведения связанных отображений, возникающий с уменьшением параметра связи при разрушении полной синхронизации, который считался раньше асинхронным, соответствует фазовой синхронизации потоковых систем и должен рассматриваться как синхронный режим;
- разработана методика определения длительности переходных процессов в динамических системах, находящихся в режиме неперiodических колебаний (то есть демонстрирующих хаотическую или квазипериодическую динамику) и выявлены основные закономерности, присущие переходным процессам подобных режимов;
- исследовано явление переходного хаоса (являющееся, по своей сути, переходным процессом) в динамических системах как со сосредоточенными, так и распределенными параметрами;
- проведено изучение переходных процессов при установлении синхронных режимов колебаний связанных автоколебательных систем;
- разработана основанная на непрерывном вейвлетном преобразовании методика анализа временных рядов; в частности, предложен метод выделения различных характерных

участков во временных реализациях нелинейных систем, находящихся в режиме перемежаемости; предложенный метод с успехом апробирован на эталонных нелинейных динамических системах;

- исследован характер перемежающегося поведения в спонтанной неконвульсивной судорожной активности у крыс линии WAG/Rij. Впервые показано, что в этом случае перемежающееся поведение является перемежаемостью on-off типа, при этом распределение длительностей ламинарных фаз (участков нормального функционирования головного мозга) подчиняется степенному закону с показателем степени, характерным для on-off перемежаемости;
- проведено исследование сложного поведения систем нефизической природы с помощью методов и подходов, развитых в настоящей диссертационной работе. В качестве исследованных систем рассмотрены экономическая, демографическая системы, а также система высшей школы Российской Федерации.

Научная и практическая значимость работы. Диссертация решает крупную научную проблему, состоящую в выявлении основных закономерностей неавтономного поведения (в том числе синхронного) и сложной динамики нелинейных хаотических систем. Исследование проводилось прежде всего на основе моделей, являющихся базовыми для нелинейной теории колебаний и волн и радиофизики. Поэтому полученные в диссертационной работе результаты имеют общий характер и могут быть перенесены на другие радиофизические (и не только радиофизические, но и иные) системы. Результаты, полученные в рамках диссертационной работы, позволяют продвинуться в понимании общих закономерностей синхронного поведения нелинейных систем и механизмов, ответственных за возникновение и смену синхронных режимов, выявить общие характерные черты синхронизации в динамических системах с потоковым и непрерывным временем, в том числе и в системах с распределенными параметрами. Применение предложенного подхода к описанию синхронного поведения взаимодействующих нелинейных систем на основе концепции синхронизации временных масштабов позволяет эффективно диагностировать различные режимы хаотической синхронизации и характеризовать их количественно с единых позиций, что имеет весьма широкую область потенциального применения в различных областях науки и техники.

Понимание механизмов, обуславливающих возникновение того или иного синхронного режима и эффективное их использование позволило на основе режима обобщенной синхронизации предложить способ скрытой передачи информации, который позволяет избавиться от наиболее существенных ограничений (требование идентичности приемного и передающего устройства, низкие шумы в канале связи) свойственных для способов секретной передачи информации, основанных на явлении полной синхронизации хаотических осцилляторов. По результатам проведенных исследований получены патенты РФ²⁰.

Предложенные методики исследования нелинейных динамических систем методами вейвлетного анализа позволяют эффективно изучать процессы, характеристики которых меняются с течением времени (перемежаемость), что оказывается чрезвычайно важным на практике, например, при анализе активности головного мозга.

Результаты, изложенные в диссертационной работе, внедрены в учебный процесс по подготовке специалистов по специальностям “Радиофизика и электроника”, “Физика”, “Физика открытых нелинейных систем”, а также по направлению подготовки бакалавров и магистров “Радиофизика” в ГОУ ВПО “Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского” (имеются соответствующие документы о внедрении). Результаты, полученные в рамках выполнения настоящей диссертационной работы, частично вошли в монографии [1–5].

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием строго обоснованных математических процедур; твердо установленных физических уравнений; методов и подходов, описанных в научной литературе, апробированных и хорошо себя зарекомендовавших при проведении научных исследований; обоснованным выбором параметров численных методов. Достоверность полученных результатов подтверждается их воспроизводимостью, сопоставлением результатов, полученных аналитическими и численными методами, совпадением результатов при использовании различных методов идентификации колебательных режимов, соответствием известным из лите-

²⁰ А.А. Короновский, О.И. Москаленко, П.В. Попов, А.Е. Храмов. Устройство для секретной передачи информации: Патент № 57538. Изобретения. Полезные модели: Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС. 2008. № 28, 2006; А.А. Короновский, О.И. Москаленко, П.В. Попов, А.Е. Храмов. Способ секретной передачи информации: Патент на изобретение № 2295835. Изобретения. Полезные модели: Официальный бюллетень Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Москва: ФИПС.

ратуры результатам для аналогичных моделей, а также отсутствием противоречий с известными в научной литературе достоверными общепризнанными результатами.

Личный вклад. Большинство представленных в диссертации результатов получено автором лично, либо под его руководством при его непосредственном участии. Из работ, выполненных в соавторстве и посвященных решению вышеперечисленных задач, в диссертацию включены положения и результаты, принадлежащие лично соискателю, либо полученные при его непосредственном участии. Соискателем были выбраны направления исследований, осуществлена формулировка и постановка задач, проведены теоретические исследования и расчеты, обработка и интерпретация полученных результатов. Часть работ в соавторстве с Д.И. Трубецковым и А.Е. Храмовым выполнены на паритетных началах, работы в соавторстве с А.Е. Храмовой, А.В. Стародубовым, О.И. Москаленко, М.К. Куровской, И.М. Минюхиным, А.Е. Тыщенко выполнены под научным руководством автора.

Апробация работы. Материалы диссертационной работы использовались при выполнении госбюджетных и хоздоговорных НИР, проводимых в Научно-Исследовательском Институте Механики и Физики СГУ, Научно-образовательном институте “Открытые системы” СГУ, отделении физики нелинейных систем научно-исследовательского института Естественных наук СГУ, проектов Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 96-02-16753, 96-15-95536 99-02-16016, 01-02-17392, 02-02-16351, 00-15-96673, 05-02-16273, 05-02-16286, 05-02-30062-э_д, 06-02-81013-Бел_а, 06-02-72007-МНТИ_а, 07-02-00044), были поддержаны программой “Университеты России – Фундаментальные исследования” (проекты УР.99.01.124 и УР.01.01.065, УР.01.01.371, УР.01.01.052), Федеральной целевой научно-технической программой “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники” на 2002-2006 годы (темы РИ-112/001/240, РИ-19.0/002/224, 2006-РИ-19.0/001/053, 2006-РИ-19.0/001/054, 2006-РИ-112.0/001/228), Президентской Программой поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (1996–1999, 2000–2002, 2003–2005 и 2006–2007 гг, руководитель ведущей научной школы — чл.-корр. РАН, профессор Д.И. Трубецков), Программой Минобразования Российской Федерации “Развитие научного потенциала высшей школы” (2005 г., проекты 332, 333), Саратовским учебно-научным центром “Волновая электроника, микроэлектроника и нелинейная динамика” на базе Саратов-

ского государственного университета, Саратовского филиала Института радиотехники и электроники РАН и Государственного учебно-научного центра “Колледж” (поддерживаемым Федеральной целевой программой “Интеграция” (проекты А0057 и Б0057)); научно-образовательным центром “Нелинейная динамика и биофизика” при Саратовском госуниверситете (грант REC-006 of U.S. Civilian Research & Development Foundation for the Independent States of the Former Soviet Union (CRDF)), Фондом некоммерческих программ “Династия” и Московским Международным Центром Фундаментальной Физики.

Представленные результаты неоднократно докладывались на различных семинарах и конференциях и отражены в тезисах докладов: XI Международной зимней школе по СВЧ электронике и радиофизике (Саратов, 2–6 марта 1999), VII Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн” (Красновидово, май 1999), Second International University Conference “Electronics and Radiophysics of Ultra-High Frequencies” (St. Petersburg, May 1999), VII Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах” (Красновидово, май 2000), II Международной конференции “Фундаментальные проблемы физики” (Саратов, октябрь 2000), Международной конференции “Современные проблемы электроники и радиофизики СВЧ” (Саратов, март 2001), 5th International School on Chaotic Oscillations and Pattern Formation (CHAOS’2001) (Saratov, October 2001), VIII Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах” (Красновидово, май 2002), 4th International Vacuum Electron Sources Conference (IVESC’2002) (Saratov, July 2002), VI научной конференции “Нелинейные колебания механических систем” (Нижний Новгород, сентябрь 2002), XII Зимней школе-семинаре по СВЧ электронике и радиофизике (Саратов, январь-февраль 2003), IX Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн” (Звенигород, май 2003), International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics” (Нижний Новгород — Москва — Нижний Новгород, сентябрь 2003), IX Всероссийской школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах” (Красновидово, 24–29 мая 2004), 14-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника” (Украина, Севастополь, 13–17 сентября 2004), VII Международной школе “Хаотические автоколебания и образование структур (ХАОС-2004)” (Саратов, 1–6 октября 2004 года), Научной конференции молодых ученых Фонда “Династия” (Москва, 16–17 апреля 2005), III Международной конференции “Фундментальные проблемы физики” (Ка-

заны, 13–18 июня 2005 года), X Всероссийской школе-семинаре “Физика и применение микроволн” (Звенигород, Московская область, 23–28 мая 2005 года), Второй летней научной школе Фонда Дмитрия Зимина “Династия” (Москва, 17–21 июля 2005), International Symposium “Topical Problems of Nonlinear Wave Physics (NWP-2005)”, Nonlinear Dynamics: Theory and Applications (St.-Petersburg — Nizhny Novgorod, 2–9 August 2005), 15-ой Международной Крымской конференции “СВЧ-техника” (Украина, Севастополь, 12–16 сентября 2005), VII Всероссийской научной конференции “Нелинейные колебания механических систем” (Нижний Новгород, 19–22 сентября 2005 года), XIII школе “Нелинейные волны–2006” (1–7 марта 2006 года, Нижний Новгород), X Всероссийской научной школе-семинаре “Волновые явления в неоднородных средах” (Московская область, пансионат “Университетский”, 22–27 мая 2006 года), XI Всероссийской научной школе-семинаре “Физика и применение микроволн” (Звенигород, Московская область, 21–26 мая 2007 года). Результаты, изложенные в диссертационной работе докладывались в Институте высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН (ИВНД и НФ РАН), г. Москва (19 апреля 2006 года и 17 апреля 2007 года), Белорусском государственном университете информатики и радиоэлектроники (БГУИР), Белоруссия, г. Минск (17 октября 2006 г.). Результаты также неоднократно обсуждались на научном семинаре кафедры электроники, колебаний и волн факультета нелинейных процессов и НТС Государственного учебно-научного центра “Колледж” СГУ.

Публикации. Результаты работы опубликованы в реферируемых научных журналах, таких как “Письма в Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики”, “Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики”, “Известия вузов. Радиофизика”, “Радиотехника и электроника”, “Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика”, “Физика плазмы”, “Доклады Академии Наук”, “Журнал Технической Физики”, “Письма в Журнал Технической Физики”, “Известия РАН. Серия физическая”, “Радиотехника”, “Высшее образование в России”, “Науковедение”, “Physical Review Letters”, “Physical Review E”, “Chaos. An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science”, “Europhysics Letters”, “Physics Letters A”, “Physica D: Nonlinear Phenomena”, “Nonlinear Phenomena in Complex Systems” (всего 109 статей в реферируемых отечественных и зарубежных научных журналах, в том числе 98 статей в журналах, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных результатов диссертаций на

соискание ученой степени доктора наук). Результаты, полученные в рамках выполнения настоящей диссертационной работы, частично вошли также в материал пяти монографий.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав и заключения. Идеология построения каждой главы подчиняется следующей логике: в начале каждой главы (как правило, в первом разделе) кратко описывается современное состояние проблемы, которой посвящена та или иная глава, указываются основные известные результаты, необходимые для понимания дальнейшего материала, даются ссылки на соответствующие работы (как свои, так и других авторов) и, на основании этого материала, формулируются вопросы и проблемы, решению которых посвящаются остальные разделы главы, в которых содержатся оригинальные результаты, полученные автором диссертационной работы.

Общий объём диссертации составляет 462 страниц текста, включая 140 рисунков и список использованных источников, содержащий 649 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Во **Введении** обоснована актуальность выбранной темы диссертации, сформулирована цель работы, описаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Введение содержит положения и результаты, выносимые на защиту, а также сведения об апробации результатов.

Первая глава диссертационной работы посвящена изложению концепции *синхронизации временных масштабов*, которая описывает различные типы хаотической синхронизации с единых позиций. Предложенный подход позволяет объединить различные типы синхронного поведения. В этой главе излагаются основные идеи, положенные в основу концепции синхронизации временных масштабов, и затем, на примере нескольких нелинейных динамических систем последовательно рассматриваются разные типы синхронного поведения (фазовая синхронизация, синхронизация с запаздыванием, обобщенная синхронизация, полная синхронизация) с точки зрения синхронизма временных масштабов.

Концепция синхронизации временных масштабов заключается в том, что поведение рассматриваемых связанных систем анализируется на различных временных масштабах s , вводимых в рассмотрение с помощью непрерывного вейвлетного преобразо-

вания хаотической временной реализации $x(t)$

$$W(s, t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi_{s,t_0}^*(t) dt, \quad (1)$$

где $\psi_{s,t_0}(t)$ — вейвлетная функция, получающаяся из материнского вейвлета $\psi_0(t)$:

$$\psi_{s,t_0}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-t_0}{s}\right). \quad (2)$$

Временной масштаб s определяет ширину вейвлета $\psi_{s,t_0}(t)$, t_0 — временной сдвиг вейвлетной функции вдоль оси времени, символ “*” в соотношении (1) означает комплексное сопряжение. В качестве материнского вейвлета был использован Морлет–вейвлет

$$\psi_0(\eta) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \exp(j\omega_0\eta) \exp\left(\frac{-\eta^2}{2}\right) \quad (3)$$

Выбор значения параметра вейвлета $\omega_0 = 2\pi$ обеспечивает соотношение $s = f$ между временным масштабом s вейвлетного преобразования и частотой f преобразования Фурье, однако в ряде случаев, с целью повышения разрешающей способности вейвлетного преобразования, могут использоваться другие значения параметра вейвлета ω_0 .

Вейвлетная поверхность

$$W(s, t_0) = |W(s, t_0)| e^{j\varphi_s(t_0)} \quad (4)$$

характеризует поведение системы на каждом временном масштабе s в любой момент времени t_0 . Величина $|W(s, t_0)|$ характеризует наличие и интенсивность соответствующего временного масштаба s в момент времени t_0 . В рассмотрение также вводятся мгновенное

$$E(s, t_0) = |W(s, t_0)|^2 \quad (5)$$

и интегральное

$$\langle E(s) \rangle = \int |W(s, t_0)|^2 dt_0 \quad (6)$$

распределения энергии по временным масштабам.

При использовании вейвлетного преобразования (1) для каждого временного масштаба s оказывается естественным образом определена непрерывная фаза $\varphi_s(t) = \arg W(s, t)$, что позволяет характеризовать поведение каждого временного масштаба s с

помощью ассоциированной с ним фазы $\varphi_s(t)$, являющейся непрерывной функцией временного масштаба s и времени t . Введенное в рассмотрение таким образом семейство фаз наиболее полным образом характеризует поведение связанных систем: возможно описать поведение каждого временного масштаба с помощью ассоциированной с ним фазы $\varphi_s(t)$.

Если для временных реализаций $\mathbf{x}_{1,2}(t)$, порождаемых двумя взаимодействующими системами можно найти интервал временных масштабов $s_l \leq s \leq s_h$, для которого выполняется *условие захвата фаз*

$$|\varphi_{s1}(t) - \varphi_{s2}(t)| < \text{const}, \quad (7)$$

и *условие ненулевой энергии* (доля энергии вейвлетного спектра, приходящаяся на данный интервал временных масштабов, оказывается отличной от нуля)

$$E_{snhr} = \int_{s_l}^{s_h} \langle E(s) \rangle ds > 0, \quad (8)$$

то такой режим называется *синхронизацией временных масштабов*.

В случае классической синхронизации периодических осцилляторов синхронное поведение будет наблюдаться на всех временных масштабах в силу определений вейвлетного преобразования (1), временного масштаба s , ассоциированной с ним непрерывной фазы $\varphi_s(t)$ и самого определения режима синхронизации временных масштабов. В случае хаотических колебаний ситуация оказывается сложнее, но тем не менее, если два связанных хаотических осциллятора находятся в одном из вышеперечисленных режимов хаотической синхронизации (фазовая синхронизация, обобщенная синхронизация, синхронизация с запаздыванием, полная синхронизация), то в этом случае, для временных реализаций $\mathbf{x}_{1,2}(t)$, порождаемых этими осцилляторами, обязательно существует диапазон синхронных временных масштабов, для которых выполняются условия захвата фаз (7) и ненулевой энергии (8), и, соответственно, реализуется режим синхронизации временных масштабов. Иными словами, режимы фазовой синхронизации, обобщенной синхронизации, синхронизации с запаздыванием и полной синхронизации являются частными случаями синхронизации временных масштабов. Для того, чтобы диагностировать режим синхронизации временных масштабов, необходимо проверить выполнение условий (7) и (8) для некоторого диапазона временных масштабов.

Следует также отметить, что условие захвата фаз (7) может быть обобщено на случай $m : n$ синхронизации. При этом вместо условия (7) должно быть проверено более общее соотношение на различных диапазонах временных масштабов $s_{1l} \leq s_{n1} \leq s_{1h}$ и $s_{2l} \leq s_{m2} \leq s_{2h}$

$$|m\varphi_{sn1}(t) - n\varphi_{sm2}(t)| < \text{const.} \quad (9)$$

В этом случае временной масштаб s_{m1} первой системы и, соответственно, временной масштаб s_{n2} второй системы должны удовлетворять соотношению $s_{m2}/s_{n1} = m/n$. Условие ненулевой энергии вейвлетного спектра, приходящейся на диапазон синхронных масштабов (8), остается неизменным, но диапазоны временных масштабов $s_{1l} \leq s_{n1} \leq s_{1h}$ и $s_{2l} \leq s_{m2} \leq s_{2h}$ используются разные.

В главе диссертационной работы на примере различных нелинейных динамических систем (системы Ресслера, Лоренца, генераторы Чуа) последовательно рассмотрены разные типы хаотического синхронного поведения (фазовая синхронизация, синхронизация с запаздыванием, обобщенная синхронизация, полная синхронизация) и показано, что в том случае, когда связанные хаотические системы демонстрируют любой из известных типов синхронного поведения, обязательно существуют синхронные временные масштабы, и, соответственно, диагностируется режим синхронизации временных масштабов. Соответственно, все вышеперечисленные типы хаотической синхронизации являются частными случаями синхронизации временных масштабов.

В первой главе также вводится в рассмотрение количественная характеристика, — мера синхронизации, — как относительная доля энергии вейвлетного спектра, приходящаяся на синхронные временные масштабы

$$\rho_{1,2} = \frac{1}{E_{1,2}} \int_{s_l}^{s_h} \langle E_{1,2}(s) \rangle ds, \quad (10)$$

где $[s_l; s_h]$ — диапазон временных масштабов для которых выполняется условие захвата фаз (7), $E_{1,2}$ — полная энергия вейвлетного спектра

$$E_{1,2} = \int_0^{+\infty} \langle E_{1,2}(s) \rangle ds, \quad (11)$$

первой и второй систем, соответственно. Мера ρ хаотической синхронизации равняется нулю в случае полностью асинхронной динамики и принимает значение, равное единице, в случае

синхронизации с запаздыванием и полной синхронизации. Если же в системе реализуется режим хаотической фазовой или обобщенной синхронизации, то величина ρ принимает значения в диапазоне от нуля до единицы, в зависимости от доли энергии вейвлетного спектра, приходящейся на синхронные временные масштабы. Таким образом, введенная в рассмотрение мера хаотической синхронизации ρ позволяет не только различать синхронную и асинхронную динамику, но и количественно характеризовать степень синхронизма при синхронизации временных масштабов.

Так как мера синхронизации оказывается равной единице как в случае полной синхронизации, так и в случае синхронизации с запаздыванием, то в обоих случаях все временные масштабы оказываются синхронизованными. Таким образом, режим полной синхронизации и синхронизации с запаздыванием являются одним и тем же видом синхронного поведения²¹ и разграничение их на два вида обусловлено исторически сложившимися особенностями.

Еще одним вопросом, излагаемым в первой главе, является рассмотрение синхронизации временных масштабов с точки зрения Фурье спектров взаимодействующих систем. Показано, что явление синхронизации временных масштабов находит свое отражение в синхронизации спектральных компонент связанных осцилляторов²². Приведены аналитические соотношения, находящиеся в хорошем соответствии с результатами численного моделирования синхронного поведения хаотических систем; впервые описан степенной закон, связывающий фазовый сдвиг $\Delta\varphi$ между синхронизованными спектральными компонентами с частотой ω и параметром связи ε :

$$\Delta\varphi \sim \frac{\omega}{\varepsilon}, \quad (12)$$

Важно подчеркнуть, что временное запаздывание между спектральными компонентами

$$\tau = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \sim \varepsilon^{-1} \quad (13)$$

не зависит от частоты, а следовательно, оказывается одинаковым для всех спектральных компонент. Именно благодаря этому

²¹Беседа с П.С. Ланда на VII международной школе “Хаотические автоколебания и образование структур (Хаос-2004)”. Саратов, 1–6 октября 2004 года.

²²Полученные результаты хорошо подтверждаются также данными работ А. Shabunin, V. Astakhov, J. Kurths. Phys. Rev. E 72 (2005) 016218; П.С. Ланда. Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика 12(4) (2004) 48.

факту становится возможным установление режима синхронизации с запаздыванием хаотических осцилляторов, когда динамика связанных систем на всех частотах отличается на один и тот же сдвиг по времени. Очевидно, что если тип связи между хаотическими осцилляторами выбран таким образом, что фазовый сдвиг $\Delta\varphi_f$ между синхронизованными спектральными компонентами удовлетворяет соотношению (12), то в этом случае при достаточно больших значениях параметра связи ε возможно возникновение режима синхронизации с запаздыванием. И наоборот, если установившийся фазовый сдвиг не удовлетворяет (12), то для данного типа связи установление режима синхронизации с запаздыванием невозможно. Таким образом, соотношение (12) можно рассматривать как критерий возможности (или, наоборот, невозможности) возникновения в рассматриваемой системе связанных хаотических осцилляторов режима синхронизации с запаздыванием.

В заключительной части первой главы диссертационной работы приведены результаты анализа синхронизации неустойчивых седловых периодических орбит, встроенных в хаотические аттракторы взаимодействующих осцилляторов, и рассмотрен вопрос о том, как изменяется временной сдвиг между синхронизованными неустойчивыми седловыми периодическими орбитами в фазовых пространствах взаимодействующих хаотических осцилляторов, соответствующими в общем фазовом пространстве резонансным синфазным седловым циклам $m : m$ при изменении параметра связи между взаимодействующими подсистемами. На примере двух взаимодействующих систем Ресслера показано, что зависимость временного сдвига между синхронизованными неустойчивыми седловыми периодическими орбитами от параметра связи ε оказывается одинаковой для всех циклов, независимо от их топологического периода, и выражается степенным законом $\Delta t \sim \varepsilon^n$ с показателем степени $n = -1$ во всем диапазоне изменения параметра связи ε , в котором существует соответствующий седловой синфазный резонансный цикл, то есть данная зависимость справедлива и для режима синхронизации с запаздыванием, и для режима фазовой синхронизации. Особо следует отметить, что время запаздывания $\Delta t(\varepsilon)$ оказывается одинаковым для всех седловых синфазных циклов, независимо от их топологического периода m . Полученные результаты очень хорошо согласуются с выводами, сделанными при рассмотрении синхронизации спектральных компонент.

Во **второй главе** диссертационной работы изложены результаты рассмотрения особенности установления (разрушения) ре-

жима хаотической фазовой синхронизации, являющейся, как было показано в первой главе, частным случаем синхронизации временных масштабов. В главе показано, что существует два сценария разрушения (установления) режима хаотической фазовой синхронизации: первый тип разрушения режима хаотической фазовой синхронизации связан с нарушением общего ритма хаотических колебаний, второй сценарий обуславливается потерей фазовой когерентности хаотических аттракторов.

Объяснение механизмов, обуславливающих возникновение двух различных типов разрушения (установления) режима хаотической фазовой синхронизации, проведено на примере эталонной системы нелинейной теории колебаний — генератора Ван дер Поля. Хотя данная система и не является хаотической, рассмотрение поведения периодических осцилляторов, направленное на выявление различных аспектов синхронизации (в том числе и хаотической), в ряде случаев дает очень хорошие результаты²³. Несмотря на то, что в рассматриваемом случае колебания в системе, конечно, не являются хаотическими, понятия фазы сигнала, хаотической фазовой синхронизации и фазовой когерентности аттрактора можно легко применить и в этом случае, аналогично тому, как это осуществляется при рассмотрении поведения хаотических осцилляторов. Затем полученные выводы используются при рассмотрении однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера и двух взаимно связанных генераторов на туннельном диоде.

В результате проведенных исследований установлено, что существует два типа разрушения режима хаотической фазовой синхронизации, зависящие от величины расстройки управляющих параметров взаимодействующих хаотических осцилляторов, точно также, как это происходит и в случае синхронизации периодических колебаний: при малых значениях расстройки собственных частот взаимодействующих осцилляторов разрушение режима фазовой синхронизации происходит без потери фазовой когерентности хаотического аттрактора, в то время как в случае больших расстроек режим фазовой синхронизации разрушается, когда один из хаотических аттракторов взаимодействующих осцилляторов становится фазово-некогерентным. Конечно, этими двумя типами все множество возможных сценариев разрушения (возникновения) режима фазовой синхронизации не исчерпы-

²³Например, A.G. Balanov, N.B. Janson, V.V. Astakhov, P.V. McClintock. Phys. Rev. E 72 (2005) 026214; A.G. Balanov, N.B. Janson, D.E. Postnov, P.V. McClintock. Phys. Rev. E 65 (2002) 041105

вается²⁴, но, тем не менее, по всей видимости, вышеописанные два типа разрушения режима фазовой синхронизации являются типичными для очень широкого класса нелинейных систем.

Рассмотрена также взаимосвязь между границей возникновения (разрушения) режима хаотической фазовой синхронизации и критической линией на плоскости управляющих параметров, соответствующей переходу одного из нулевых ляпуновских показателей в область отрицательных значений. Из рассмотрения, приведенного в этой главе, следует, что переход одного нулевого показателя Ляпунова в область отрицательных значений предшествует возникновению фазовой синхронизации, но не является фактором, определяющим момент наступления данного режима синхронной динамики.

Другим важным выводом, полученным во второй главе, является заключение о том, что обращение в нуль одного из положительных ляпуновских показателей также никак не соотносится с границей режима фазовой синхронизации. Положение соответствующей кривой на плоскости “расстройка управляющих параметров — интенсивность связи” вообще никак не связано с фазовой синхронизацией и всецело определяется другими механизмами, описанными в третьей главе настоящей диссертационной работы.

Впервые описан принципиально новый тип перемежающегося поведения, реализующийся вблизи границы режима фазовой синхронизации двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов с достаточно большой расстройкой собственных частот. Хорошо известно, что перемежающееся поведение наблюдается вблизи границы возникновения синхронных режимов. В данной главе впервые показано, что перемежающееся поведение вблизи возникновения режима фазовой синхронизации, называемое перемежаемостью “игольного ушка”²⁵, наблюдается только при малых расстройках значений управляющих параметров взаимодействующих хаотических осцилляторов, в то время как при больших значениях расстройек наблюдается принципиально новый тип перемежающегося поведения, названный (в силу механизмов, приводящих к нему) *перемежаемостью кольца*. Данный тип перемежаемости полностью отличается от всех дру-

²⁴В частности, возможен переход к фазовой синхронизации, связанный с гомоклинической бифуркацией: D.E. Postnov, A.G. Balanov, N.B. Janson, E.Mosekilde. Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 1942.

²⁵A.S. Pikovsky, G.V. Osipov, M.G. Rosenblum et al. Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 47; K.J. Lee, Y. Kwak, T.K. Lim. Phys. Rev. Lett. 81 (1998) 321; S. Boccaletti, E. Allaria, R. Meucci, F.T. Arecchi. Phys. Rev. Lett. 89 (2002) 194101.

гих известных в настоящее время типов перемежающегося поведения; он наблюдается в определенном диапазоне значений параметра связи между взаимодействующими осцилляторами, при этом распределение длительностей ламинарных фаз (когда взаимодействующие осцилляторы демонстрируют синхронное поведение) подчиняется экспоненциальному закону. Построена теория для данного типа перемежаемости, выявлен механизм, приводящий к возникновению перемежающегося поведения нового типа, получена теоретическая зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности, хорошо согласующаяся с результатами численного моделирования.

Аналитически показано, что распределение ламинарных фаз с характерной длительностью τ имеет вид

$$N(\tau) = A \exp(k\tau), \quad \tau > T, \quad (14)$$

где $k = (1/T) \ln(1 - p)$, A — нормировочный коэффициент, $p = nT/L$, L — длина анализируемой временной реализации, n — количество турбулентных фаз (проскоков фазы), T — характерный временной масштаб колебаний в системе. Распределение ламинарных фаз выражается экспоненциальным законом, при этом параметр k принимает отрицательные значения в силу того, что $0 < p < 1$. Выражение для средней длительности ламинарных фаз в виде имеет вид

$$\langle \tau(\varepsilon) \rangle = T \left(1 - \ln^{-1} \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_t}{\varepsilon_c - \varepsilon_t} \right) \right), \quad (15)$$

где ε_t и ε_c — границы диапазона значений параметра связи ε , в котором наблюдается данный режим перемежаемости. Важно отметить, что предельные переходы

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +\varepsilon_t} \langle \tau(\varepsilon) \rangle = T \quad \text{и} \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow -\varepsilon_c} \langle \tau(\varepsilon) \rangle = +\infty \quad (16)$$

хорошо соответствуют поведению системы вблизи обеих границ перемежающегося поведения ($\varepsilon_t; \varepsilon_c$).

В заключительной части этой главы диссертационной работы изучается взаимосвязь между различными типами синхронного поведения в динамических системах с непрерывным и дискретным временем. Для этого сопоставляется друг с другом поведение связанных отображений, потоковых систем и отображений, полученных из потоковых систем с помощью процедуры сечения Пуанкаре. На основании полученных результатов впервые показано, что тип поведения связанных отображений, который до сих пор считался асинхронным, следует рассматривать как

синхронное поведение, соответствующее режиму фазовой синхронизации потоковых систем.

Третья глава диссертационной работы посвящена еще одному типу синхронного поведения хаотических систем — режиму обобщенной синхронизации. В этой главе рассматриваются механизмы, обуславливающие возникновение режима обобщенной синхронизации. Предложен метод (названный *методом модифицированной системы*), позволяющий не только объяснить причины установления обобщенной синхронизации с физически понятных позиций, но и охарактеризовать количественно возникновение этого синхронного режима. Суть метода модифицированной системы заключается в следующем. Пусть поведение двух однонаправленно связанных хаотических осцилляторов описывается следующими уравнениями

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_d &= \mathbf{H}(\mathbf{x}_d, \mathbf{g}_d) \\ \dot{\mathbf{x}}_r &= \mathbf{G}(\mathbf{x}_r, \mathbf{g}_r) + \varepsilon \mathbf{P}(\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_r),\end{aligned}\tag{17}$$

где $\mathbf{x}_{d,r}$ — векторы состояний ведущей и ведомой систем, соответственно; \mathbf{H} и \mathbf{G} определяют векторное поле рассматриваемых систем, \mathbf{g}_d и \mathbf{g}_r являются векторами параметров, слагаемое \mathbf{P} отвечает за однонаправленную связь между системами, а параметр ε определяет силу связи между системами.

Как правило, режим обобщенной синхронизации рассматривается для двух идентичных хаотических осцилляторов со слегка различающимися параметрами, связанных однонаправленной диссипативной связью. В случае одинаковых связанных систем с диссипативной однонаправленной связью размерности фазовых пространств ведущей и ведомой систем равны друг другу ($N_d = N_r = N$), а уравнения (17) могут быть переписаны в виде

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_d &= \mathbf{H}(\mathbf{x}_d, \mathbf{g}_d) \\ \dot{\mathbf{x}}_r &= \mathbf{H}(\mathbf{x}_r, \mathbf{g}_r) + \varepsilon \mathbf{A}(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_r),\end{aligned}\tag{18}$$

где $\mathbf{A} = \{\delta_{ij}\}$ — матрица связи, ε — скалярный параметр, характеризующий силу связи, $\delta_{ii} = 0$ или 1, $\delta_{ij} = 0$ ($i \neq j$).

В рамках развитого подхода ведомая система $\mathbf{x}_r(t)$ рассматривается как некоторая неавтономная *модифицированная* система

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{H}'(\mathbf{x}_m, \mathbf{g}_r, \varepsilon)\tag{19}$$

под внешним воздействием $\varepsilon \mathbf{A} \mathbf{x}(t)$

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{H}'(\mathbf{x}_m, \mathbf{g}_r, \varepsilon) + \varepsilon \mathbf{A} \mathbf{x}_d,\tag{20}$$

где

$$\mathbf{H}'(\mathbf{x}, \mathbf{g}) = \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{g}) - \varepsilon \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (21)$$

Слагаемое $(-\varepsilon \mathbf{A}\mathbf{x})$ фактически вносит дополнительную диссипацию в модифицированную систему (19). Действительно, сжатие фазового объема в фазовом пространстве характеризуется дивергенцией векторного поля. Очевидно, что дивергенция векторного поля модифицированной системы и дивергенция векторного поля ведомой системы связаны друг с другом соотношением

$$\operatorname{div} \mathbf{H}' = \operatorname{div} \mathbf{H} - \varepsilon \sum_{i=1}^N \delta_{ii} \quad (22)$$

(где N — размерность фазового пространства модифицированной системы). Таким образом, диссипация в модифицированной системе оказывается больше, чем в ведомой. При этом величина диссипации нарастает с увеличением параметра связи ε .

Режим обобщенной синхронизации, возникающий в системе (18) при увеличении параметра связи ε , может быть рассмотрен как следствие двух взаимосвязанных процессов, протекающих одновременно. Первый из этих процессов — увеличение диссипации в модифицированной системе (19), а второй — возрастание амплитуды внешнего сигнала. Понятно, что оба процесса связаны друг с другом посредством параметра ε и не могут быть реализованы в ведомой системе (18) независимо друг от друга. Тем не менее, подобное искусственное разделение влияния внешнего воздействия и дополнительной диссипации позволяет эффективно объяснить механизмы возникновения режима обобщенной синхронизации.

С увеличением параметра диссипации динамика модифицированной системы (19) упрощается. Вследствие этого, модифицированная система $\mathbf{x}_m(t)$ совершает переход от хаотических колебаний к регулярным (периодическим), и, может быть (в случае большого значения параметра диссипации), — даже к стационарному состоянию. Внешний же сигнал в соотношении (20), наоборот, стремится навязать хаотическую динамику ведущей системы $\mathbf{x}_d(t)$ модифицированной системе $\mathbf{x}_m(t)$, и, соответственно, усложнить динамику последней. Режим обобщенной синхронизации может существовать только в том случае, если собственная хаотическая динамика модифицированной системы $\mathbf{x}_m(t)$ будет подавлена за счет увеличения диссипации. Очевидно, что только при выполнении этого условия текущее

состояние модифицированной системы $\mathbf{x}_m(t)$ будет определяться внешним сигналом, то есть будет выполняться соотношение $\mathbf{x}_m(t) = \mathbf{F}[\mathbf{x}_d(t)]$. В соответствии с соотношением (20) функциональное соотношение $\mathbf{x}_r(t) = \mathbf{F}[\mathbf{x}_d(t)]$ также будет справедливым, что соответствует режиму обобщенной синхронизации.

Эффективность предложенного метода модифицированной системы проиллюстрирована на примере возникновения режима обобщенной хаотической синхронизации в однонаправленно связанных осцилляторах Ресслера и логистических отображениях. С помощью предложенного метода детально исследован вопрос о границе возникновения режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических осцилляторах, в том числе при различных значениях расстройки управляющих параметров.

В главе рассмотрен также вопрос возникновения режима обобщенной синхронизации в случае однонаправленно связанных различных динамических систем и в случае недиссипативной связи. Показано, что если тип связи диссипативный, то различие ведущей и ведомой систем не играют значительной роли, а соответственно, метод модифицированной системы остается применимым и в этом случае. В то же самое время, если однонаправленная связь не является диссипативной, то использовать подход модифицированной системы не представляется возможным. Как показано, возникновение режима обобщенной синхронизации в этом случае обуславливается смещением изображающей точки системы в области фазового пространства с сильной диссипацией.

Описан также обнаруженный новый тип поведения однонаправленно связанных хаотических осцилляторов с непрерывным временем вблизи границы возникновения режима обобщенной синхронизации, названный перемежающейся обобщенной синхронизацией. Показано, что данный тип перемежающегося поведения представляет собой on-off перемежаемость, при этом распределение длительностей ламинарных фаз (участков синхронного поведения (в смысле режима обобщенной хаотической синхронизации) однонаправленно связанных хаотических осцилляторов) подчиняется степенному закону $N(l) \sim l^\alpha$ с показателем степени $\alpha = -3/2$, характерному для on-off перемежаемости. Зависимость средней длительности ламинарных фаз $\langle \tau \rangle$ от параметра надкритичности ε также подчиняется степенному закону $\langle \tau \rangle \sim \varepsilon^n$ с показателем степени $n = -1$, как это свойственно режиму on-off перемежаемости.

Рассмотрен также вопрос о взаимосвязи между режимами

хаотической обобщенной синхронизации и синхронизации, индуцированной шумом. В ряде работ²⁶ была высказана идея о том, что эти режимы являются, по сути дела, одним и тем же типом поведения, однако детального изучения этого вопроса и четких аргументов в пользу данного утверждения сделано не было. Детальное изучение механизмов, обуславливающих возникновение режима обобщенной синхронизации, проведенное в этой главе, позволило сделать вывод о том, что эти вышеупомянутые явления (обобщенная синхронизация хаотических систем и индуцированная шумом синхронизация) обусловлены сходными механизмами, и, действительно, могут рассматриваться как единый тип синхронного поведения.

Наконец, в заключительной части главы диссертационной работы изложен новый способ секретной передачи информации, в основу которого положено явление обобщенной синхронизации. В схемах передачи информации, основанных на использовании полной хаотической синхронизации или синхронного отклика генераторов хаоса в передатчике и приемнике, возникает целый ряд существенных трудностей при практической реализации: во-первых, принципиальным требованием известных способов передачи данных является необходимость обеспечения высокой степени идентичности генераторов хаоса, используемых в передающем и принимающем устройствах; во-вторых, на качество передачи информации с помощью вышеуказанных схем сильное влияние оказывают искажения и шумы различных типов в канале связи; в-третьих, в ряде случаев передающее устройство, генерирующее несущий хаотический сигнал может быть реконструировано по временной реализации²⁷ передаваемого сигнала. Поскольку передающее и принимающее устройства должны быть идентичными, в этом случае третья сторона может (реконструировав исходную систему) дешифровать скрытое сообщение.

Предложенный способ обладает рядом преимуществ по сравнению со способами, основанными на явлении полной синхронизации хаотических осцилляторов, поскольку позволяет избавиться от вышеперечисленных существенных ограничений. Суть метода заключается в следующем: один или несколько управляющих параметров передающего генератора модулируются полезным двоичным сигналом. Сформированный таким образом сигнал поступает в канал связи и с определенной мощностью передается по каналу связи принимающей стороне. На при-

²⁶ Например, D.S. Goldobin, A.S. Pikovsky. Phys. Rev. E 71 (2005) 045201.

²⁷ V.I. Ponomarenko, M.D. Prokhorov. Phys. Rev. E 66 (2002) 026215

мающей стороне сигнал, снятый с канала связи, подают на два идентичных генератора хаотических автоколебаний, способных находиться с передающим генератором в режиме обобщенной хаотической синхронизации. Факт нахождения принимающих генераторов в одном месте позволяет легко осуществлять их юстировку. Параметры модуляции управляющих параметров передающего генератора необходимо выбирать таким образом, чтобы в зависимости от передаваемого двоичного бита “0”/“1” между передающим и принимающими генераторами существовал или отсутствовал режим обобщенной хаотической синхронизации. Сигналы, снимаемые с выходов генераторов принимающей стороны, подаются на вычитающее устройство, на котором регистрируются либо хаотические колебания, либо отсутствие сигнала, в зависимости от передаваемого бита. Данная схема позволяет преодолеть трудности, возникающие при практической реализации систем, основанных на использовании явления полной хаотической синхронизации, в частности, избавиться от требования идентичности хаотических генераторов передающего и принимающего устройств. Следует также отметить, что предложенная схема (в отличие от схем, использующих явление полной хаотической синхронизации) обладает большой устойчивостью к помехам, которые могут возникать в канале связи.

В четвертой главе изложены результаты применения непрерывного вейвлетного анализа для изучения перемежающегося поведения нелинейных динамических систем; изложен новый универсальный метод выделения ламинарных и турбулентных фаз, основанный на непрерывном вейвлетном преобразовании, позволяющий проводить эффективный анализ временных реализаций систем, демонстрирующих явление перемежаемости.

Предложенный в диссертационной работе метод выделения различных фаз в эволюции системы, демонстрирующей перемежающееся поведение, основан на непрерывном вейвлетном преобразовании анализируемого временного сигнала. Поскольку поведение системы во время турбулентных и ламинарных фаз различается, то и структура вейвлетной поверхности $W(t, s)$ в области ламинарных и турбулентных фаз движения также будет существенно различна. Иными словами, энергия вейвлетного спектра $E(s, t)$ будет распределена по характерным временным масштабам s , которые будут для разных фаз временной реализации $x(t)$ разными, причем доля энергии, приходящейся на эти характерные временные масштабы также будет различаться. Таким образом, можно перейти от анализа структуры вейвлетной поверхности $W(s, t)$ к анализу распределения энергии вейвлетного

спектра по характерным временным масштабам. Для выделения ламинарных и турбулентных фаз в каждый момент времени t определяется суммарное значение энергии вейвлетного спектра $w(t)$, приходящейся на выбранный диапазон характерных временных масштабов $s \in S = (s_1; s_2)$.

$$w(t) = \int_S E(t, s) ds. \quad (23)$$

Диапазон характерных временных масштабов s , по которым будет определяться величина $w(t)$, зависит от рассматриваемой системы, и в каждом конкретном случае должен выбираться на основании мгновенных распределений энергии вейвлетного спектра для различных фаз перемежающегося поведения. В ряде случаев может сложиться ситуация, что необходимо рассматривать нескольких диапазонов временных масштабов S_i , которые однозначно позволяли бы охарактеризовать поведение системы. В этом случае интегрирование (23) должно проводиться по объединению $S = \bigcup_i S_i$ соответствующих диапазонов временных масштабов.

Эффективность предложенного метода проиллюстрирована на примере перемежаемости I-типа в динамической системе с непрерывным временем (система Лоренца) и в системе с дискретным временем (логистическое отображение), а также на примере явления on-off перемежаемости, наблюдаемом вблизи границы возникновения режима синхронизации с запаздыванием в связанных осцилляторах Ресслера. Показана устойчивость предложенного метода по отношению к шумам и флуктуациям, существующим в анализируемых сигналах. Высокая эффективность метода анализа временных реализаций систем, находящихся в режиме перемежаемости, обусловлена различающимися характерными временными масштабами, на которые приходится наибольшая доля энергии вейвлетного спектра, во время ламинарных и турбулентных фаз.

Предложенный метод был с успехом применен к исследованию характера перемежающегося поведения в спонтанной неконвульсивной судорожной активности у крыс линии WAG/Rij²⁸. В четвертой главе впервые было показано, что в

²⁸Эксперименты проводились на базе Института высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН, г. Москва (ИВНД и НФ РАН) и Института биологической физиологии, Нидерланды (NICI-Biological Psychology, Radboud University Nijmegen, PO 9104, 6500 HE Nijmegen, The Netherlands) проф. С.М. van Rijn, к.б.н., н.с. Ситниковой Е.Ю. и м.н.с. Мидзяновской И.С. Обработка полученных данных осуществлялась

этом случае перемежающееся поведение является перемежаемостью on-off типа; при этом распределение длительностей ламинарных фаз (участков нормального функционирования головного мозга) подчиняется степенному закону с показателем степени $\alpha = -3/2$, характерному для on-off перемежаемости. Учитывая, что пароксизмальная активность у крыс сильно зависит от суточной периодичности (то есть изменяется в течение суток и максимальна в ночное время), временные реализации, полученные для светлого и темного времени суток анализировались отдельно.

В пятой главе рассмотрены переходные процессы и сложная динамика в системах различной природы (в том числе при неавтономном поведении и синхронизации). В главе описаны предложенные и апробированные методы определения длительности переходных процессов для отображений, находящихся как в периодических, так и непериодических режимах колебаний, получено соотношение, связывающее длительность переходного процесса с точностью его определения.

Предложенная методика адаптирована для потоковых систем с хаотической динамикой. С ее помощью проведено исследование переходных процессов в потоковой системе генераторе — “TORUS”, детально выяснена карта длительностей переходных процессов на плоскости сечения Пуанкаре в области значений управляющих параметров, при которых система демонстрирует мультистабильность, а также приведено распределение количества точек начальных условий по длительностям переходных процессов.

В этой главе рассмотрен также процесс установления синхронного режима двух связанных осцилляторов (как для случая периодических, так и хаотических колебаний) и показано, что в двух одинаковых подсистемах время установления режима полной синхронизации зависит от разности фаз колебаний в этих подсистемах в момент включения связи.

Наконец, в этой же главе кратко рассматривается такое явление как переходной хаос. В частности, показано, что во временной реализации системы, находящейся в режиме переходного хаоса существуют участки нетипичного поведения, частота возникновения которых возрастает с увеличением значения параметра надкритичности. Выявлен механизм, ответственный за появление подобных участков. Для динамических систем с дис-

совместно с д.ф.-м.н. Храмовым А.Е. Все эксперименты были проведены на уровне стандартов, предъявляемых международным соглашением о медицинских и этических принципах постановки экспериментов на животных.

кретным временем этот механизм допускает понятное и наглядное геометрическое объяснение, основанное на анализе расположения устойчивых и неустойчивых многообразий неустойчивых циклов.

Шестая глава диссертационной работы посвящена изложению результатов исследования переходных процессов и сложной динамики в социальных системах, в качестве которых рассматриваются экономическая, демографическая системы, а также система высшей школы Российской Федерации. В частности, в этой главе рассмотрены процессы формирования цены на одинаковые товары в рыночных условиях, при этом рассмотрены ситуации как превышения спроса над предложением, так и наоборот, превышения предложения над спросом и показано, что коллективное действие каждого из участников рыночных отношений приводит к тому, что на одинаковые товары устанавливается одинаковая цена, хотя каждый из участников действует исходя из своих собственных интересов. Изучено также взаимодействие продавцов, предлагающих один и тот же вид товара, и покупателей, желающих приобрести этот товар. В качестве основных механизмов такой динамики рассмотрены поиск и приобретение покупателями наиболее дешевых товаров (при прочих равных условиях) и ограниченность платежеспособности населения, когда покупатели просто не могут себе позволить приобрести товар по высокой цене. Получены уравнения, описывающие изменение численности как продавцов, так и покупателей, для асимптотических случаев получено приближенное аналитическое решение этих уравнений.

При описании результатов исследования демографических процессов в этой главе введена в рассмотрение модель, хорошо описывающая как качественно, так и количественно динамику численности народонаселения, что демонстрируется на примере Соединенных Штатов Америки и всего мира в целом. В основу модели положены нелинейное уравнение диффузии и классическое уравнение Ферхюльста, при этом принципиальную роль играет рассинхронизация во времени динамики изменения плотности населения в различных точках ареала проживания. Полученные результаты хорошо согласуются с реальными статистическими данными по динамике численности народонаселения. Приведены также результаты моделирования динамики численности народонаселения с помощью модели класса решеточных газов, которые являются весьма эффективным инструментом для исследования широкого круга задач, в том числе и задач популяционной динамики.

Также в этой главе диссертационной работы приведена предложенная модель класса клеточных автоматов, описывающая динамику численности и распределения по возрастам профессорско-преподавательского состава высшей школы как в целом по всем вузам Российской Федерации, так и по вузам отдельных регионов России. Параметры модели и исходные данные для моделирования и прогноза кадровой ситуации в высшей школе выбирались из анализа реальных статистических данных. Сравнение результатов, предсказываемых моделью для уже имеющихся данных, показало высокую достоверность предсказываемых ей результатов. С помощью предложенной модели проведен анализ состояния профессорско-преподавательского состава высшей школы Российской Федерации, и на основе проведенных исследований сделаны некоторые прогнозы дальнейшего состояния кадрового состава высшей школы. Рассмотрены проблемы “старения” профессорско-преподавательского состава и притока в высшую школу молодых кадров (после окончания вузов и аспирантуры).

В **Заключении** подведены итоги диссертационной работы, сформулированы основные результаты и намечены направления дальнейших исследований в данном направлении.

Основные выводы, результаты и положения, выносимые на защиту.

1. Использование нового подхода к описанию синхронного поведения взаимодействующих осцилляторов, названного *синхронизацией временных масштабов*, позволяет описывать различные режимы хаотической синхронизации, такие как фазовая синхронизация, частотная синхронизация, обобщенная синхронизация, перемежающаяся обобщенная синхронизация, синхронизация с запаздыванием, перемежающаяся синхронизация с запаздыванием и полная синхронизация, с единых позиций; при этом различные типы хаотической синхронизации отличаются друг от друга только диапазоном синхронных временных масштабов.
2. Мера хаотической синхронизации, представляющая собой удельную долю энергии вейвлетного спектра, приходящейся на синхронные временные масштабы, является количественной характеристикой, позволяющей описывать синхронное поведение связанных хаотических систем.
3. Зависимость временного сдвига между синхронизованными

синфазными неустойчивыми седловыми орбитами, встроенными в хаотические аттракторы связанных систем Ресслера, от параметра связи оказывается одинаковой для всех циклов, независимо от их топологического периода, и выражается степенным законом с показателем степени “минус единица”, что полностью согласуется с выводами, сделанными при рассмотрении синхронизации спектральных компонент, для которых имеет место та же самая закономерность.

4. Обнаружены два сценария разрушения режима фазовой хаотической синхронизации в зависимости от величины расстройки управляющих параметров связанных хаотических осцилляторов. При малых расстройках разрушение режима фазовой хаотической синхронизации происходит без потери фазовой когерентности хаотического аттрактора, в то время как при больших значениях расстроек управляющих параметров разрушение фазовой синхронизации происходит через потерю фазовой когерентности хаотического аттрактора.
5. Вблизи границы хаотической фазовой синхронизации при малых значениях расстройки собственных частот взаимодействующих осцилляторов, в зависимости от степени близости к границе, наблюдается либо перемежаемость “игольного ушка”, либо перемежаемость типа I, описанные в научной литературе; при больших значениях расстроек вблизи границы синхронизации наблюдается перемежаемость кольца, впервые обнаруженная и описанная в рамках проведенных исследований.
6. Связанные системы с дискретным временем с уменьшением параметра связи между ними после разрушения режима полной синхронизации демонстрируют синхронное поведение, которое соответствует режиму фазовой синхронизации в слабо неидентичных потоковых системах. Предложенная геометрическая мера степени синхронности позволяет четко отделить несинхронное поведение отображений от режима синхронизации, соответствующей режиму фазовой синхронизации связанных потоковых систем; такой подход может быть использован для диагностирования режима фазовой синхронизации в связанных системах с потоковым временем.
7. Предложенный метод модифицированной системы позволя-

ет качественно и количественно объяснить возникновение режима обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных хаотических осцилляторах. В рамках метода поведение ведомой системы эквивалентно поведению модифицированной системы (с внесенной дополнительной диссипацией) под внешним хаотическим воздействием. Увеличение параметра связи, в свою очередь, эквивалентно увеличению диссипации модифицированной системы и амплитуды внешнего воздействия. Порог возникновения обобщенной хаотической синхронизации определяется в этом случае балансом между подавлением собственной хаотической динамики в ведомой системе и возбуждением хаотических колебаний в ней под действием внешнего сигнала ведущей системы.

8. Режимы обобщенной хаотической синхронизации и синхронизации, индуцируемой шумом, традиционно считающиеся разными явлениями, обусловлены одной причиной — подавлением собственных хаотических колебаний с помощью дополнительного введения диссипации (либо с помощью ненулевого среднего значения шума в случае индуцированной шумом синхронизации, либо с помощью дополнительного диссипативного механизма в случае режима обобщенной синхронизации, либо смещением изображающей точки системы в области фазового пространства с сильной диссипацией) и могут быть рассмотрены как один и тот же тип синхронного поведения.
9. Спонтанная неконвульсивная судорожная активность у крыс линии WAG/Rij представляет собой перемежающееся поведение. Впервые показано, что в этом случае перемежающееся поведение является перемежаемостью on-off типа, при этом распределение длительностей ламинарных фаз (участков нормального функционирования головного мозга) подчиняется степенному закону с показателем степени, характерному для on-off перемежаемости.
10. Предложена простая модель, хорошо описывающая как качественно, так и количественно динамику численности народонаселения, что демонстрируется на примере Соединенных Штатов Америки. Принципиальную роль играет рассинхронизация во времени динамики изменения плотности населения в различных точках ареала проживания. Полученные результаты хорошо согласуются с реальными стати-

стическими данными по динамике численности народонаселения.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

Список литературы

- [1] А. А. Короновский, М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, Ю. П. Шараевский, А. Е. Храмов, *Высшая школа России с позиций нелинейной динамики*, М.: Физматлит, 2007.
- [2] Б. П. Безручко, А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Путь в синергетику. экскурс в десяти лекциях*, М.: Комкнига, 2005.
- [3] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения*, М.: Физматлит, 2003.
- [4] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Непрерывный вейвлетный анализ в приложениях к задачам нелинейной динамики*, Саратов: изд-во ГосУНЦ "Колледж", 2002.
- [5] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, *Нелинейная динамика в действии: Как идеи нелинейной динамики проникают в экологию, экономику и социальные науки*, Саратов: Изд.-во ГосУНЦ "Колледж", 2002.
- [6] А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, V. I. Ponomarenko, M. D. Prokhorov, *Detection of synchronization from univariate data using wavelet transform*, Phys. Rev. E **75** (2007), No. 5, 056207.
- [7] А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, М. К. Kurovskaya, *Two types of phase synchronization destruction*, Phys. Rev. E **75** (2007), No. 3, 036205.
- [8] А. А. Короновский, В. И. Пономаренко, М. Д. Прохоров, А. Е. Храмов, *Диагностика синхронизации автоколебательных систем при изменении частоты внешнего воздействия с использованием вейвлетного анализа*, Радиотехника и электроника **52** (2007), No. 5.
- [9] А. А. Короновский, М. К. Куровская, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, *Два сценария разрушения режима хаотической фазовой синхронизации*, ЖТФ **77** (2007), No. 1, 21–29.
- [10] А. А. Короновский, Р. А. Филатов, А. Е. Храмов, *Хаотическая синхронизация в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током*, Радиотехника и электроника **52** (2007), No. 3.
- [11] А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, М. К. Kurovskaya, S. Boccaletti, *Ring intermittency in coupled chaotic oscillators at the boundary of phase synchronization*, Phys. Rev. Lett. **97** (2006), 114101.
- [12] А. А. Короновский, П. В. Попов, А. Е. Храмов, *Обобщенная хаотическая синхронизация в связанных уравнениях Гинзбурга-Ландау*, ЖЭТФ **130** (2006), No. 4(10), 748–764.
- [13] А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, V. I. Ponomarenko, M. D. Prokhorov, *Detecting synchronization of self-sustained oscillators by external driving with varying frequency*, Phys. Rev. E **73** (2006), No. 2, 026208.
- [14] А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, I. S. Rempen, *Controlling chaos in spatially extended beam-plasma system by the continuous delayed feedback*, Chaos **16** (2006), No. 1, 013123.

- [15] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, I. S. Midzyanovskaya, E. Sitnikova, C. M. Rijn, *On-off intermittency in time series of spontaneous paroxysmal activity in rats with genetic absence epilepsy*, Chaos **16** (2006), 043111.
- [16] Стефано Боккалетти, А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, А. Е. Храмова, *Устойчивость синхронного состояния произвольной сети связанных элементов*, Изв. вузов. Радиофизика **XLIX** (2006), No. 10, 917–924.
- [17] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Обобщенная синхронизация и синхронизация, индуцированная шумом, - единый тип поведения связанных хаотических систем*, Доклады Академии Наук **407** (2006), No. 6, 761–765.
- [18] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, *Are generalized synchronization and noise-induced synchronization identical types of synchronous behavior of chaotic oscillators?*, Phys. Lett. A **354** (2006), No. 5–6, 423–427.
- [19] R. A. Filatov, A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, *Chaotic synchronization in coupled spatially extended beam-plasma systems*, Phys. Lett. A **358** (2006), 301–308.
- [20] А. А. Короновский, Г. Д. Кузнецова, И. С. Мидзяновская, Е. Ю. Ситникова, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Закономерности перемежающегося поведения в спонтанной неконвulsiveвой судорожной активности у крыс*, ДАН (2006).
- [21] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, *О механизмах, приводящих к установлению режима обобщенной синхронизации*, ЖТФ **76** (2006), No. 2, 1–9.
- [22] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, *Об установлении режима обобщенной синхронизации в хаотических осцилляторах*, Письма в ЖТФ **32** (2006), No. 3, 40–48.
- [23] А. А. Короновский, В. И. Пономаренко, М. Д. Прохоров, А. Е. Храмов, *Изучение синхронизации автоколебаний по универсальным данным при изменении частоты внешнего воздействия с использованием вейвлетного анализа*, Письма в ЖТФ **32** (2006), No. 11, 81–88.
- [24] П. В. Попов, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Обобщенная синхронизация в уравнениях Гинзбурга-Ландау с локальной по пространству связью*, Письма в ЖТФ **32** (2006), No. 14, 81–88.
- [25] А. А. Короновский, А. Е. Храмова, А. В. Стародубов, *Взаимосвязь спектров, полученных по временным реализациям системы с потоковым временем и её отображениям возврата*, Письма в ЖТФ **32** (2006), No. 19, 86–94.
- [26] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, M. K. Kurovskaya, O. I. Moskalenko, *Synchronization of spectral components and its regularities in chaotic dynamical systems*, Phys. Rev. E **71** (2005), No. 5, 056204.
- [27] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, *Generalized synchronization: a modified system approach*, Phys. Rev. E **71** (2005), No. 6, 067201.
- [28] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, P. V. Popov, *Generalized synchronization in coupled Ginzburg–Landau equations and mechanisms of its arising*, Phys. Rev. E **72** (2005), No. 3, 037201.
- [29] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, А. Е. Храмова, *К вопросу о синхронном поведении связанных систем с дискретным временем*, Письма в ЖЭТФ **82** (2005), No. 3, 176–179.

- [30] А. Е. Храмов, А. А. Короновский, Ю. И. Левин, *Синхронизация временных масштабов хаотических осцилляторов*, ЖЭТФ **127** (2005), No. 4, 886–897.
- [31] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, P. V. Popov, I. S. Rempen, *Chaotic synchronization of coupled electron-wave systems with backward waves*, Chaos **15** (2005), No. 1, 013705.
- [32] А. А. Короновский А. Е. Храмов, *Анализ хаотической синхронизации динамических систем с плохо определенной фазой*, Радиотехника и электроника **50** (2005), No. 8, 969–977.
- [33] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, *Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators*, Europhysics Lett. **70** (2005), No. 2, 169–175.
- [34] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, O. I. Moskalenko, *Generalized synchronization onset*, Europhysics Letters **72** (2005), No. 6, 901–907.
- [35] А. А. Короновский, П. В. Попов, А. Е. Храмов, *Хаотическая синхронизация однонаправленно связанных электронных сред со встречной волной*, ЖТФ **75** (2005), No. 4, 1–9.
- [36] А. А. Короновский, М. К. Куровская, А. Е. Храмов, *Временное запаздывание между неустойчивыми периодическими орбитами связанных хаотических осцилляторов*, Письма в ЖТФ **31** (2005), No. 3, 60–66.
- [37] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, *Time scale synchronization of chaotic oscillators*, Physica D **206** (2005), No. 3–4, 252–264.
- [38] П. В. Попов, Р. А. Филатов, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Синхронизация пространственно-временного хаоса в пучково-плазменных системах со сверхкритическим током*, Письма в ЖТФ **31** (2005), No. 6, 9–16.
- [39] А. А. Короновский, М. К. Куровская, А. Е. Храмов, *О соотношении фазовой синхронизации хаотических осцилляторов и синхронизации временных масштабов*, Письма в ЖТФ **31** (2005), No. 19, 76–82.
- [40] А. А. Короновский, А. А. Тыщенко, А. Е. Храмов, *Исследование распределения турбулентных фаз при разрушении синхронизации с запаздыванием*, Письма в ЖТФ **31** (2005), No. 21, 1–8.
- [41] А. А. Короновский, П. В. Попов, А. Е. Храмов, *Обобщенная синхронизация и механизм ее возникновения в связанных автоколебательных средах*, Письма в ЖТФ **31** (2005), No. 22, 9–16.
- [42] В. В. Бунина, А. А. Короновский, П. В. Попов, А. Е. Храмов, *Хаотическая синхронизация в связанных лампах обратной волны с распределенным вводом сигнала*, Изв. РАН, сер. физич. **69** (2005), No. 12, 1727–1731.
- [43] А. А. Короновский, А. Е. Храмова, *Относительная геометрическая мера синхронизации систем с дискретным временем*, Изв. РАН, сер. физич. **69** (2005), No. 12, 1732–1735.
- [44] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, Р. А. Филатов, А. Е. Храмов, *Исследование обобщенной синхронизации хаотических систем*, Изв. РАН, сер. физич. **69** (2005), No. 12, 1741–1745.
- [45] Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Синхронизация автоколебаний в распределенной активной среде с высокочастотными потерями*, Радиотехника **69** (2005), No. 3, 56–62.
- [46] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Анализ хаотической синхронизации динамических систем с помощью вейвлетного преобразования*, Письма в ЖЭТФ **79** (2004), No. 7, 391–395.

- [47] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, *Новый тип универсальности при хаотической синхронизации динамических систем*, Письма в ЖЭТФ **80** (2004), No. 1, 25–28.
- [48] А. Е. Храмов, А. А. Koronovskii, *An approach to chaotic synchronization*, Chaos **14** (2004), No. 3, 603–610.
- [49] Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Синхронизация распределенных автоколебательных систем электронно-волновой природы с обратной волной*, Изв. вузов. Радиофизика **XLVII** (2004), No. 5–6, 343–372.
- [50] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Переходные процессы в распределенной нелинейной активной среде винтовой электронный пучок — встречная электромагнитная волна*, Изв. вузов. Радиофизика **XLVII** (2004), No. 5–6, 373–382.
- [51] Е. Н. Егоров, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Структура бассейнов притяжения аттракторов генератора “TORUS”*, Радиотехника и электроника **49** (2004), No. 6, 720–725.
- [52] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Совместные колебания, включая режимы синхронизации, в гирогенераторах со встречной волной и связанными линиями передачи*, Радиотехника и электроника **49** (2004), No. 9, 1118–1127.
- [53] А. Е. Храмов, А. Е. Khramova, I. A. Khromova, A. A. Koronovskii, *Investigation of transient processes in one-dimensional maps*, Nonlinear Phenomena in Complex Systems **7** (2004), No. 1, 1–16.
- [54] А. А. Короновский, И. С. Ремпен, А. Е. Храмов, *Численное исследование управления хаотической динамикой в распределенной активной среде*, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика **12** (2004), No. 1–2, 51–79.
- [55] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, П. В. Попов, А. Е. Храмов, *Некоторые общие подходы к анализу хаотической синхронизации в связанных динамических системах*, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика **12** (2004), No. 6, 159–190.
- [56] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *О механизме разрушения полной хаотической синхронизации*, Доклады Академии Наук **395** (2004), No. 1, 143–145.
- [57] А. А. Короновский, А. Е. Храмова, *Зависимость длительности переходных процессов от начальных условий в отображении заславского*, ЖТФ **74** (2004), No. 5, 136–140.
- [58] Е. Н. Егоров, А. А. Короновский, *К вопросу об управлении динамическими режимами в системе, демонстрирующей мультистабильность*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 5, 30–39.
- [59] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, И. А. Хромова, *О времени установления синхронного режима колебаний в двух связанных идентичных подсистемах*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 6, 79–86.
- [60] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, И. А. Хромова, *Длительность установления режима полной синхронизации двух идентичных хаотических систем*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 7, 69–76.
- [61] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Анализ фазовой хаотической синхронизации с помощью непрерывного вейвлетного анализа*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 14, 29–36.
- [62] Е. Н. Егоров, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Анализ переходных процессов в потоковой радиофизической системе*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 15, 70–76.

- [63] А. А. Короновский, О. И. Москаленко, А. Е. Храмов, *Синхронизация спектральных компонент связанных хаотических осцилляторов*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 18, 56–64.
- [64] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Обобщенная синхронизация хаотических осцилляторов как частный случай синхронизации временных масштабов*, Письма в ЖТФ **30** (2004), No. 23, 54–61.
- [65] А. А. Короновский, П. В. Попов, А. Е. Храмов, *Хаотическая синхронизация однонаправленно связанных ламп обратной волны с поперечным полем*, Изв. РАН, сер. физич. **68** (2004), No. 12, 1794–1798.
- [66] М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, М. В. Храмова, В. В. Бунина, Т. Чварун, *Проблема качества научных публикаций аспирантов*, Высшее образование в России (2004), No. 9, 96–103.
- [67] A. E. Gramov, A. A. Koronovskii, I. S. Rempen, *Investigation of complex dynamics and regime control in Pierce diode with delay feedback*, Nonlinear Phenomena in Complex Systems **6** (2003), No. 2, 687–695.
- [68] Г. Б. Астафьев, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, А. Е. Храмова, *О переходных процессах в отображении Эно*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **11** (2003), No. 4–5, 124–147.
- [69] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, И. А. Храмова, *Средняя длительность переходных процессов в динамических системах с дискретным временем*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **11** (2003), No. 1, 36–46.
- [70] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *О сверхбыстрой синхронизации автоколебаний в распределенной активной среде “винтовой электронный пучок — встречная электромагнитная волна”*, Доклады Академии Наук **389** (2003), No. 6, 749–752.
- [71] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Исследование колебаний в гирогенераторе со встречной волной и связанными электродинамическими системами*, ЖТФ **73** (2003), No. 6, 110–117.
- [72] А. А. Короновский, А. В. Стародубов, А. Е. Храмов, *Методика определения длительности переходного процесса для динамических систем, находящихся в режиме хаотических колебаний*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 8, 32–40.
- [73] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *О возможности увеличения порога автомодуляции в гирогенераторе со встречной волной и связанными электродинамическими системами*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 4, 63–70.
- [74] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Синхронизация колебаний распределенным внешним воздействием в гиrolампе со встречной волной*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 12, 54–61.
- [75] А. А. Короновский, А. Е. Храмова, *Механизм усложнения зависимости длительности переходных процессов от начальных условий в двумерном отображении*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 13, 10–18.
- [76] А. А. Короновский, *К вопросу о зависимости длительности переходного процесса от точности ее определения в динамических системах, демонстрирующих квазипериодическое поведение*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 19, 31–39.
- [77] В. А. Гусев, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Применение адаптивных вейвлетных базисов к анализу нелинейных систем с хаотической динамикой*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 18, 61–69.

- [78] Г. Б. Астафьев, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *К вопросу о поведении динамических систем в режиме переходного хаоса*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 22, 1–9.
- [79] А. А. Короновский, А. В. Стародубов, А. Е. Храмов, *Время покрытия аттрактора, временная размерность и ее связь с емкостной размерностью*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 24, 54–60.
- [80] И. С. Ремпен, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Управление хаосом в электронном пучке со сверхкритическим током в гидродинамической модели диода Пирса*, Письма в ЖТФ **29** (2003), No. 23, 67–74.
- [81] Г. Б. Астафьев, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Исследование переходного хаоса в сосредоточенных и распределённых системах с помощью вейвлетного анализа*, Изв. РАН, сер. физич. **67** (2003), No. 12, 1674–1677.
- [82] А. А. Короновский, И. С. Ремпен, А. Е. Храмов, *Исследование неустойчивых периодических пространственно-временных состояний в распределённой автоколебательной системе со сверхкритическим током*, Изв. РАН, сер. физич. **67** (2003), No. 12, 1705–1708.
- [83] Е. Н. Егоров, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Исследование мультистабильности в распределённой активной среде с обратной связью*, Изв. РАН, сер. физич. **67** (2003), No. 12, 1709–1713.
- [84] М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Анализ и прогноз изменений научно-педагогического потенциала высшей школы России*, Высшее образование в России (2003), No. 3, 3–17.
- [85] А. А. Короновский, М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Современное состояние высшей школы на примере одного вуза: методы диагностики и способы коррекции*, Науковедение (2003), No. 4, 97.
- [86] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Влияние внешнего сигнала на автоколебания распределённой системы винтовой электронный пучок — встречная электромагнитная волна*, Изв. вузов. Радиофизика **XLV** (2002), No. 9, 773–792.
- [87] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, А. Е. Храмова, *Универсальные закономерности переходных процессов*, Изв. вузов. Радиофизика **XLV** (2002), No. 10, 880–886.
- [88] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Введение в непрерывный вейвлетный анализ для специалистов в области нелинейной динамики. Часть 2. Пути в хаос с точки зрения вейвлетного анализа.*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **10** (2002), No. 1,2, 3–19.
- [89] А. А. Короновский, Д. И. Лопатников, А. Е. Храмов, *Некоторые аспекты изменения численности народонаселения США с точки зрения нелинейной динамики.*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **10** (2002), No. 1,2, 146–156.
- [90] Е. Н. Егоров, А. А. Короновский, *Сравнение динамики радиофизической системы “Torus” в случае гладкой и кусочно-линейной вольтамперной характеристик*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **10** (2002), No. 1,2, 104–112.
- [91] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Влияние сигнала сложной формы на колебания в активной среде “винтовой электронный поток — встречная электромагнитная волна”*, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика **10** (2002), No. 5, 3–18.

- [92] A. E. Hramov, A. A. Koronovskii, I. S. Rempen, D. I. Trubetskov, *Investigation of transient chaos in gyro-backward-wave-oscillator synchronized by the external signal*, *Izvestija vuzov. Prikladnaja Nelinejnaja Dinamika* **10** (2002), No. 3, 97–108.
- [93] А. А. Короновский, А. В. Стародубов, А. Е. Храмов, *Методика определения длительности переходного процесса для динамической системы с дискретным временем, находящейся в режиме хаотических колебаний*, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **10** (2002), No. 5, 25–31.
- [94] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Исследование когерентных структур в электронном пучке со сверхкритическим током с помощью вейвлетной бикогерентности*, *Физика плазмы* **28** (2002), No. 8, 722–738.
- [95] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, А. Е. Храмова, *Универсальные скейлинговые закономерности переходных процессов*, *Доклады Академии Наук* **383** (2002), No. 3, 322–325.
- [96] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Изменение зависимости длительности переходных процессов от начальных условий в системах с дискретным временем*, *Письма в ЖТФ* **28** (2002), No. 15, 61–68.
- [97] А. Е. Храмов, А. А. Короновский, Ю. И. Левин, *Исследование процессов структурообразования в электронном пучке с виртуальным катодом с помощью вейвлетной бикогерентности*, *Письма в ЖТФ* **28** (2002), No. 13, 57–66.
- [98] А. А. Короновский, И. С. Ремпен, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Переходной хаос в распределенной активной среде “винтовой электронный пучок – встречная электромагнитная волна”*, *Изв. РАН, сер. физич.* **66** (2002), No. 12, 1754–1760.
- [99] А. А. Короновский, М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Анализ и прогноз тенденций изменения научно-педагогического потенциала профессорско-преподавательского состава высшей школы России*, *Науковедение* (2002), No. 2, 82.
- [100] А. А. Короновский, М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *К вопросу об эффективности функционирования высшей школы (качественный подход)*, *Науковедение* (2002), No. 4, 82.
- [101] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Введение в непрерывный вейвлетный анализ для специалистов в области нелинейной динамики. Часть 1. Основные положения, численная реализация и модельные сигналы*, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **9** (2001), No. 4,5, 3–43.
- [102] А. А. Короновский, М. Н. Стриханов, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, И. В. Цуканова, *Применение клеточных автоматов для моделирования динамики профессорско-преподавательского состава высшей школы Российской Федерации*, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **9** (2001), No. 6, 154–165.
- [103] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Об эффективном анализе перехода к хаосу через перемежаемость с помощью вейвлетного преобразования*, *Письма в ЖТФ* **27** (2001), No. 1, 3–11.
- [104] В. Г. Анфиногентов, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Некоторые модели класса решеточных газов, связанные с описанием численности популяций*, *Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика* **8** (2000), No. 4, 74–84.
- [105] А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов, *Динамика численности населения как процесс, подчиняющийся уравнению диффузии*, *Доклады Академии Наук* **372** (2000), No. 3, 397–400.

- [106] В. Г. Анфиногентов, А. А. Короновский, А. Е. Храмов, *Вейвлетный анализ и его использование для анализа динамики нелинейных динамических систем различной природы*, Изв. РАН, сер. физич. **64** (2000), No. 12, 2383–2390.
- [107] А. А. Короновский, *Динамика решетки отображений с пороговой связью*, Письма в ЖТФ **25** (1999), No. 4, 28–34.
- [108] А. А. Короновский, А. Е. Храмов, В. Г. Анфиногентов, *Феноменологическая модель электронного потока с виртуальным катодом*, Изв. РАН, сер. физич. **63** (1999), No. 12, 2308–2315.
- [109] А. А. Короновский, И. С. Ремпен, *Неустойчивость периодических стационарных волн в активной нелинейной среде с высокочастотными потерями*, Письма в ЖТФ **24** (1998), No. 2, 80.
- [110] А. А. Короновский, *Мультипликаторы периодических решений для генератора с кусочно-линейным элементом*, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика **5** (1997), No. 2, 24–34.
- [111] А. А. Кипчатов, А. А. Короновский, *Тонкие эффекты самоподобного поведения кусочно-линейной системы вблизи линии бифуркации рождения тора*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **5** (1997), No. 2, 17–23.
- [112] И. С. Ремпен, А. А. Короновский, *Нелинейная модель взаимодействия продавцов и потребителей*, Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика **5** (1997), No. 5, 80–88.
- [113] А. А. Короновский, *О механизмах установления рыночной цены*, Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика **4** (1996), No. 4, 5, 92–98.
- [114] А. В. Андрушкевич, А. А. Кипчатов, Л. В. Красичков, А. А. Короновский, *Экспериментальное двухпараметрическое исследование неоднозначных режимов колебаний*, Изв. вузов. Радиофизика **XXXVIII** (1995), No. 11, 1195–1203.

КОРОНОВСКИЙ Алексей Александрович

СИНХРОННОЕ ПОВЕДЕНИЕ, СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА
И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ
СИСТЕМАХ И ЭТАЛОННЫХ МОДЕЛЯХ
НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ КОЛЕБАНИЙ

Автореферат

Ответственный за выпуск — профессор Ю.И. Левин

Подписано к печати 04.06.07. Формат 60 × 84 1/16.

Бумага “Снегурочка”. Гарнитура “Times”

Усл. печ. л. 2,79 (3,0). Тираж 120 экз. Заказ 393.

РИО журнала “Известия вузов. Прикладная нелинейная
динамика”.

410012, Саратов, Астраханская, 83.